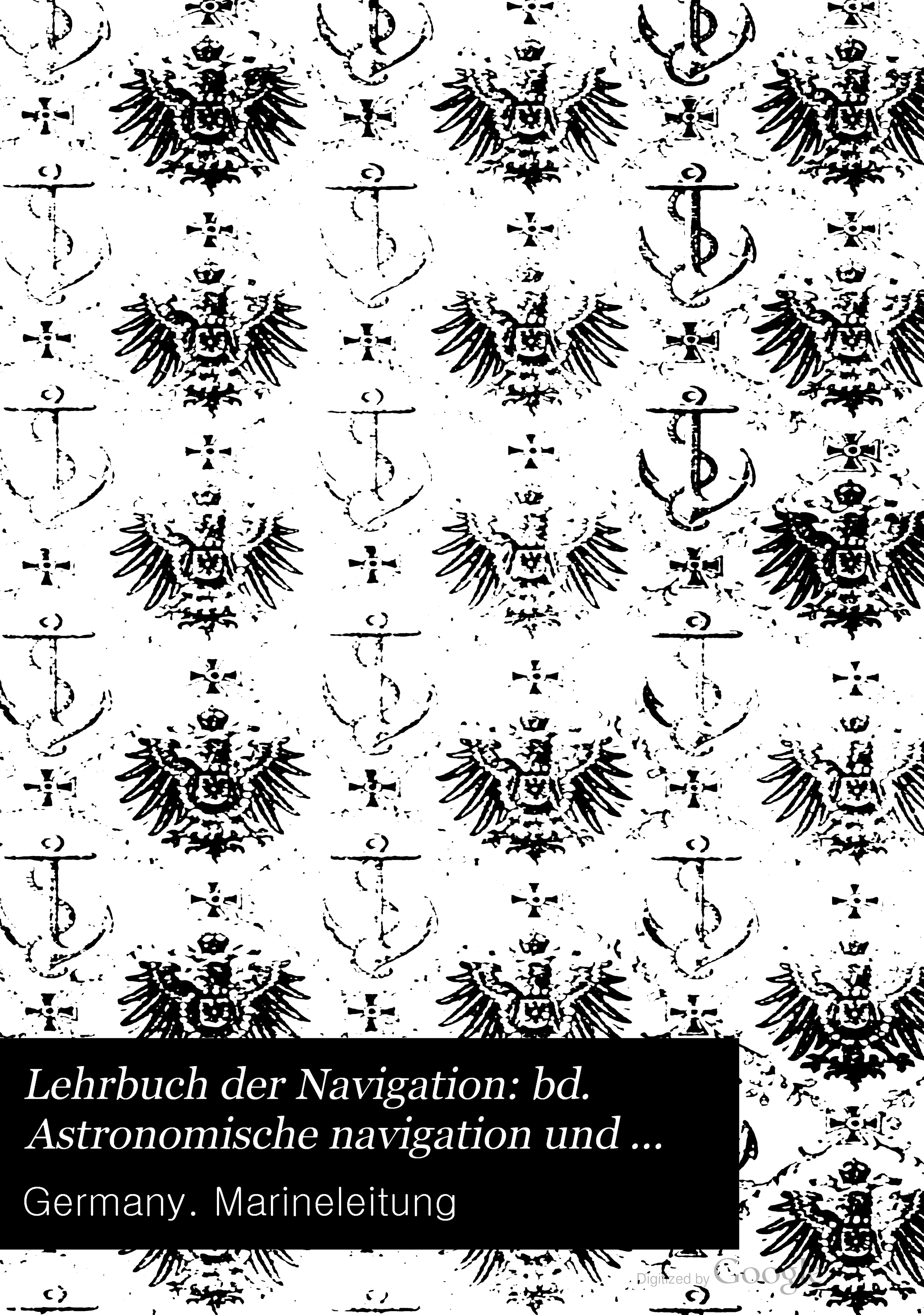
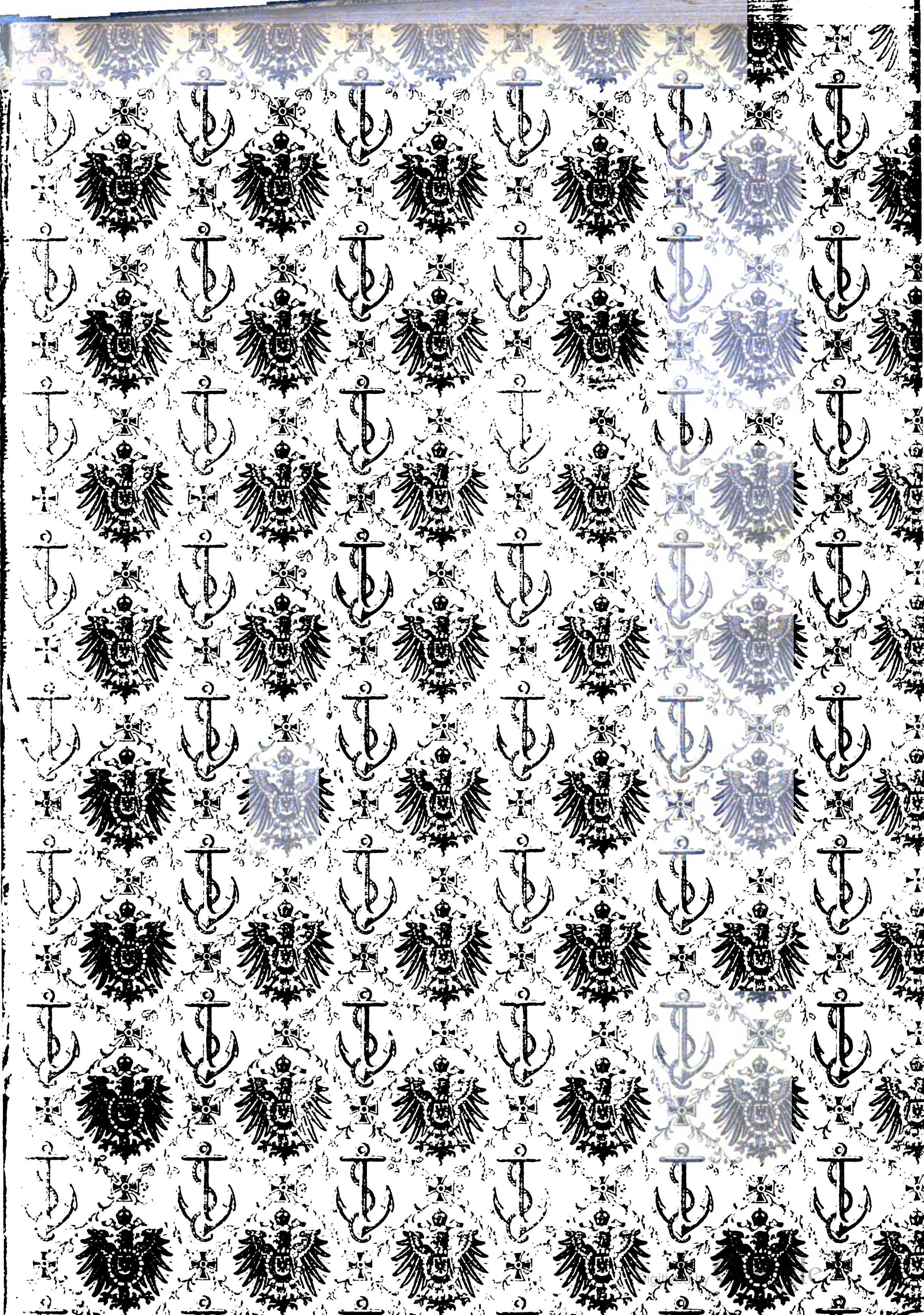

Lehrbuch der Navigation: bd. Astronomische navigation und ...
Germany. Marineleitung
Digitized by Google


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
DEPARTMENT
OF
ENGINEERING



LEHRBUCH

DER

NAVIGATION.

HERAUSGEGEBEN
VOM
REICHS-MARINE-AMT.

ZWEITE UMGEARBEITETE AUFLAGE.



ZWEITER BAND.

ASTRONOMISCHE NAVIGATION
UND LEHRE VON DEN GEZEITEN.

MIT 2 TAFELN, 179 FIGUREN IM TEXT UND EINEM ANHANG,
ENTHALTEND 4 TABELLEN ZUR BERECHNUNG DER MONDDISTANZEN.

BERLIN 1906.
ERNST SIEGFRIED MITTLER UND SOHN
KÖNIGLICHE HOFBUCHHANDLUNG
KOCHSTRASZE 68—71.

Inhaltsverzeichnis des zweiten Bandes.

Teil III: Verbesserung der durch Beobachtung gefundenen Größen.

Seite

Teil IV: Sphärische Astronomie.

Seite

Teil VI: Das Chronometer.

Erster Abschnitt: Zweck und Beschreibung des Chronometers.

Zweiter Abschnitt: Die Chronometerkontrolle.

Seite

Teil VII: Bestimmung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge durch Messung von Monddistanzen.

Teil VIII: Die Gezeiten.

Abkürzungen und Zeichen im zweiten Bande

soweit nicht ohne weiteres verständlich.

Abkürzung bzw. Zeichen	Bedeutung
α	gerade Aufsteigung
Abl.	Ablesung
Abw	Abweichung
Ah.	Augeshöhe
Amp.	Amplitude
Änd., Ä.	Änderung
astr.	astronomisch
Aufg.	Aufgang
Az	Azimut
Az_g	Azimut am gegißten Ort
$Az_ö$	östliches Azimut
Az_w	westliches Azimut
B	Bestimmungspunkt
BI	Bestimmungspunkt der ersten Standlinie
BII	Bestimmungspunkt der zweiten Standlinie
b	Breitenkomplement $= 90° - \varphi$
Bar.	Barometer
beob.	beobachtet
ber.	berechnet
Br.	Breite
Br-U	Breitenunterschied
C. u. Cels.	Celsius
ζ	mißweisender Kurs
ζ'	Kompaßkurs
ζ_w	rechtweisender, wahrer Kurs
Chr.	Chronometerzeit oder Ablesung des Chronometers
Chr. J.	Chronometer-Journal
D	scheinbare Distanz
D_a	abgelesene Distanz
D_g	gemessene Distanz
D', D_w u. D'_w	wahre Distanz
dAz	Fehler des Azimuts
dh	Fehler der Höhe
dh_g	größter Fehler der Höhe
$d\lambda$	Fehler der Länge
dS	Fehler des Chronometerstandes
dt	Fehler des Stundenwinkels oder der Zeit
$d\varphi$	Fehler der Breite
$\triangle$	Lufttemperatur weniger Wasseroberflächen-Temperatur
ΔAz	Azimutunterschied
Δg	Gangunterschied
Δh	Höhenunterschied
$\Delta \lambda$	Längenunterschied
Δt	Stundenwinkel- oder Zeitunterschied
$\Delta \varphi$	Breitenunterschied
δ	Abweichung oder Deklination
δ_w	Abweichung im wahren Mittage
Dev.	Deviation
Entf.	Entfernung
f.	für
Fp.	Frühlingspunkt
Fp. Gr. Zt.	Frühlingspunkts-Greenwicher Zeit
Fp. O. Zt.	Frühlingspunkts-Ortszeit
Fp. Zt.	Frühlingspunkts-Zeit
g	täglicher Gang
g_0	täglicher Gang bei 15°
gem.	gemessen
gen.	genähert
Gr.	Greenwich
Gr. Zt.	Greenwicher Zeit
G. V.	Gesamtverbesserung
H	Meridianhöhe
H_a	abgelesene Meridianhöhe
H_g	gemessene Meridianhöhe
H_w	wahre Meridianhöhe
h	Höhe
h_a	abgelesene Höhe
h_b	beobachtete Höhe
h_g	gemessene Höhe
h_g	Höhe am gegißten Ort

Abkürzung bzw. Zeichen	Bedeutung
h_r	berechnete
h_s	scheinbare } Höhe
h_w	wahre
Halbm.	Halbmesser
Hp.	Herbstpunkt
J. V.	Indexverbesserung
Kt.	Kimmtiefe
Kulm.	Kulmination
λ	Länge
λ_b	beobachtete
λ_g	gegißte } Länge
λ_r	berechnete
λ_{ws}	Länge des wahrscheinlichen Schiffsortes
Lg.	Länge
Lg. i. Zt.	Länge in Zeit
Lg-U	Längenunterschied
m	Meter
M. E. Z.	mitteleuropäische Zeit
m. Gr. Zt.	mittlere Greenwicher Zeit
m. O. Zt.	mittlere Ortszeit
m. Zt.	mittlere Zeit
m. ⨀α	gerade Aufsteigung der mittleren Sonne
Mer.	Meridian
Mißw.	Mißweisung
Mnt.	Mitternacht
Mtg.	Mittag
mw.	mißweisend
N u. nördl.	nördlich
N. J.	Nautisches Jahrbuch
N. M.	nachmittags
N. T.	Nautische Tafeln
O u. östl.	östlich
O	Schiffsort und wahrer Schiffsort
O_g	gegißter
O_w	wahrer } Schiffsort
O_{ws}	wahrscheinlicher
O_{ws_1} u. $O_{ws}\,I$	wahrscheinlicher Ort der ersten Standlinie
O_{ws_2} u. $O_{ws}\,II$	wahrscheinlicher Ort der zweiten Standlinie
O. Zt.	Ortszeit

Abkürzung bzw. Zeichen	Bedeutung
P	Horizontalparallaxe
p	Höhenparallaxe
p	Polabstand $= 90° - \delta$
$P_{gl.}$	Schiffsort bei gleichen Höhenfehlern
$P_{zuf.}$	Schiffsort bei zufälligen Höhenfehlern
Par.	Höhenparallaxe
Pr. Lg.	Proportional-Logarithmen
q	Winkel am Gestirn oder parallaktischer Winkel
R	Erdhalbmesser
r	wahrer } Halbmesser
ϱ	scheinbarer
Refr.	Strahlenbrechung oder Refraktion
rw.	rechtweisend
S u. südl.	südlich
S	Stand, Chronometerstand
S_b	beobachteter } Stand
S_r	berechneter
s. u. sch.	scheinbar
Sm	Seemeile
T	Beobachtungszeit
t	Stundenwinkel
t_{Gr}	Stundenwinkel in Greenwich
t_g	Stundenwinkel am gegißten Ort
$t_ö$	östlicher
t_r	berechneter } Stundenwinkel
t_w	westlicher
Temp. Korr.	Temperatur-Korrektion
terr. Geg.	terrestrischer Gegenstand
Therm.	Thermometer
Tw	Tiefenwinkel
U	Uhrzeit oder Ablesung der Beobachtungsuhr
u	$= \varphi - \delta$
ung.	ungefähr
Unt.	Unterschied
Untg.	Untergang
V.	Verbesserung
v.	verbessert

Abkürzung bzw. Zeichen	Bedeutung
v	$= \varphi - h$
V. M.	vormittags
$v.\,B\,I$	verlegter Bestimmungspunkt der ersten Standlinie
$v.\,I$	verlegte erste Standlinie
$v.\,h_1$	verlegte oder verbesserte erste Höhe
$v.\,O_g$	verlegter gegißter Ort
$v.\,O_{ws_1}$ u. $v.\,O_{ws}I$	verlegter wahrscheinlicher Ort der ersten Standlinie
$v\Delta$	Verbesserung wegen Temperaturunterschied (§ 100)
v_s	Verbesserung wegen Strandkimm (§ 100)
φ	Breite
φ_b	beobachtete Breite
φ_g	gegißte Breite
φ_m	Mittel-Breite
φ_r	berechnete Breite
φ_{ws}	Breite des wahrscheinlichen Schiffsortes
Verb.	Verbesserung
verb.	verbessert
vergr.	vergrößert
Vs u. Vers.	Versegelung
W u. westl.	westlich
w.	wahre
w. Gr. Zt.	wahre Greenwicher Zeit
w. O.	wahrer Schiffsort
w. O. Zt.	wahre Orts-Zeit
w. Zt.	wahre Zeit
w. I u. *w. II*	wahre erste und zweite Standlinie
w. ⊙α	gerade Aufsteigung der wahren Sonne
Z	Meridianzenitabstand
z	Zenitabstand
z_b	beobachteter Zenitabstand
z_g	Zenitabstand am gegißten Ort

Abkürzung bzw. Zeichen	Bedeutung
z_r	berechneter Zenitabstand
z_s	scheinbarer Zenitabstand
z_w	wahrer Zenitabstand
Z. V.	Zusatzverbesserung
Zt.	Zeit
Ztgl.	Zeitgleichung
Zw. Zt.	Zwischenzeit
I, II, III	Erste, zweite, dritte Standlinie
I, II, III	Zeit oder Ablesung des ersten, zweiten, dritten Chronometers
x$^{d\,h\,m\,s}$	x Tage, Stunden, Minuten, Sekunden (Zeit)
x$^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	x Grade, Minuten, Sekunden (Bogen)
⊙	Sonne
☾	Mond
★	Stern
♀	Venus
♂	Mars
♃	Jupiter
♄	Saturn
⏀	Sonne gepeilt
$\underline{⊙}$ u. $\underline{☾}$	Sonnen- und Mondunterrand
$\overline{⊙}$ u. $\overline{☾}$	Sonnen- und Mondoberrand
⊖ u. ☾ (mit Mittelstrich)	Sonnen- und Mondmittelpunkt
\\⊙/ (Unterrand)	Sonnenunterrand über dem künstlichen Horizont
\\⊙/ (Oberrand)	Sonnenoberrand über dem künstlichen Horizont
\\★/	Stern über dem künstlichen Horizont
⊙☾	Monddistanz, nächste Ränder
⊙☽	Monddistanz, entfernte Ränder

Berichtigungen.

Seite 10. Der letzte Satz von § 10 ist zu streichen.

„ 20. Zeile 4 von unten ist zu setzen A_1 *Na G* statt *Q Na G*.

„ 41. In § 49 ist der Satz »Für diese Verwandlungen usw. bis benutzen« zu streichen.

„ 209. Zeile 6 von unten ist zu setzen Änd. statt And.

Teil I.

Astronomische Vorkenntnisse.

Erster Abschnitt.

Die Weltkörper und ihre Bahnen im Weltraum.

A. Die Weltkörper.

§ 1. Der uns umgebende unendliche Weltraum wird von einer unendlich großen Anzahl von Himmelskörpern oder Gestirnen erfüllt, die man eingeteilt hat in Fixsterne, Planeten, Monde, Kometen, kosmischen Staub und kosmische Nebelmassen.

1. Die Fixsterne sind Zusammenballungen von Materie, die aus denselben chemischen Elementen besteht, aus denen auch unsere Erde zusammengesetzt ist. Sie haben ihren Namen davon erhalten, daß sie uns an ihrem Platz im Weltraum festzustehen scheinen. Die Sonne und das Heer der Sterne, die wir nachts am gestirnten Himmel sehen, gehören zu ihnen. Sie werden für uns dadurch sichtbar, daß sich ihre Materie in einem Zustand großer Hitze befindet und dadurch selbstleuchtend wird. Daneben gibt es auch dunkle, für uns unsichtbare Fixsterne, deren Nachweis in vielen Fällen gelungen ist, und es ist anzunehmen, daß ihre Anzahl nicht geringer ist, als die der sichtbaren. Die Entfernung der Fixsterne von uns mit Ausnahme der Sonne ist so groß, daß sie als leuchtende Punkte erscheinen. Der nächste (α Centauri) ist mehr als vier Billionen geographische Meilen entfernt und das Licht braucht $3^1/_2$ Jahre, um diese Strecke zu durchlaufen. Ihre Größe ist sehr verschieden, es gibt solche, deren Masse die unserer Sonne vielmals übertrifft, aber auch solche, die weniger Masse als die Sonne haben.

In der Navigation versteht man unter Größe eines Fixsterns seine Helligkeit, die von der Masse ganz unabhängig ist und unterscheidet Sterne erster, zweiter, dritter usw. bis achtzehnter Größe. Die Sterne erster Größe sind die hellsten, es gibt davon nur 19 am Himmel, dann folgen 65 zweiter, 200 dritter Größe usw. Bis zur sechsten Größe, im ganzen etwa 5500, sind sie dem normalen un-

bewaffneten Auge noch sichtbar, jedoch benutzt man in der Nautik nur solche erster, zweiter und einige wenige dritter Größe.

2. Planeten oder Wandelsterne sind Körper, welche einen Fixstern als Zentralkörper in nahezu kreisförmigen Bahnen umlaufen und sehr viel kleiner sind als er, sodaß sie durch seine Anziehungskraft dauernd festgehalten werden. Wir kennen nur die Planeten, welche sich um die Sonne bewegen und mit ihr und einigen Kometen das Sonnensystem bilden. Es ist aber wahrscheinlich, daß andere Fixsterne auch solche Systeme gebildet haben. Die Planeten der Sonne sind schwach abgeplattete Kugeln; sie sind nicht selbstleuchtend, sondern empfangen Licht und Wärme von ihrem Zentralgestirn und werden dadurch für uns sichtbar. Unsere Erde ist auch ein solcher Planet der Sonne. Die anderen erscheinen infolge ihres geringen Abstandes von uns im Fernrohr als leuchtende Scheiben. Ihre Helligkeit ist verschieden und hängt von der Größe und der Entfernung von uns und der Sonne ab. Es gibt Planeten, die sehr viel heller als Sterne erster Größe werden können und solche, die nur in starken Fernrohren sichtbar sind.

3. Monde, Trabanten oder Satelliten sind Gestirne, welche im Abhängigkeitsverhältnis zu einem Planeten stehen, ihn umkreisen und auf seiner Bahn begleiten, wie die Planeten die Sonne umkreisen. Jedem bekannt ist unser Erdmond, der der einzige ist, der mit unbewaffnetem Auge gesehen werden kann. Manche Planeten haben mehrere Monde, bei denen teilweis in starken Fernrohren auch die Scheibenform erkennbar ist. Das Licht der Monde ist zurückgeworfenes Sonnenlicht.

4. Kometen sind Himmelskörper von sehr geringer Masse, die die Sonne entweder in langgestreckten elliptischen oder in parabolischen und selbst hyperbolischen Bahnen mit stark wechselnder Geschwindigkeit umlaufen. Die ersteren (mit elliptischen Bahnen) gehören zum Sonnensystem, die anderen kommen aus dem fernen Weltraum zu uns und kehren wieder dahin zurück.

Das Aussehen der Kometen ist sehr verschieden, von einem nur mit starkem Fernrohr wahrzunehmenden Sternchen bis zu den allgemein auffallenden prächtigen Himmelserscheinungen wechselnd, die das Erstaunen und in früheren Zeiten den Schrecken der Menschen hervorriefen. Man unterscheidet am Kometen den aus teilweis selbstleuchtender Masse von sehr geringer Dichtigkeit bestehenden Kopf, der meist einen oder mehrere dichtere Kerne umschließt, die wie Sterne aussehen, und den aus ganz leichten und stark zerstreuten Masseteilchen bestehenden Schweif, der teilweise ebenfalls selbstleuchtend ist. Der Schweif fehlt bei manchen Kometen gänzlich und hat bei anderen eine Ausdehnung über viele Millionen Kilometer, sodaß er sich als hell leuchtender Streifen über das ganze Himmelsgewölbe hinzieht.

Das seltene Erscheinen der Kometen sowie ihre unregelmäßige Bewegung schließen die Benutzung dieser Himmelskörper für navigatorische Zwecke aus. Sie werden daher fernerhin nicht weiter berücksichtigt.



5. **Kosmischer Staub** sind kleine Teilchen dichter Materie, die überall im Weltraum sich vorfinden und die für uns sichtbar werden, wenn sie in die Lufthülle der Erde eintreten, sich durch Reibung erhitzend aufflammen und Sternschnuppen, Meteore und Feuerkugeln bilden.

6. **Kosmische Nebelmassen** sind Teile selbstleuchtender Materie in gasförmigem Zustand, die weite Räume zwischen den Fixsternen erfüllen und teilweis als Nebelflecke erscheinen, von denen einige noch gerade mit bloßem Auge zu erkennen sind.

Navigatorisches Interesse haben die unter 5 und 6 genannten Körper ebensowenig wie die Kometen.

B. Das Sonnensystem.

I. Die Himmelskörper des Sonnensystems.

§ 2. Es ist das Verdienst von Kopernikus, das nach ihm benannte Weltsystem aufgestellt zu haben, wonach die Sonne der Zentralkörper für die Planeten und die Erde weiter nichts als einer dieser Planeten ist. Nicht ganz zutreffend, aber der Wahrheit doch sehr nahe kommend, war die Ansicht von Kopernikus, daß die Bahnen der Planeten schwach exzentrische Kreise sind.

Nach ihrer Entfernung von der Sonne geordnet, kennen wir bis jetzt folgende Planeten: Merkur, Venus, Erde, Mars, die kleinen Planeten, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun.

Von den kleinen Planeten sind gegenwärtig an 550 bekannt, sie sind nur im Fernrohr sichtbar und haben sehr geringe Masse im Vergleich zu den anderen Planeten, die deshalb auch die großen Planeten genannt werden. Die Bahnen der kleinen Planeten liegen in einem breiten Ringe zwischen den Bahnen von Mars und Jupiter.

Für die Zwecke der Navigation kommen nur diejenigen großen Planeten in Betracht, die mit bloßem Auge bequem sichtbar sind. Dies sind folgende vier — mit den für sie zur Abkürzung festgesetzten Zeichen —: **Venus** ♀, **Mars** ♂, **Jupiter** ♃, **Saturn** ♄.

Ferner sind folgende Abkürzungen zu merken: Sonne ☉, Erde ♁, Mond ☾.

II. Die Bewegungsgesetze für die Körper des Sonnensystems.

§ 3. Die nahezu kreisförmigen Planetenbahnen liegen in verschiedenen, aber nur sehr wenig gegeneinander und gegen die Ebene der Erdbahn geneigten Ebenen (s. Tabelle S. 5), die durch den Sonnenmittelpunkt gehen. In diesen Ebenen vollzieht sich die Bewegung der Planeten nach den **drei Keplerschen Gesetzen**, welche folgendermaßen lauten:

1. Die Planeten bewegen sich in Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2. Die Leitstrahlen, d. h. die Verbindungslinien des Sonnenmittelpunktes mit dem Gestirnsmittelpunkt, beschreiben in gleichen Zeiten gleiche Flächen.



3. Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Hieraus folgt, daß die Geschwindigkeit der Planeten während eines Umlaufs um die Sonne wechselt, indem sie mit der Annäherung an die Sonne zunimmt und mit der Entfernung von ihr abnimmt, ferner, daß die Umlaufszeit eines Planeten um so größer ist, je weiter er von der Sonne absteht, und umgekehrt. Die Bewegungsrichtung ist für alle Planeten dieselbe, nämlich von West über Süd nach Ost.

Die drei Keplerschen Gesetze sind von Newton in ein einziges zusammengefaßt worden, das in Gemeinschaft mit dem Trägheitsgesetze alle Bewegungen im Weltraum regiert; es lautet:

Die Himmelskörper bewegen sich so, als ob sie sich gegenseitig anzögen mit einer Kraft, die proportional ist ihren Massen und umgekehrt proportional dem Quadrat ihrer Entfernung voneinander.

Fig. 1.

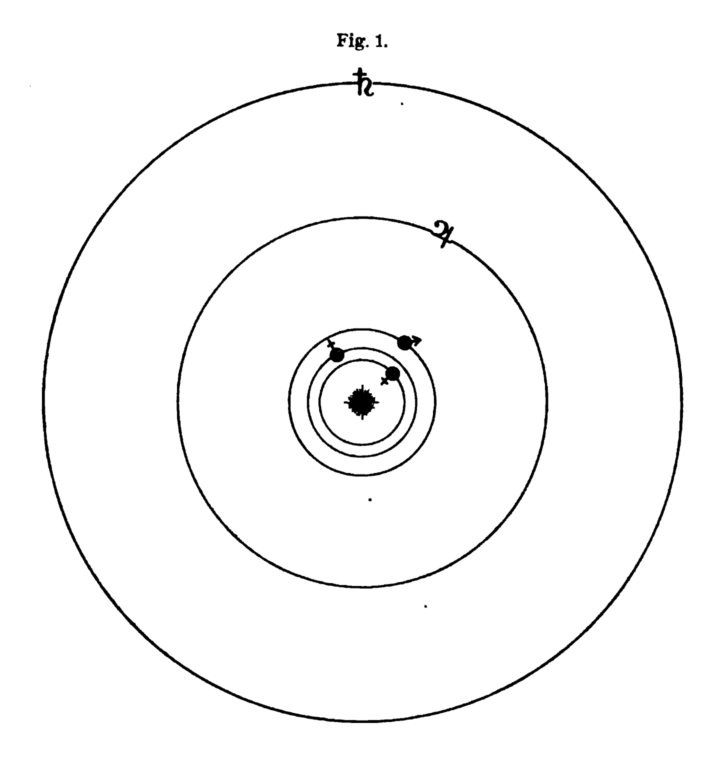


Fig. 1 veranschaulicht die Lage der Planetenbahnen zueinander und zu ihrem Zentralgestirn, der Sonne, während die nachstehende Tabelle einige Zahlenangaben über die Planeten und ihre Bahnen enthält.

Name	Mittlerer Abstand von der Sonne in Erdweiten	Mittlerer Abstand von der Sonne in Millionen Kilometern	Exzentrizität der Bahn in Teilen der halben großen Achse	Umlaufszeit in Jahren	Masse im Verhältnis zu der Erde	Neigung der Bahn gegen die Ebene der Erdbahn	Anzahl der Satelliten
Venus . .	0,72	108	0,007	0,62	0,79	3° 23,6′	—
Erde. . .	1,00	150	0,017	1,00	1,00	0 0,0	1
Mars. . .	1,52	228	0,093	1,88	0,10	1 51,0	2
Jupiter .	5,20	778	0,048	11,86	309,82	1 18,7	7
Saturn. .	9,54	1426	0,056	29,46	91,92	2 29,7	10

III. Die Erde.

§ 4. Die schwach elliptische Bahn, in welcher die Erde in derselben Richtung wie alle Planeten, nämlich von West über Süd nach Ost, d. i. für einen Beobachter auf der nördlichen Halbkugel gegen den Zeiger der Uhr, um die Sonne läuft, wird auch Ekliptik genannt.

Ihre große Achse ist 46 900 Erdhalbmesser lang, ihre Exzentrizität, d. i. der Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkt der Ellipse, beträgt $^1/_{60}$ der halben großen Achse. Die Entfernung der Erde von der Sonne schwankt zwischen 23 850 Erdhalbmessern in der Sonnenferne und 23 050 Erdhalbmessern in der Sonnennähe. Die mittlere Entfernung 23450 Erdhalbmesser oder rund 20 Millionen geographische Meilen oder 150 Millionen Kilometer heißt eine Erdweite; der Zeitraum, den die Erde braucht, um einen vollen Umlauf um die Sonne zu vollenden, heißt ein Jahr (§§ 34 und 54).

§ 5. Außer der Umkreisung der Sonne führt die Erde noch eine zweite Bewegung aus, nämlich eine Drehung um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Achse ebenfalls in der Richtung von West über Süd nach Ost. Der Zeitraum, in welchem eine solche volle Umdrehung ausgeführt wird, heißt Tag, und es werden während eines Umlaufs um die Sonne, also in einem Jahre, ungefähr $365^1/_4$ Umdrehungen vollendet. Über die Folgerungen, die sich daraus für die Zeitrechnung ergeben, siehe § 54.

Die Drehungsachse, auch Erdachse genannt, trifft die Erdoberfläche in zwei Punkten, welche Nordpol (N) und Südpol (S) heißen (Fig. 2) und an der Erddrehung nicht teilnehmen.

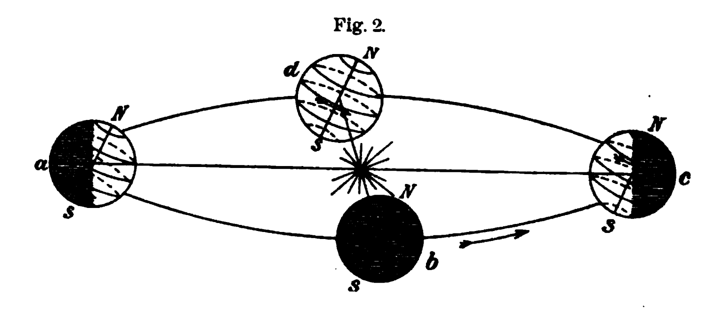
Eine Folge der Drehung der Erde ist ihre schon erwähnte Abplattung (vgl. Bd. I § 10). Durch die Drehung wird nämlich eine Fliehkraft (Zentrifugalkraft) erzeugt, welche die Erdmasse nach einem Ring hindrängt, der senkrecht zu der Drehachse steht. Hier wird die Masse infolgedessen angehäuft und bildet einen Wulst (Äquatorwulst), während sie sich an den Polen zurückzieht. Daher ist die Achse der Erde zwischen Nordpol und Südpol auch ihr kürzester

Durchmesser, während die senkrecht dazu stehenden Durchmesser (Äquatordurchmesser) die längsten sind.

Das Vorhandensein der Abplattung ist ein Beweis dafür, daß die Erde um ihre Achse sich dreht, denn wenn dies nicht der Fall wäre, müßte sie eine vollkommene Kugelgestalt angenommen haben. Ein anderer Beweis für die Achsendrehung ist das Voreilen aller frei herabfallenden Körper gegen die Lotlinie nach Osten, ferner die Drehung der Schwingungsebene eines hinreichend langen frei schwingenden Pendels (Foucaultsches Pendel) gegenüber der Erdoberfläche.

Die Erdachse steht nicht senkrecht auf der Ebene der Erdbahn, sondern ist um 66° 33′ dagegen geneigt. Sie behält ihre Richtung während des ganzen Umlaufs der Erde um die Sonne bei, sodaß sie sich in einer zu sich selbst parallelen Lage fortbewegt, wie Fig. 2 veranschaulicht, wo N den Nordpol, S den Südpol bezeichnet.

Fig. 2.



Dadurch wird bewirkt, daß während jedes Umlaufs einmal der Nordpol (bei a) und einmal der Südpol (bei c) der Sonne zugeneigt ist, während zweimal (bei b und d) Nordpol und Südpol gleich weit von der Sonne abstehen. Über die Erscheinungen, die für uns durch die doppelte Bewegung der Erde und die Schiefstellung ihrer Achse veranlaßt werden, siehe §§ 35 und 36.

IV. Die Trabanten und ihre Bewegung.

Von den Trabanten ist nur der Mond der Erde von Bedeutung für die Navigation; früher benutzte man auch gelegentlich die Jupitersmonde zu Längenbestimmungen.

a. Der Mond.

1. Die Bewegung des Mondes.

§ 6. Der Mond umkreist die Erde in einer Ellipse, deren mittlerer Halbmesser, die Mondweite, 384 400 km oder ungefähr 60,3 Erdhalbmesser beträgt. Die halbe große Achse der Mondbahn beträgt

etwa 63,6, die halbe kleine Achse 57,0 Erdhalbmesser. Die Exzentrizität ist $^1/_{18}$ der halben großen Achse. Die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik beträgt 5° 9′. Die Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn um die Erde ist durchschnittlich $^1/_{29}$ der Erdgeschwindigkeit in der Ekliptik. Die Umlaufszeit des Mondes um die Erde heißt Monat. Der Mond führt während eines Umlaufs um die Erde gleichzeitig eine einmalige Drehung um seine zu der Bahnebene nahezu senkrecht stehende Achse aus und zeigt daher der Erde immer denselben Teil seiner Oberfläche.

Der Durchmesser des Mondes ist gleich 0,273 Erddurchmessern oder 3480 km.

Fig. 3.

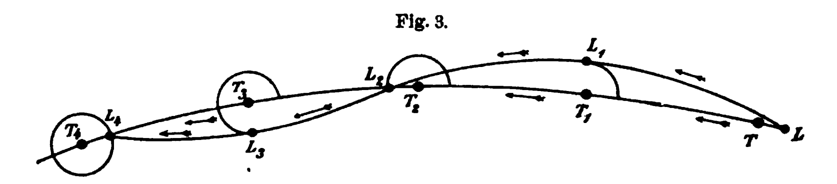


Fig. 3 zeigt in L, L_1, L_2, L_3, L_4 die Bahn des Mondes während eines Umlaufs um die Erde, deren Bahn durch T, T_1, T_2, T_3 und T_4 veranschaulicht wird. Die Bewegung des Mondes um die Erde ist durch Kreise um T, T_1, T_2, T_3 und T_4 der Anschaulichkeit halber stark vergrößert dargestellt, wodurch die Mondbahn L, L_1, L_2, L_3 und L_4 in falscher Krümmung erscheint.

Zu Beginn des Umlaufs steht die Erde in T, der Mond in L. Erde und Mond sind bis zur Beendigung eines Viertelumlaufs nach T_1 bzw. L_1, bis zur Beendigung eines halben Umlaufs nach T_2 bzw. L_2 und bis zur Beendigung eines Dreiviertelumlaufs nach T_3 bzw. L_3 gelangt. Mit der Ankunft des Mondes im Punkte L_4 der Erdbahn ist der Umlauf um die Erde vollendet.

2. Die Phasen des Mondes.

§ 7. Die Phasen des Mondes entstehen durch die verschiedenen Stellungen, welche die von der Sonne erleuchtete Hälfte des Mondes zur Erde einnimmt.

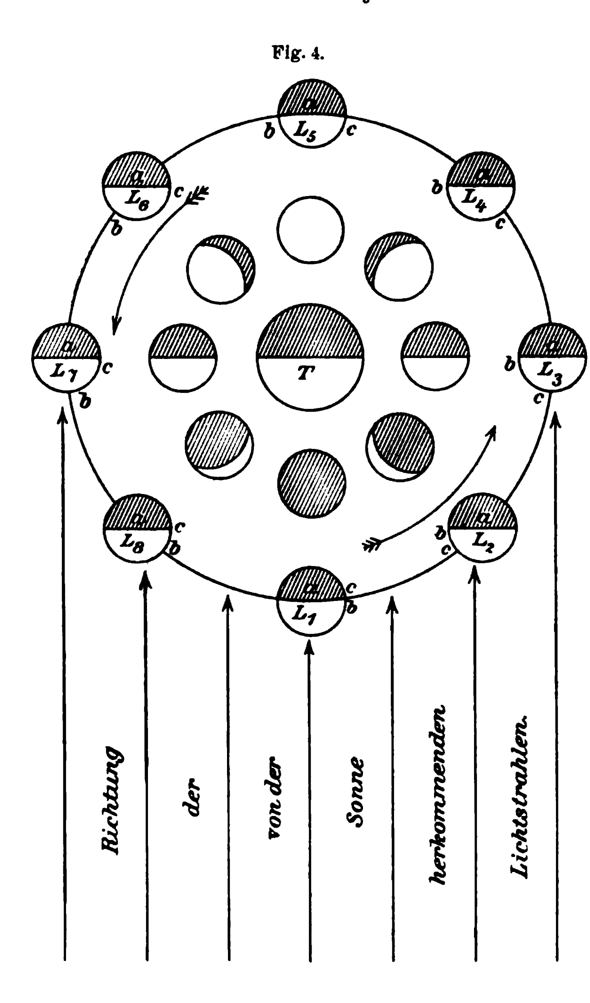
Fig. 4 zeigt auf der als Kreis gezeichneten Mondbahn die Stellungen des Mondes zur Erde (T) und die Richtung der von der Sonne kommenden Lichtstrahlen.

Die innerhalb der Mondbahn abgebildeten Scheiben geben die diesen Stellungen entsprechenden Mondphasen, d. i. den Anblick wieder, welchen die der Erde zugekehrte Mondhälfte, von der Erde aus gesehen, bietet, der schraffierte Teil ist in der Regel unsichtbar.

Steht der Mond in Konjunktion, d. h. zwischen der Sonne und der Erde (T) in der Richtung der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Gestirne in L_1, so ist die beleuchtete Mondhälfte ganz von der Erde (T) abgewandt, es ist

Neumond. Schreitet der Mond nach Osten bis L_2 fort, so sehen wir einen Teil der beleuchteten Mondhälfte in Gestalt einer Sichel, deren Wölbung der Sonne zugekehrt ist. Der Winkel *b a c* deutet den sichtbaren Teil der beleuchteten Mondhälfte an. In L_3 steht der Mond im rechten Winkel zur Verbindungslinie von Sonne und Erde, d. i. in Quadratur, und wir sehen die Hälfte des hellen Teils als leuchtende halbe Kreisscheibe mit nach Westen gekehrter Rundung. Der Mond steht im ersten Viertel. Mit dem weiteren Fortschreiten des Mondes nach Osten sehen wir die Mondscheibe immer mehr wachsen, bis der Mond wieder in der Richtung der Verbindungslinie von Sonne und Erde, aber von der Sonne aus jenseit der Erde, angekommen ist. Der Mond steht jetzt in Opposition, es ist Vollmond, und wir sehen die volle beleuchtete Mondhälfte als kreisrunde Scheibe (L_5). Beim weiteren Umlauf nimmt die sichtbare Mondscheibe wieder ab, und zwar an ihrem westlichen Teil, bis sie in L_7, wo der Mond abermals in Quadratur, aber im letzten Viertel, steht, zur halben Scheibe mit nach Osten gekehrter Wölbung geworden ist. Weiterhin erscheint uns der Mond als nach Osten gewölbte Sichel, bis er wieder in Konjunktion angekommen ist. In der Nähe der Konjunktion, wo der Mond als schmale Sichel erscheint, ist der nicht von der Sonne erleuchtete Teil der Mondscheibe meist durch einen schwachen aschfarbigen Schimmer erhellt, welcher von dem Widerschein der dem Mond zugekehrten voll beleuchteten Erdhälfte herrührt.

Fig. 4.

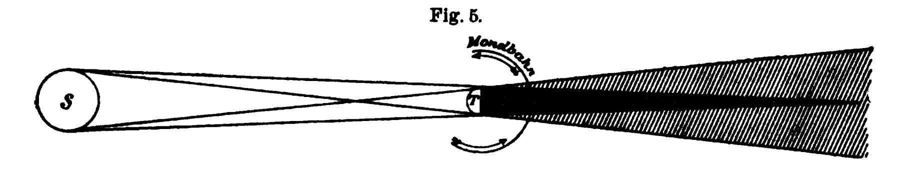


Das Alter des Mondes ist die Zahl der seit dem Zeitpunkt des Neumonds verflossenen Tage. Die Gesamtheit der Erscheinungen und Phasen, die der Mond während eines Umlaufs zeigt, wird Lunation genannt.

3. Mondfinsternisse.

§ 8. Die von der Sonne (*S* Fig. 5) beleuchtete Erde (*T*) wirft einen Schatten von der Gestalt eines Kegels, den Kernschatten, dessen Basis durch den Umfang der Erde gebildet wird. Die Spitze des Kegels liegt in der Ebene der Ekliptik, der Sonne gegenüber. Die durchschnittliche Länge des Kernschattens beträgt 216 Erdhalbmesser. Der Kernschatten ist rings umgeben von einem Halbschatten, der den Raum erfüllt, in welchen nur noch ein Teil der Sonnenstrahlen dringt.

Fig. 5.



Wenn der Mond durch den Kernschatten der Erde geht, tritt eine Mondfinsternis ein. Dies kann natürlich nur zur Vollmondszeit vorkommen. Wegen der Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik von 5° 9′ tritt nicht bei jeder Opposition des Mondes eine Mondfinsternis ein (vgl. § 37).

Auf die Entfernung von 60 Erdhalbmessern, die Entfernung des Mondes von der Erde, ist der Durchmesser des Erdschattens gleich 0,72 Erddurchmessern oder 2,63 Monddurchmessern. Der Halbmesser des Kernschattens in dieser Entfernung wird von der Erde aus zu 44′ gemessen. Eine Verfinsterung des Mondes kann also nur dann eintreten, wenn sich sein Rand auf weniger als 44′ der Ekliptik genähert hat.

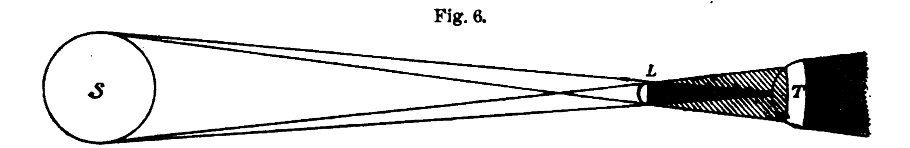
Je nachdem der Mond ganz oder nur teilweise in den Kernschatten eintritt, findet eine totale oder eine partielle Mondfinsternis statt.

4. Sonnenfinsternisse.

§ 9. Wenn der Mond (*L* Fig. 6) zwischen der Sonne (*S*) und der Erde (*T*) steht, also zur Zeit des Neumonds, kann der Fall eintreten, daß die Erde durch den Schatten des Mondes geht. Ist der Mond in Erdnähe und die Sonne in Erdferne, so ist der Monddurchmesser, von der Erde gesehen, gleich 33,6′, der Sonnendurchmesser gleich 31,5′, und der größer erscheinende Mond kann die Sonne ganz verdecken. In diesem Falle tritt eine totale Sonnenfinsternis ein, d. h. die Sonnenscheibe verschwindet vollständig. Trifft aber nur der Halbschatten des Mondes die Erde, so findet eine partielle Sonnenfinsternis statt, d. h. die Sonnenscheibe wird nur teilweis verdeckt.

In dem in Fig. 6 dargestellten Falle haben die vom Kernschatten getroffenen Orte eine totale und die im umgebenden Halbschatten liegenden eine partielle Sonnenfinsternis.

Fig. 6.



Dagegen ist der Sonnendurchmesser in der Erdnähe gleich 32,6′ und der Monddurchmesser in der Erdferne gleich 29,4′, sodaß in diesem Falle der Mond kleiner als die Sonne erscheint und sie nicht vollständig verdecken kann. Daher erscheint die Sonne an der Stelle der Erdoberfläche, welche in der Verbindungslinie von Sonnen- und Mondmittelpunkt liegt, nur in der Mitte durch den Mondkörper verdunkelt, während ringsherum ein leuchtender Ring sichtbar bleibt. Diese Erscheinung wird als ringförmige Sonnenfinsternis bezeichnet.

Während eine Mondfinsternis für alle Orte der Erde den gleichen Anblick bietet, zeigt die Sonnenfinsternis an verschiedenen Orten ein verschiedenes Bild.

5. Sternbedeckungen.

§ 10. Wenn der Mond zwischen die Erde und einen Planeten oder Fixstern tritt, so bedeckt er letzteren. Solche Sternbedeckungen können ziemlich oft beobachtet werden, wenn man über ein fest aufgestelltes größeres Fernrohr verfügt, und geben sehr zuverlässige Bestimmungen der geographischen Länge. Für die Navigation sind sie trotzdem von geringer Bedeutung, da Bedeckungen hellerer Sterne, die allein von Bord aus beobachtet werden können, sehr selten sind, etwa zehn im Jahre an einem Ort. Siehe im übrigen Teil VII, zweiter Abschnitt.

b. Die Trabanten des Jupiter.

§ 11. Die sieben Trabanten des Jupiter umkreisen ihn in elliptischen Bahnen und gehorchen den Keplerschen Gesetzen. Durch Vorausberechnung des Eintritts der vier helleren dieser Monde in den Schatten des Jupiter und ihres Austritts daraus ist man imstande, diese von der Erde aus wahrnehmbaren Vorgänge zur Längenbestimmung zu verwerten. Für navigatorische Zwecke kommt diese Art der Längenbestimmung wegen ihrer allzu geringen Genauigkeit aber nicht mehr in Betracht.

Zweiter Abschnitt.

Die Himmelskugel und ihre Koordinatensysteme.

A. Die Himmelskugel.

§ 12. Um die Örter und die scheinbaren Bahnen der Himmelskörper zu veranschaulichen, denkt man sich die Erde von einer Hohlkugel umgeben, deren Radius unendlich groß, d. h. noch viel größer ist als die Entfernung des allerfernsten Fixsterns. Diese Hohlkugel heißt Himmelskugel oder Himmelsgewölbe.

Auf sie denkt man sich die Gestirne vom Erdmittelpunkt aus projiziert, und es ist nach dem in § 1 gesagten verständlich, daß die Fixsterne immer an demselben Platze der Himmelskugel festzustehen scheinen, während die Körper des Sonnensystems in bestimmten Bahnen auf dieser Kugel umherwandern.

Die Ausdehnung der Himmelskugel ist im Vergleich zu derjenigen der Erde und der Erdbahn, ja des ganzen Sonnensystems mit den äußersten Planeten und Kometen so ungeheuer groß, daß das letztere ihr gegenüber nur als ein Punkt, und zwar als ihr Mittelpunkt, angesehen werden muß. Daher befindet sich auch jeder Beobachter auf der Erde stets im Mittelpunkt der Himmelskugel, und parallele Linien oder parallele Ebenen, die von verschiedenen, noch soweit auseinanderliegenden Orten der Erde ausgehen, schneiden das Himmelsgewölbe in denselben Punkten oder denselben größten Kreisen.

B. Die Grundkreise und die Pole der Himmelskugel.

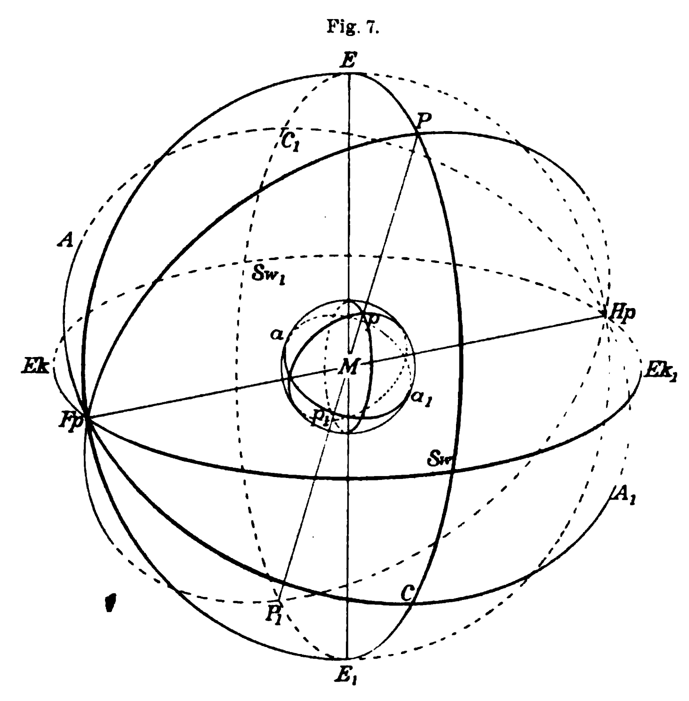
§ 13. Auch die Ebene der Erdbahn (§ 4) oder die Ekliptik trifft die Himmelskugel in einem solchen gedachten größten Kreise, der ebenfalls Ekliptik oder Tierkreis genannt wird. In Fig. 7, die das Himmelsgewölbe und in seinem inneren die unendlich klein zu denkende Erde darstellt, ist sie mit $Ek\ Ek_1$ bezeichnet.

Das auf der Erdbahn im Mittelpunkt (M) der Himmelskugel errichtete Lot trifft diese in zwei Punkten (E und E_1), die Pole der Ekliptik heißen. (Nach dem vorigen Paragraphen ist es gleichgültig, ob man sich dies Lot durch den Sonnenmittelpunkt, oder den Erdmittelpunkt, oder den Beobachtungsort gelegt denkt, es trifft immer dieselben Punkte der Himmelskugel.)

§ 14. In Fig. 7 sei p der Nordpol, p_1 der Südpol der Erde, und daher pp_1 die Erdachse (§ 5). Verlängert man die letztere, bis sie das Himmelsgewölbe in den Punkten P und P_1 trifft, so wird sie auch Weltachse genannt, während P und P_1 Weltpole oder Himmelspole oder kurz nach den entsprechenden Erdpolen auch nur Nordpol (P) und Südpol (P_1) heißen.

Eine durch den Beobachtungsort gelegte der Erdachse parallele Linie trifft das Himmelsgewölbe ebenfalls in den Polen. Die durch den Erdmittelpunkt (M) senkrecht zur Erdachse gedachte Ebene heißt Äquatorebene, sie schneidet die Erdoberfläche in einem größten Kreis (aa_1), der Erdäquator oder kurz Äquator oder Linie genannt wird (Bd. I § 1). Das Himmelsgewölbe wird von dieser

Fig. 7.



Ebene in einem größten Kreise ($A\ A_1$) getroffen, der den Namen Himmelsäquator oder auch nur Äquator führt. Eine durch den Beobachtungsort gelegte, der Äquatorebene parallele Ebene trifft das Himmelsgewölbe ebenfalls im Äquator und wird infolgedessen in der Astronomie, wenn es auf irdische Verhältnisse nicht ankommt, auch Äquatorebene genannt, sodaß in erweitertem Sinne jede zu der Weltachse senkrechte Ebene Äquatorebene ist.

Da nach § 5 die Erdachse ihre Richtung stets beibehält, bleiben auch die Pole und der Äquator ebenso wie die Ekliptik und die Ekliptikpole stets an denselben Orten der Himmelskugel und zwischen den Fixsternen stehen. Sie nehmen weder an der täglichen, noch an der jährlichen Bewegung der Erde teil.

§ 15. Die Ebene der Erdbahn wird von der Äquatorebene in einer Linie (*Fp Hp* Fig. 7) geschnitten, die Tag- und Nachtgleichenlinie heißt. Am Himmel entsprechen ihr die Durchschnitts-

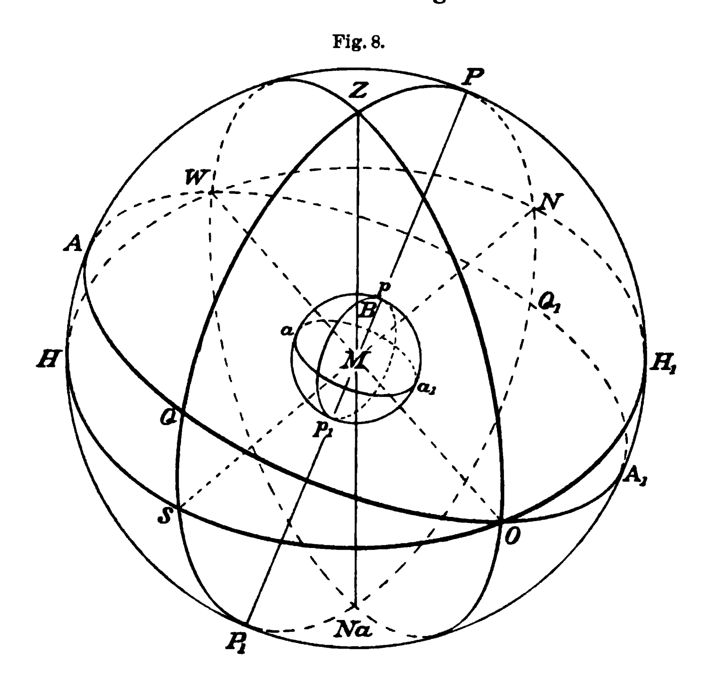


punkte von Ekliptik und Himmelsäquator, die **Tag- und Nachtgleichenpunkte, Äquinoktialpunkte** oder **Frühlingspunkt** (*Fp*) und **Herbstpunkt** (*Hp*) genannt werden. Der konstante Winkel zwischen Äquator und Ekliptik (*Sw Fp C* oder Ek_1 *Hp* A_1 in Fig. 7) heißt **Schiefe der Ekliptik**, er ist auch gleich dem Winkel zwischen der Weltachse und dem Lot auf der Erdbahn (*PME*); seine Größe beträgt 23° 27′.

Der größte Kreis, der durch die Weltpole und die Ekliptikpole gelegt ist (*P E* P_1 E_1), steht auf Äquator und Ekliptik senkrecht, er schneidet letztere in den **Solstizien** oder **Sonnenwendpunkten** (*Sw* Sw_1); der dem Nordpol näher liegende (*Sw*) heißt **Sommer-Solstiz** oder **Sommer-Sonnenwendpunkt**, der dem Südpol näher liegende (Sw_1) **Winter-Sonnenwendpunkt**. Die Bögen *C Sw* und C_1 Sw_1 sind ebenfalls gleich der Schiefe der Ekliptik. Die Bedeutung dieser Namen ergibt sich aus dem scheinbaren Lauf der Sonne, der im § 34 erklärt werden wird.

§ 16. In Fig. 8 sei wiederum die Himmelskugel mit der unendlich klein zu denkenden Erde dargestellt. *B* sei der Beob-

Fig. 8.



achtungsort auf der Erdoberfläche. Die durch ein freihängendes Lot an diesem Orte angezeigte Richtung heißt **Lotlinie, Vertikale** oder **Zenitlinie** (*Z B Na* in Fig. 8). Sie trifft, nach oben verlängert,



die Himmelskugel im **Zenit** oder **Scheitelpunkt** (*Z*) und, nach unten durch den Erdkörper hindurch verlängert, im **Nadir** (*Na*).

Die durch den Beobachtungsort gehende Lotlinie geht infolge der Abweichung der Erde von der Kugelgestalt im allgemeinen nicht durch den Erdmittelpunkt; dagegen trifft eine durch den Erdmittelpunkt gelegte Parallele zu der Lotlinie das Himmelsgewölbe im Zenit und Nadir.

Ebenen, die senkrecht zu der Lotrichtung stehen, heißen **Horizontalebenen** oder **wahre Horizonte**, sie treffen das Himmelsgewölbe in einem größten Kreise ($H\,S\,H_1\,N$), der ebenfalls **wahrer Horizont** heißt. Man kann sich je nach Bedürfnis den wahren Horizont durch das Auge des Beobachters oder durch den Erdmittelpunkt gelegt denken.*) Eine Ebene, die die Erdoberfläche (ruhige Wasserfläche) am Beobachtungsort berührt, ist daher eine wahre Horizontebene. Zenit und Nadir sind gewissermaßen die Pole des Horizonts.

Die Begrenzungslinie zwischen dem sichtbaren Teil des Himmelsgewölbes und der Erdoberfläche heißt **sichtbarer** (oder **natürlicher**) **Horizont**, diejenige zwischen dem Himmelsgewölbe und der Meeresoberfläche wird auch **Seehorizont** oder meistens **Kimm** genannt.

Alle Orte der Erdoberfläche haben dieselben Pole und denselben Äquator, dagegen sind Horizont und Zenit von Ort zu Ort verschieden. Außerdem nehmen Zenit und Horizont an der Drehung der Erde teil und ändern daher von Augenblick zu Augenblick ihren Ort an der Himmelskugel und zwischen den Sternen.

§ 17. Man denke sich eine Ebene durch die Weltachse und die Zenitlinie gelegt, so trifft diese das Himmelsgewölbe in einem größten Kreise ($P\,Z\,P_1\,Na$ in Fig. 8), der **Meridian des Ortes** oder kurzweg **der Meridian** oder **Mittagskreis** genannt wird, die Ebene selbst heißt **Meridianebene**. Sie schneidet den Horizont in zwei Punkten, dem **Südpunkt** (*S*) und dem **Nordpunkt** (*N*). Südpunkt ist derjenige Schnittpunkt, der dem Südpol, Nordpunkt derjenige, der dem Nordpol näher liegt.

Denkt man sich eine zweite Ebene durch die Zenitrichtung gelegt, senkrecht zur Ortsmeridianebene, so trifft diese das Himmelsgewölbe in einem größten Kreise ($Z\,O\,Na\,W$ in Fig. 8), der den Namen **Erster Vertikal** oder **Erster Scheitelkreis** führt. Er schneidet den Horizont im Westpunkt (*W*) und Ostpunkt (*O*). Der Westpunkt

*) In einigen Lehrbüchern wird nur die durch den Erdmittelpunkt gehende Horizontalebene wahrer Horizont genannt, während die durch das Auge des Beobachters gehende Ebene als scheinbarer Horizont bezeichnet wird. Da diese beiden Ebenen das Himmelsgewölbe aber in demselben Kreise, dem eigentlichen wahren Horizont, treffen, so ist die Bezeichnung »scheinbarer Horizont« in dem eben erläuterten Sinne nicht zutreffend und soll daher in diesem Werke vermieden werden.



liegt vom Südpunkt aus in der Richtung der Drehung des Uhrzeigers für einen Beobachter, der vom Zenit aus auf den Horizont herabblickt.

West- und Ostpunkt sind, wie man sich leicht klar macht, gleichzeitig auch die Durchschnittspunkte des Äquators mit dem Horizont.

Die im Horizont liegende Verbindungslinie des Nord- und Südpunktes heißt Nord-Südlinie oder Mittagslinie (NS), diejenige des West- und Ostpunktes Ost-Westlinie (OW). Beide stehen senkrecht aufeinander.

Der Äquator teilt die Himmelskugel in eine nördliche und eine südliche Halbkugel. Ebenso wird sie durch den Ortsmeridian in eine östliche und eine westliche, sowie durch den Horizont in eine sichtbare und eine unsichtbare Halbkugel geteilt. Meridian und Erster Vertikal zerlegen die sichtbare Halbkugel in die vier Quadranten, den Nordost-, Südost-, Südwest- und Nordwestquadranten.

Der eine Weltpol liegt in der sichtbaren Halbkugel, er heißt oberer (erhabener) Pol; der andere liegt in der unsichtbaren Halbkugel, er heißt unterer Pol.

C. Die Koordinatensysteme der Himmelskugel.

§ 18. Zur Bestimmung der Stellung der Gestirne an der Himmelskugel werden vier sphärische Koordinatensysteme benutzt, als deren Grundebenen die Grundkreise oder Grundebenen der Himmelskugel, nämlich Äquator, Horizont und Ekliptik, dienen.

I. Das erste Koordinatensystem des Himmelsäquators. (System der Stundenwinkel.)

In Fig. 9 sei wieder die Himmelskugel dargestellt, wobei die Bezeichnungen dieselbe Bedeutung, wie oben, behalten sollen. Dann denkt man sich das Himmelsgewölbe ebenso wie die Erdoberfläche von einem Netz von sich rechtwinklig schneidenden Kreisen überzogen, die in zwei Gruppen angeordnet sind. Die eine Gruppe wird von größten Kreisen gebildet, die durch die Weltpole hindurchgehen und auf dem Äquator senkrecht stehen; sie heißen Stundenkreise oder Meridiane. Jedoch werden bei der Zählung ebenso wie bei den Erdmeridianen nicht die vollen Kreise als Stundenkreise aufgefaßt, sondern nur die von Pol zu Pol gehenden Halbkreise, sodaß z. B. der Stundenkreis von 0^h und der von 12^h erst zusammen einen Vollkreis bilden. In Fig. 9 sind $PZQP_1$, $PG_1D_1P_1$, PQ_1P_1, PAP_1 und PA_1P_1 solche Stundenkreise.

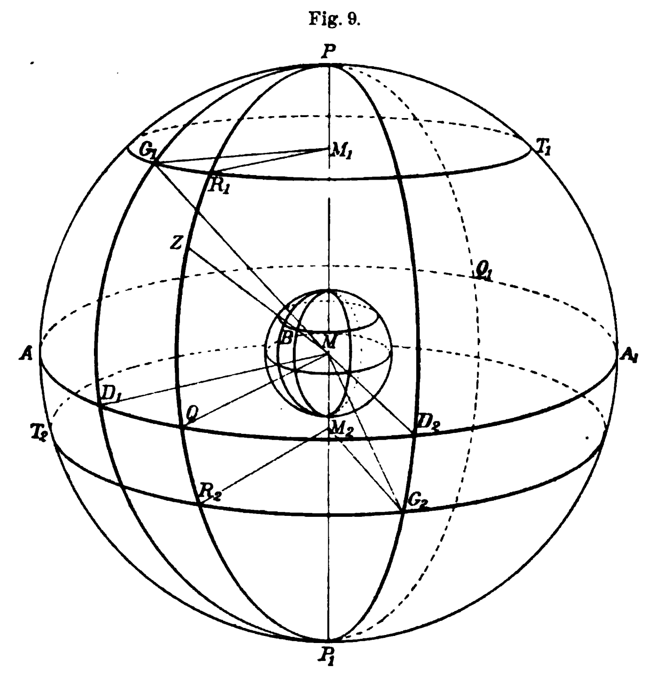
Die zweite Gruppe besteht aus kleinen Kugelkreisen, deren Ebenen auf der Weltachse senkrecht stehen und daher unter sich und dem Äquator parallel sind und die Meridiane unter rechten Winkeln schneiden. Sie heißen Abweichungsparallele, Deklinationsparallele, Parallelkreise oder einfach nur Parallele. Sie entsprechen den Breitenparallelen der Erdoberfläche. $G_1R_1T_1$ und



$T_2 R_2 G_2$ in Fig. 9 sind solche Abweichungsparallele. Ihre Mittelpunkte M_1 und M_2 liegen auf der Weltachse.

Auch der Ortsmeridian ($PZQP_1$ in Fig. 9) ist ein Stundenkreis oder Meridian, und sie haben von ihm ihren Namen. Er wird durch

Fig. 9.



die Pole ebenfalls in zwei Halbkreise geteilt, von denen derjenige, in dem das Zenit liegt, *oberer Ortsmeridian* (PZP_1) oder kurz *oberer Meridian*, derjenige, in dem das Nadir liegt, *unterer Meridian* (PQ_1P_1) heißt.

§ 19. Der Ausgangspunkt für die Zählung und Bezeichnung der Stundenkreise ist der obere Meridian; sie erfolgt durch Angabe des Winkels, den die Ebenen der Stundenkreise mit der Meridianebene bilden. Dieser Winkel heißt *Stundenwinkel* (t). Derjenige des Stundenkreises $PG_1D_1P_1$ in Fig. 9 z. B. wird dargestellt durch die Winkel an den Polen ZPG_1 und QP_1D_1 oder durch die Winkel an der Weltachse QMD_1 und $R_1M_1G_1$, die die Ebenen des Ortsmeridians und des Stundenkreises aus dem Äquator und dem Parallelkreise herausschneiden. Auch die Bögen QD_1 auf dem Äquator und R_1G_1 auf dem Parallelkreise bilden ein Maß für denselben Stundenwinkel.

Die Zählung der Stundenwinkel erfolgt in der Richtung von Süd nach West oder für einen vom Nordpol auf den Äquator blickenden Beschauer im Sinne des Uhrzeigers entweder in Winkelmaß von 0°



bis 360° (Grad) oder in Zeitmaß von 0^h bis 24^h (Stunden). Der Grad wird in 60′ (Winkelminuten) zu je 60″ (Winkelsekunden), die Stunde in 60^m (Zeitminuten) zu je 60^s (Zeitsekunden) eingeteilt. Die Vergleichung beider Maße ergibt:

$$15° = 1^h \qquad 15' = 1^m \qquad 15'' = 1^s$$
$$1° = 4^m \qquad 1' = 4^s \qquad 1'' = 0{,}0666\ldots^s$$

Statt die Stundenwinkel in derselben Richtung bis 24^h durchzuzählen, ist es manchmal bequemer, sie vom Ortsmeridian aus in beiden Richtungen bis 180° oder 12^h zu zählen, dann ist die Zählungsrichtung durch den Zusatz westlich (t_w) oder östlich ($t_ö$) zu kennzeichnen; östliche Stundenwinkel (z. B. QD_2 in Fig. 9) heißen auch negative und werden durch ein vorgesetztes — Zeichen kenntlich gemacht. Daher ist der 20^h-Stundenkreis derselbe wie der östliche 4^h-Stundenkreis oder der Stundenkreis von -4^h.

Der 6^h-Stundenkreis geht durch den Westpunkt, der 18^h-Stundenkreis durch den Ostpunkt; beide zusammen heißen auch Sechsstundenkreis.

§ 20. Die Bezeichnung und Zählung der Abweichungsparallele erfolgt in doppelter Weise, entweder durch die Nordpolardistanz oder durch die Abweichung.

Die Nordpolardistanz, auch kurz Polabstand (p) genannt, ist der Winkel, den die vom Weltmittelpunkt nach dem Parallelkreis gezogenen Geraden mit der Weltachse einschließen (z. B. G_1MP und G_2MP in Fig. 9). Auch die Bögen PG_1 und PG_2 stellen den Polabstand dar. Er wird in Winkelmaß von 0° bis 180° gezählt, der Äquator ist der Parallelkreis von 90° Polabstand.

Die Abweichung oder Deklination (δ) ist der Winkel, den die vom Weltmittelpunkt nach dem Abweichungsparallel gehenden Geraden mit der Äquatorebene einschließen. Solche Winkel sind D_1MG_1 und D_2MG_2 in Fig. 9, sie liegen in den durch G_1 und G_2 bestimmten Stundenkreisebenen. Auch die Stundenkreisbögen D_1G_1 und D_2G_2 sind ein Maß der Abweichung der Parallelkreise T_1 und T_2. Die Zählung der Abweichung geht vom Äquator nach beiden Seiten in Winkelmaß von 0° bis 90°. Die beiden Parallelkreise von 90° Abweichung sind zu zwei Punkten, nämlich dem Nordpol und dem Südpol, zusammengeschrumpft.

Die Parallelkreise der nördlichen Halbkugel haben nördliche Abweichung, die durch den Zusatz N oder ein vorgesetztes + Zeichen kenntlich gemacht wird (D_1G_1 Fig. 9). Diejenigen zwischen Äquator und Südpol haben südliche Abweichung mit dem Zusatz S oder dem — Zeichen (D_2G_2 Fig. 9). Wie bei der Breite heißen die die Himmelsrichtung angebenden Zusätze N und S die Namen der Abweichung, und man spricht von gleichnamiger oder ungleichnamiger Abweichung, je nachdem ob sie auf derselben oder auf

der entgegengesetzten Halbkugel wie die Breite des Beobachtungsortes gelegen ist.

Die Abweichung des Zenits (Z) ist gleich der geographischen Breite des Beobachtungsortes. Der durch Z gehende Parallel entspricht dem Breitenparallel des Beobachters.

Alle Formeln und nautischen Rechnungen vereinfachen sich durch den Wegfall von Vorzeichenregeln, wenn man nördliche Breite und nördliche Abweichung stets positiv und südliche Breite und südliche Abweichung stets negativ annimmt und so in die Formeln einführt.

Die Abweichung ist das Komplement des Polabstandes ($\delta = 90° - p$ und $p = 90° - \delta$), wobei auf das Vorzeichen von δ zu achten ist.

§ **21.** Die Bestimmung des Ortes eines Gestirnes am Himmelsgewölbe erfolgt durch die Angabe des Stundenkreises und des Parallelkreises, die durch den Gestirnsort hindurchgehen. Ersterer wird durch seinen Stundenwinkel (t), letzterer durch seine Abweichung (δ) oder seinen Polabstand (p) bezeichnet und daher sind Stundenwinkel und Abweichung oder Stundenwinkel und Polabstand die Bestimmungsstücke eines Gestirnsortes oder seine Koordinaten in diesem System.

Beispiel einer Ortsangabe im Koordinatensystem der Stundenwinkel.

Kiel, 20. Dezember 1904, $10^h\ 30^m$ V. M. ⊙ $t = 22^h\ 32^m\ 24{,}94^s$. $\delta = 23°\ 26'\ 4{,}8''$ $S = -23°\ 26'\ 4{,}8''$ oder, was dasselbe ist: ⊙ $t_ö = 1^h\ 27^m\ 35{,}06^s$, $p = 113°\ 26'\ 4{,}8''$.

Dies heißt: Für einen Beobachter in Kiel stand die Sonne am 20. Dezember 1904 um $10^h\ 30^m$ V. M. in dem Stundenkreis, der vom Ortsmeridian um $1^h\ 27^m\ 35{,}06^s$ nach Osten hin absteht und auf dem Abweichungsparallel, der vom Äquator nach Süden hin um 23° 26′ 4,8″ entfernt ist oder dessen Nordpolarabstand gleich 113° 26′ 4,8″ ist.

II. Das zweite Koordinatensystem des Himmelsäquators. (System der geraden Aufsteigungen.)

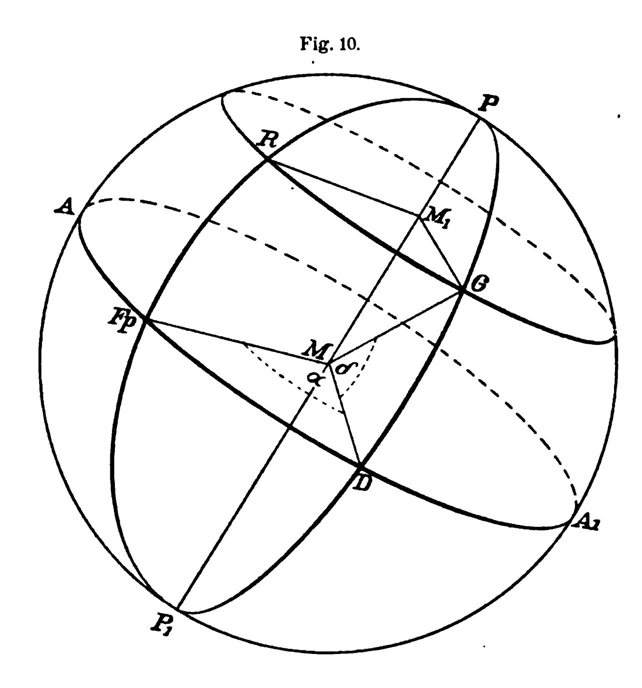
§ **22.** Da das Zenit und der Meridian des Ortes und somit auch der Anfangspunkt des bisher betrachteten Koordinatensystems für jeden Punkt der Erdoberfläche ein anderer ist, so ist dieses System zu einer allgemein gültigen Bezeichnung des Ortes eines Gestirns an der Himmelskugel nicht geeignet. Man hat daher ein zweites System auf der Grundebene des Äquators gebildet, welches für alle Beobachtungsorte denselben Platz am Himmelsgewölbe und zwischen den Fixsternen dauernd beibehält.

Das Koordinatennetz dieses Systems ist dasselbe wie bei dem zuvor besprochenen System der Stundenwinkel, es besteht aus den durch die beiden Weltpole gehenden Meridianen und den senkrecht dazu verlaufenden Abweichungsparallelen. Dagegen ist der Nullmeridian dieses Systems, von dem aus die Zählung der Meridiane erfolgt, der durch den Frühlingspunkt gehende Meridian ($PFpP_1$ Fig. 7 u. 10).



Die Bezeichnung der Meridiane erfolgt durch Angabe des Winkels, den sie mit dem Nullmeridian einschließen. Er heißt gerade Aufsteigung oder Rektaszension (ascensio recta) und wird mit AR oder α bezeichnet. In Fig. 10 ist die gerade Aufsteigung des Gestirns G dargestellt durch die Winkel an den Polen $Fp\,PG$ und $Fp\,P_1 D$, sowie durch die Winkel an der Weltachse $Fp\,MD$ und $RM_1 G$ und schließ-

Fig. 10.



lich durch den Äquatorbogen $Fp\,D$. Die Zählung der geraden Aufsteigung erfolgt in der Richtung von Westen nach Süden oder für einen vom Nordpol auf den Äquator blickenden Beschauer gegen den Uhrzeiger (also entgegen der Zählrichtung der Stundenwinkel) in Winkelmaß von 0° bis 360° oder in Zeitmaß von 0^h bis 24^h.

Die Bezeichnung der Abweichungsparallele ist dieselbe wie im System der Stundenwinkel, entweder nach Nordpolarabstand ($p = \measuredangle\, PMG$) oder nach Abweichung ($\delta = \measuredangle\, DMG$ Fig. 10).

Durch gerade Aufsteigung und Abweichung ist der Ort eines Gestirns an der Himmelskugel vollständig und eindeutig bestimmt.

Beispiel einer Ortsangabe im System der geraden Aufsteigungen.

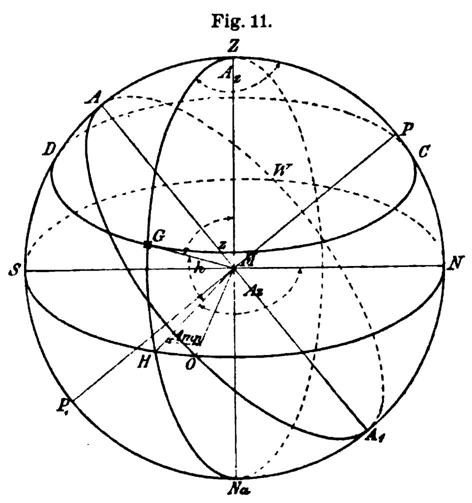
Am 6. November 1904 stand der Fixstern Arcturus in AR oder $\alpha = 14^h\ 11^m\ 17{,}4^s$ und $\delta = +19°\ 40'\ 50''$.

III. Das Koordinatensystem des Horizonts.

§ 23. Die Bestimmung eines Gestirnsortes durch Beobachtung erfolgt in der Nautik in einem Koordinatensystem, dessen Grundebene der wahre Horizont ist.

Man denkt sich das Himmelsgewölbe wiederum von zwei Gruppen sich rechtwinklig schneidender Kreise netzartig überzogen, von denen die eine größte Kreise enthält, die durch Zenit und Nadir gehen und auf dem wahren Horizont senkrecht stehen, während die andere aus kleinen zu dem Horizont parallelen Kugelkreisen besteht, die die erste Gruppe senkrecht durchschneiden. Die größten Kreise der ersten Gruppe, deren Ebenen alle durch die Lotlinie gehen, heißen Vertikalkreise oder Scheitelkreise, doch pflegt man im allgemeinen unter diesem Namen, ähnlich wie bei den Stundenkreisen, nur den zwischen Zenit und Nadir liegenden Halbkreis zu verstehen, daher sind in Fig. 11 z. B. *ZASNa*, *ZGHNa* und *ZPNNa* Vertikalkreise.

Fig. 11.



Die Kreise der zweiten Gruppe heißen Höhenparallele oder Kreise gleichen Zenitabstandes, ihre Mittelpunkte liegen auf der Lotlinie (*ZNa*). In Fig. 11 ist *DGC* ein Höhenparallel.

Der Ortsmeridian (*ZSNaN*) ist ebenfalls ein Scheitelkreis, seine beiden durch Zenit und Nadir gebildeten Hälften heißen nördlicher und südlicher Meridian, je nach dem Weltpole, der in ihnen liegt. Ebenso ist der durch den Ost- und Westpunkt (*O* und *W* in Fig. 11) gehende Erste Vertikal ein Vertikalkreis, woher er auch seinen Namen führt.

§ 24. In der Nautik ist der nördliche Meridian der Anfangspunkt für die Zählung der Vertikalkreise. Der Winkel, den ein Vertikalkreis (*ZGNa* Fig. 11) mit dem Nordmeridian (*ZNNa*) bildet, heißt Azimut oder Richtungswinkel (*Az*). Die Azimute werden in der Richtung von Nord nach Ost oder für einen vom Zenit auf den Horizont herabblickenden Beobachter im Sinne des Uhrzeigers von 0° bis 360° gezählt. In Fig. 11 ist das Azimut dargestellt durch die Winkel *PZG*, *QNaG* und den Winkel am Mittelpunkt *NMH* oder den Bogen des Horizonts *NOH*.

Statt das Azimut bis 360° durchzuzählen, zählt man es der Bequemlichkeit halber zuweilen vom Nordpunkt aus nach beiden



Seiten von 0° bis 180°. Es ist dann aber nötig, es als östliches Azimut durch $Az_ö$ oder ein positives Vorzeichen und als westliches Azimut durch Az_w oder das Minuszeichen zu kennzeichnen.

Eine dritte vielfach gebrauchte Zählweise endlich zählt, vom Nordpunkt und Südpunkt ausgehend, nach beiden Seiten von 0° bis 90° unter Angabe des Quadranten, in dem der Vertikalkreis liegt, z. B. $N 57° O$, $N 78° W$, $S 5° W$ oder $S 33° O$.

Die Angaben $Az = 233°$, $Az_w = 127°$ und $Az = S 53° W$ bezeichnen denselben Scheitelkreis in den drei Zählweisen.

In der Astronomie wird das Azimut auch vom Südpunkt aus gezählt und deshalb Az_n, d. h. vom Nordpunkt aus, und Az_s, d. h. vom Südpunkt aus gezähltes Azimut, unterschieden. Wenn man vom Südpunkt aus nach beiden Seiten von 0° bis 180° zählt, ist das westliche Azimut positiv und das östliche negativ.

Statt des Azimuts dient auch die Amplitude (*Amp.*) zur Bezeichnung des Scheitelkreises des Gestirns. Es ist dies der Winkel zwischen Scheitelkreis und Erstem Vertikal vom Ost- oder Westpunkt nach beiden Seiten hin von 0° bis 90° gezählt (*OH* in Fig. 11).

Wegen der vielfachen Zählweisen des Azimuts und der Amplitude ist bei ihrer Angabe besonders auf die Hinzufügung des Nullpunktes und der Zählrichtung zu achten.

Um Einheitlichkeit zu erreichen, ist dahin zu streben, in der Nautik die Vertikalkreise allein durch das vom Nordpunkt aus von 0° bis 360° durchgezählte Azimut zu bezeichnen.

§ 25. Die Bezeichnung und Zählung der Höhenparallele geschieht entweder nach ihrem Zenitabstand oder nach ihrer Höhe.

Unter Zenitabstand (z) versteht man den Winkel, den die vom Weltmittelpunkte nach dem Höhenparallel gerichteten Strahlen mit der Lotlinie einschließen (z. B. *ZMG* Fig. 11) oder die Bögen der Scheitelkreise zwischen Zenit und Höhenparallel (*ZG* oder *ZD*) und unter Höhe (h) den Winkel, den diese Strahlen mit dem wahren Horizonte bilden (z. B. *HMG* Fig. 11) oder die Bögen der Scheitelkreise zwischen Horizont und Höhenparallel (*HG*, *NC* oder *SD*).

Der Zenitabstand wird vom Zenit bis zum Nadir von 0° bis 180° gezählt, die Höhe vom Horizont nach dem Zenit oder nach dem Nadir von 0° bis 90°. In letzterem Falle, d. h. wenn das Gestirn unter dem wahren Horizont steht, ist die Höhe negativ ($h = -$). Die negative Höhe wird auch Tiefenwinkel des Gestirns genannt (Tw), der positiv von 0° bis 90° gezählt wird. Daher ist

$$h = -Tw \text{ und } Tw = -h.$$

Zenitabstand und Höhe sind Komplementwinkel, so daß $z + h = 90°$, $z = 90° - h$, $h = 90° - z$, $z = 90° + Tw$ und $Tw = z - 90°$ ist.

Steht das Gestirn im Ortsmeridian, so heißt seine Höhe Meridianhöhe (H) und sein Zenitabstand Meridianzenitabstand (Z).

§ 26. Der Ort eines Gestirns am Himmelsgewölbe ist bestimmt durch den durch ihn gehenden Vertikalkreis und seinen Höhenparallel. Ersterer wird durch das Azimut (Az) letzterer durch seinen



Zenitabstand (z) oder seine Höhe (h) gekennzeichnet. Daher sind Azimut und Zenitabstand oder Azimut und Höhe die Bestimmungsstücke oder Koordinaten des Gestirnsortes in diesem System.

Beispiel einer Ortsangabe im Horizontsystem.

Wilhelmshaven, 20. Oktober 1904, $11^h\ 15^m$ nachm. ☾ $Az = 211°\ 58'\ 21''$, $h = 27°\ 17'\ 10''$ oder, was dasselbe ist, $Az_w = 148°\ 1'\ 39''$, $z = 62°\ 42'\ 50''$; das heißt: Für einen Beobachter in Wilhelmshaven stand der Mond am 20. Oktober 1904, abends $11^h\ 15^m$ in dem Scheitelkreis, der vom Nordpunkt nach Westen hin um 148° 1′ 39″ absteht und hatte eine Höhe über dem wahren Horizont von 27° 17′ 10″.

IV. Das Koordinatensystem der Ekliptik.

§ 27. Auch dieses System besteht aus einem Netz von sich rechtwinklig schneidenden Kreisen. Die eine Gruppe davon sind größte Kreise, die durch die beiden Ekliptikpole (E u. E_1 Fig. 7) gehen und auf der Ekliptik senkrecht stehen. Ihre Zählung erfolgt nach Halbkreisen von dem Frühlingspunkt aus und der Winkel, den sie mit dem durch diesen Punkt gehenden Nullhalbkreis ($EFpE_1$) einschließen, heißt Länge. Die zweite Gruppe enthält kleine, zur Ekliptik parallele Kugelkreise. Sie werden bezeichnet und gezählt durch die zwischen ihnen und der Ekliptik liegenden Bögen der Längenkreise. Diese Bögen heißen Breite. Die Koordinaten eines Gestirns, die seinen Ort am Himmel in diesem System bestimmen, sind daher Länge und Breite.

Dieses System, das in der Astronomie eine große Rolle spielt, findet in der Nautik keine Verwendung.

V. Tabelle der Koordinatensysteme der Himmelskugel.

System:	Erstes Koordinatensystem des Himmelsäquators	Zweites Koordinatensystem des Himmelsäquators	Koordinatensystem des Horizonts	Koordinatensystem der Ekliptik
Grundebene:	Himmelsäquator	Himmelsäquator	Horizont	Ekliptik
Achse:	Weltachse	Weltachse	Vertikallinie	Ekliptikachse
Pole:	Nordpol und Südpol	Nordpol und Südpol	Zenit und Nadir	Nördlicher und südlicher Ekliptikpol
Koordinaten:	Stundenwinkel und Abweichung	Gerade Aufsteigung und Abweichung	Azimut und Höhe	Länge und Breite

VI. Beziehungen zwischen den Koordinatensystemen des Himmelsäquators und dem des Horizonts.

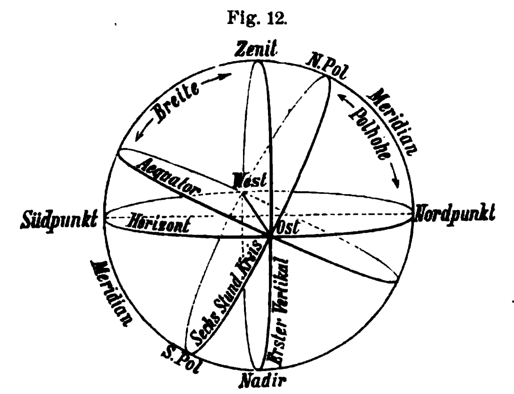
§ 28. Den beiden Koordinatensystemen des Äquators ist die eine Koordinate, die Abweichung, gemeinsam und die anderen beiden, Stundenwinkel und gerade Aufsteigung, unterscheiden sich nur durch den Anfangspunkt und die Zählrichtung. Um aus dem einen System in das andere überzugehen, bedarf man daher nur der Kenntnis des



Unterschiedes der beiden Nullmeridiane, d. h. des Stundenwinkels des Frühlingspunktes oder der geraden Aufsteigung des Mittagskreises. Beide sind einander gleich und führen den Namen **Frühlingspunktszeit**. In dem vierten Abschnitt »Die Zeit« wird weiter darüber gehandelt werden.

§ 29. Die Beziehungen zwischen dem ersten System des Äquators und dem System des Horizonts sind weniger einfach und werden durch die Fig. 12 und 13 erläutert. Beiden gemeinsam ist der Ortsmeridian als Ausgangspunkt der Zählung je einer Koordinate. Nach Bd. I § 12 ist die geographische Breite des Beobachtungsortes (φ) gleich dem Winkel zwischen der Lotlinie und der Ebene des Äquators. Am Himmel erscheint dieser Winkel als der Bogen des Ortsmeridians zwischen Zenit und Äquator (Fig. 12), welcher infolgedessen gleich der geographischen Breite (φ) ist. Da die Weltachse auf dem Äquator senkrecht steht, ist der Meridianbogen zwischen Zenit und Nordpol gleich dem Komplement der Breite, er heißt daher auch **Breitenkomplement** und wird mit b bezeichnet.

Fig. 12.



$$b = 90° - \varphi, \quad \varphi = 90° - b.$$

Das Breitenkomplement erscheint auch als der Bogen zwischen Südpunkt und Äquator und als der Winkel, den Erster Vertikal und Sechsstundenkreis am Ost- und Westpunkt bilden und anderes mehr. (Fig. 12.)

Da das Breitenkomplement gleich dem Zenitabstand des Nordpols ist, und die Lotlinie auf dem Horizont senkrecht steht, so ist der Meridianbogen zwischen Nordpol und Horizont oder die Höhe des Nordpols gleich dem Komplement des Breitenkomplements, d. h. **die Polhöhe ist gleich der geographischen Breite**. Die Polhöhe oder geographische Breite erscheint auch als Winkel zwischen Sechsstundenkreis und Horizont oder als Winkel zwischen Äquator und Erstem Vertikal am Ost- und Westpunkt usw. (Fig. 12).

Somit haben wir folgende Beziehungen:

1. Das Zenit hat in bezug auf das erste Äquatorsystem den Stundenwinkel Null und die Abweichung φ (geographische Breite) oder den Polabstand b (Breitenkomplement).

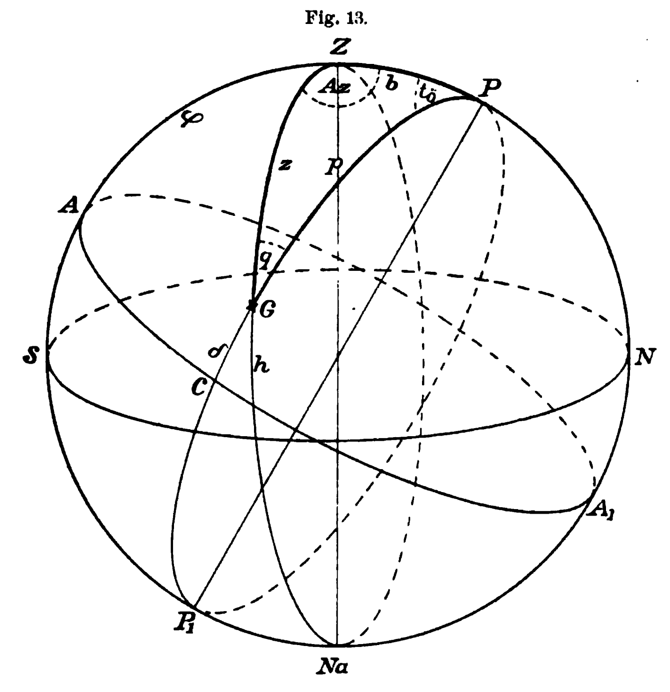
2. Der Nordpol hat in bezug auf das Horizontsystem das Azimut Null und die Höhe φ (geographische Breite) oder den Zenitabstand b (Breitenkomplement).



Der mit der Breite gleichnamige Pol ist oberer Pol, der mit ihr ungleichnamige unterer Pol.

Der Zusammenhang zwischen den Koordinaten eines beliebigen Gestirns in den beiden Systemen wird vermittelt durch das sphärische Dreieck ZPG (Fig. 13) mit den Ecken Zenit, Pol, Gestirn, das den Namen **Poldreieck** führt. In der Tat sind der Winkel $ZPG = t_ö$ oder der östliche Stundenwinkel und die Seite $PG = p = 90° - \delta$ oder der

Fig. 13.



Nordpolarabstand die Koordinaten des ersten Äquatorsystems, während der Winkel $PZG = Az$ oder das Azimut und die Seite $ZG = z = 90° - h$ oder der Zenitabstand die Koordinaten des Horizontsystems sind. Außerdem enthält das Poldreieck noch die Seite $ZP = b = 90° - \varphi$ oder das Breitenkomplement und den Winkel $ZGP = q$, der **parallaktischer Winkel oder Winkel am Gestirn** heißt.

Die Gestirnsörter sind, wie schon gesagt (§ 22), meist in gerader Aufsteigung und Abweichung gegeben, da diese Koordinaten vom Beobachtungsorte unabhängig sind; für die praktischen Zwecke der Navigation dagegen werden die Koordinaten der Gestirne im System des Horizonts gebraucht. Der Übergang von dem einen zu dem anderen System geschieht mit Hilfe der Frühlingspunktszeit und der Beziehungen, die das Poldreieck liefert. Die Lehre hiervon macht den Hauptinhalt der sphärischen Astronomie aus, über die in Teil IV weiter gesprochen werden wird.

Dritter Abschnitt.

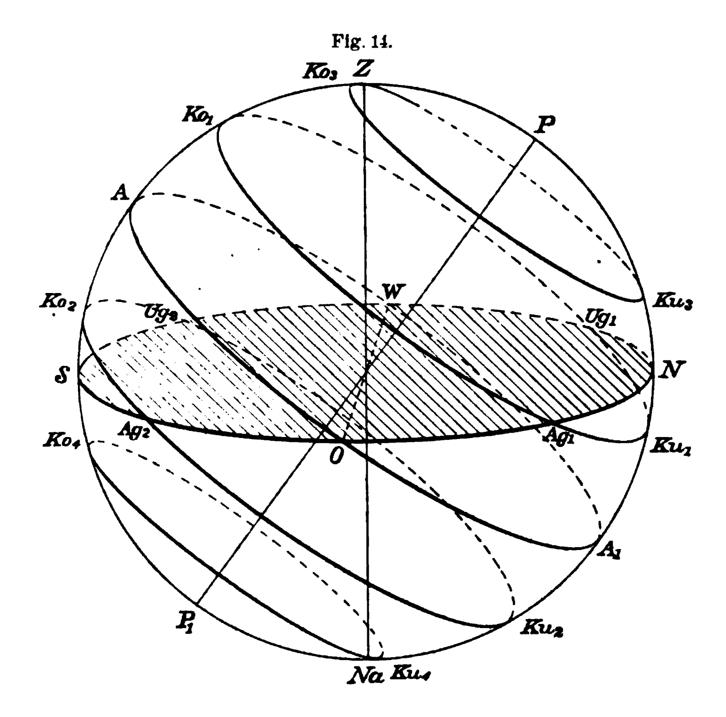
Die scheinbare Bewegung der Gestirne.

A. Die tägliche Bewegung der Gestirne.

§ 30. Die scheinbare Bewegung der Gestirne an der Himmelskugel setzt sich zusammen aus der den Gestirnen eigenen Bewegung im Weltraum, soweit sie eine solche besitzen, und den beiden Bewegungen der Erde, ihrem jährlichen Umlauf um die Sonne und der täglichen Drehung um ihre Achse. Betrachten wir zunächst die zuletzt genannte Ursache.

Da, wie schon gezeigt (§ 5), die Erdachse ständig ihre Richtung im Raume beibehält, so bleiben sie sowohl, wie die Punkte, wo sie die Himmelskugel trifft, d. h. die Weltpole, für den Beobachter fest stehen. Die Drehung der Erde aber verwandelt sich für den Beobachter, der an dieser Drehung notgedrungen teilnehmen muß, in eine Drehung des ganzen Sternhimmels. Diese Drehung des Himmels erfolgt um die Weltachse oder um die feststehenden Pole der Himmelskugel und wird in demselben Zeitraum vollendet, in dem sich die Erde einmal herumdreht, d. h. in einem Tage. An ihr nehmen alle Gestirne, Sonne, Mond, Planeten und Fixsterne in gleicher Weise teil.

Fig. 14.



Infolge dieser Drehung scheinen die Gestirne am Himmelsgewölbe kreisförmige Bahnen zu beschreiben, deren Mittelpunkte in der Weltachse liegen und die auf dieser Achse senkrecht stehen. Sie sind daher dem Äquator parallel und haben vom Pol einen gleichbleibenden Abstand. Solche Kreise sind aber Abweichungsparallele (§ 18). **Daher fallen die scheinbaren Bahnen der Gestirne mit ihren Abweichungsparallelen zusammen.** Bei den Fixsternen, die ihren Platz an der Himmelskugel nicht ändern, trifft dies — abgesehen von kleinen, im Laufe mehrerer Tage noch nicht merklichen Ortsänderungen (§ 39) — zu, bei den Körpern des Sonnensystems kommen infolge der eigenen Bewegung kleine Abweichungen von dem Parallel und der gleichbleibenden Umlaufszeit von einem Tage vor.

In Fig. 14 ist die tägliche scheinbare Bewegung einiger Gestirne dargestellt. Wie gewöhnlich bezeichnet PP_1 die Weltachse, AA_1 den Äquator, *SONW* den Horizont (schraffiert), *Z Na* die Lotlinie. *Ag Ko Ug Ku* sind die Abweichungsparallele und scheinbaren täglichen Bahnen der Gestirne.

§ 31. Da sich die Erde von West über Süd nach Ost dreht, so erfolgt die scheinbare Bewegung der Gestirne in der Richtung von Ost über Süd nach West. Sie steigen in der östlichen Hälfte über den Horizont empor, passieren den oberen Teil des Ortsmeridians, d. h. zwischen Pol und Südpunkt, und sinken in der westlichen Hälfte der Himmelskugel wieder unter den Horizont hinab. Der Schnittpunkt des Abweichungsparallels mit dem östlichen Horizont heißt daher Aufgangspunkt (Ag_1, Ag_2), derjenige mit der westlichen Hälfte des Horizonts Untergangspunkt (Ug_1, Ug_2). Der Aufgang bzw. Untergang eines Gestirns findet statt, wenn sein Mittelpunkt mit einem dieser Punkte zusammenfällt.

Der Abweichungsparallel oder die scheinbare Bahn der Gestirne wird durch Aufgangs- und Untergangspunkt in zwei Teile geteilt, von denen der über dem Horizont liegende oder sichtbare Teil Tagbogen (*Ag Ko Ug*), der unter dem Horizont liegende oder unsichtbare Teil Nachtbogen (*Ug Ku Ag*) heißt. Diese Bezeichnungen sind von der Sonne hergenommen, indem nach Fig. 2 die der Sonne zugekehrte Hälfte der Erdoberfläche hell erleuchtet ist und Tag hat, während die abgekehrte Hälfte dunkel ist und Nacht hat. Erstere heißt daher auch Tageshalbkugel, letztere Nachthalbkugel. Infolge der Erddrehung ist ein Beobachter im allgemeinen während eines Teils der Umdrehungszeit in der Tageshalbkugel und sieht die Sonne über seinem Horizont (Tagbogen), während des anderen Teiles ist er in der Nachthalbkugel und sieht sie nicht (Nachtbogen). Kommt er auf die Grenze zwischen Tag- und Nachthalbkugel, so steht für ihn die Sonne im Horizont und geht auf oder unter.

Der Meridian halbiert alle Tag- und Nachtbögen der Gestirne. Der Durchgang eines Gestirns durch den oberen Meridian heißt



oberer Meridiandurchgang oder obere Kulmination (*Ko* in Fig. 14). Sein Durchgang durch den unteren Meridian heißt unterer Meridiandurchgang oder untere Kulmination (*Ku* in Fig. 14). Da der untere Meridiandurchgang nur bei einem geringen Teile der Gestirne wahrnehmbar ist, wird für den oberen Meridiandurchgang oft der Ausdruck Meridiandurchgang oder Kulmination ohne nähere Bezeichnung gebraucht. Die Gestirne erreichen bei der oberen Kulmination ihre größte Höhe über dem Horizont.

Der Zeitpunkt des oberen Meridiandurchgangs der Sonne, wobei sie sich in der Mitte ihres Tagbogens befindet, heißt Mittag. Der Zeitpunkt der unteren Kulmination, wo sie in der Mitte des Nachtbogens steht, Mitternacht.

§ 32. Da ein im Äquator stehendes Gestirn im Ostpunkt aufgeht und im Westpunkt untergeht, so sind die Stundenwinkel seines Aufgangs- und Untergangspunktes gleich 6^h, der ganze Tagbogen beträgt für ein solches Gestirn demnach 12^h und der Nachtbogen ebensoviel. Tag- und Nachtbogen sind einander gleich.

Hat das Gestirn eine positive, d. h. nördliche Abweichung, so liegen nach Fig. 14 Aufgangs- und Untergangspunkt für einen Beobachter auf der nördlichen Halbkugel auf der nördlichen Hälfte des Horizonts, ihre Stundenwinkel sind größer als 6^h, der Tagbogen größer als 12^h und größer als der Nachtbogen. Je größer die Abweichung wird, umsomehr rücken Aufgangs- und Untergangspunkt nach Norden, bis sie im Nordpunkt zusammenfallen, wenn die Abweichung gleich dem Breitenkomplement ($A_1 N$ in Fig. 14) wird. Gestirne, die diese oder eine größere Abweichung haben, sinken überhaupt nicht mehr unter den Horizont, sie sind während ihres ganzen Umlaufs um den Pol sichtbar, ihr Tagbogen ist gleich 24^h, ihr Nachtbogen gleich 0^h, sie heißen sichtbare Zirkumpolarsterne. Bei ihnen ist nicht nur die obere Kulmination (Ko_3 Fig. 14) sichtbar, sondern auch die untere (Ku_3). In der letzteren haben sie ihre kleinste Höhe über dem Horizont.

Hat das Gestirn dagegen eine negative Abweichung, so liegen für den Beobachter auf der nördlichen Halbkugel Aufgangs- und Untergangspunkt in der südlichen Hälfte des Horizonts. Ihre Stundenwinkel sind kleiner als 6^h, ihre Tagbögen daher kleiner als 12^h und erst recht kleiner als die Nachtbögen. Je südlicher die Abweichung wird, um so kleiner wird der Tagbogen, bis Aufgangs- und Untergangspunkt im Südpunkt zusammenfallen und der Tagbogen 0^h, der Nachtbogen 24^h beträgt, wenn die scheinbare Bahn des Gestirns den Horizont im Südpunkt berührt oder die Abweichung gleich dem negativen Breitenkomplement geworden ist. Gestirne mit dieser oder einer noch südlicheren Abweichung heißen unsichtbare Zirkumpolarsterne, weil sie sich nicht über den Horizont erheben. Sie

sind daher weder in der oberen Kulmination (Ko_4) noch in der unteren (Ku_4 Fig. 14) zu sehen.

Für einen Beobachter auf der südlichen Halbkugel gilt dasselbe, mit entsprechender Vertauschung von Nord und Süd. Die Erscheinungen, die dem nördlichen Beobachter Sterne mit nördlicher Abweichung zeigten, zeigen dem südlichen Beobachter solche mit südlicher Abweichung, und was bei dem ersteren Beobachter für Südsterne galt, gilt bei dem letzteren für Nordsterne.

§ 33. Die in den vorigen Paragraphen geschilderten Erscheinungen finden statt für die Beobachter, die sich zwischen Pol und Äquator auf der nördlichen oder der südlichen Halbkugel befinden. Man sagt, daß sie den Himmel in schiefer Stellung sehen.

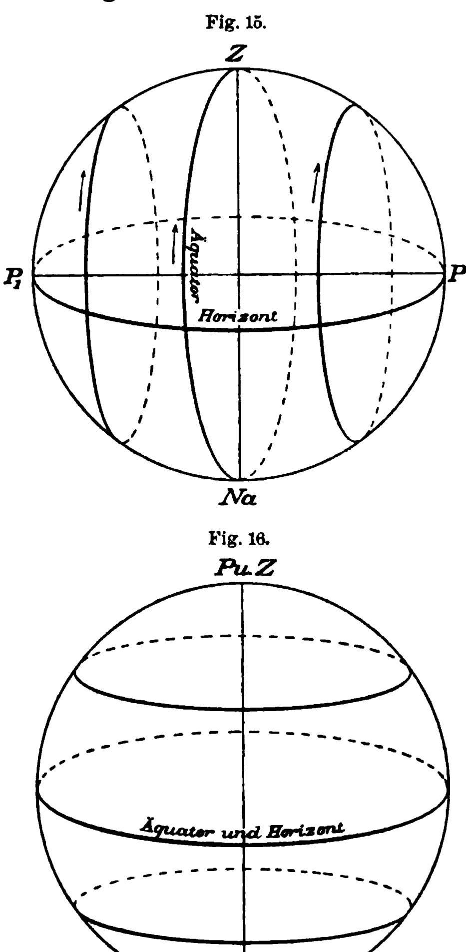


Fig. 15. Fig. 16.

Für den Grenzfall eines Beobachters im Äquator gilt Fig. 15. Das Zenit und das Nadir liegen im Äquator, der Horizont geht durch die beiden Pole (P und P_1) und ist gleich dem Sechsstundenkreis. Die Stundenwinkel der Aufgangs- und Untergangspunkte sind daher nicht von der Abweichung abhängig, sondern sie sind für alle Gestirne gleich 6^h. Der Tagbogen aller Gestirne beträgt somit 12^h und ist gleich dem Nachtbogen. Ein solcher Beobachter sieht den Himmel in gerader Stellung.

Einen zweiten Grenzfall sieht ein Beobachter auf einem der Erdpole, nämlich den Himmel in paralleler Stellung, der in Fig. 16 dargestellt ist. Zenit und Nadir fallen mit den Weltpolen, der Horizont mit dem Äquator zusammen. Es gibt weder Ortsmeridian noch Himmelsrichtungen. Die scheinbaren Sternbahnen sind Höhen-

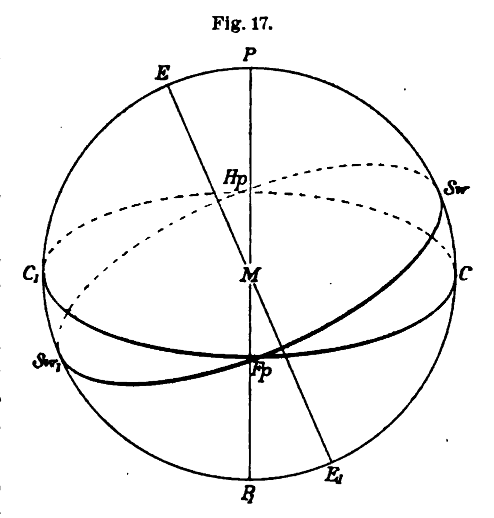
parallele, die Sterne gehen nicht auf und unter, sie haben weder obere noch untere Kulmination. Dem Beobachter am Nordpol bleibt die südliche, dem am Südpol die nördliche Halbkugel des Himmels ewig unsichtbar.

B. Der Jahresumlauf der Erde und die scheinbare Bewegung der Sonne.

1. Das Jahr und der scheinbare Weg der Sonne.

§ **34.** In § 4 haben wir gesehen, daß die Erde die Sonne in der Ebene der Ekliptik in der Richtung von West nach Süd umkreist. Daraus ergibt sich für den Beobachter auf der Erde eine scheinbare Bewegung der Sonne in derselben Richtung, also von West nach Süd. Und zwar durchläuft die Sonne in derselben Zeit, die die Erde zu einem Umlauf braucht, also in einem Jahre, die ganze Ekliptik. Ihre Geschwindigkeit ändert sich dabei nur wenig, sodaß sie täglich rund 1° zurücklegt. Infolgedessen nimmt ihre Länge (§ 27) in einem Tage um etwa 1° zu. Da die Ekliptik aber gegen den Äquator geneigt ist (Fig. 7), so ändert die Sonne durch ihre Bewegung in der Ekliptik von Tag zu Tag ihre Abweichung und ist in der einen Hälfte ihres Umlaufs auf der nördlichen, in der anderen Hälfte auf der südlichen Halbkugel. Infolgedessen ändert sich auch (§ 31) fortwährend ihr Tagbogen, woraus die verschiedene Länge von Tag und Nacht und die Jahreszeiten entstehen. Auch die gerade Aufsteigung der Sonne nimmt infolge ihres jährlichen Umlaufs von Tag zu Tag zu. Die Zunahme beträgt durchschnittlich ebenfalls etwa 1°, ist aber ungleichförmiger als die Zunahme der Länge.

Fig. 17.



An der Hand der Fig. 7 u. 17 wollen wir jetzt den Weg der Sonne im Laufe eines Jahres verfolgen und dabei mit dem Frühlingspunkte (*Fp*) beginnen, den sie in den Tagen vom 19. bis 21. März passiert. Da die Ekliptik im Frühlingspunkt den Äquator schneidet, so ist in diesem Zeitpunkt die Abweichung der Sonne gleich 0° und ihre tägliche Bahn ist der Äquator; sie geht im Ostpunkt auf und im Westpunkt unter, der Tagbogen ist gleich 12^h und gleich dem Nachtbogen. Man sagt, es ist Tag- und Nachtgleiche,

und der Frühlingspunkt heißt daher auch Tag- und Nachtgleichenpunkt (§ 15). Die Meridianhöhe ist gleich dem Breitenkomplement (Fig. 14).

Einen Tag später ist die Abweichung der Sonne dadurch, daß sie in der Ekliptik um etwa 1° fortgeschritten ist, nördlich geworden und beträgt etwa + 0° 23,7′. Dann wird für einen Beobachter auf der Nordhalbkugel der Tagbogen länger als der Nachtbogen, der Stundenwinkel des Aufgangs- und Untergangspunktes größer als 6^h, während auch die Meridianhöhe größer wird. Für einen Beobachter der Südhalbkugel findet das Gegenteil statt, der Tagbogen wird kürzer und die Meridianhöhe kleiner.

Dies geht so fort, indem mit wachsender Abweichung der Tagbogen immer länger und die Meridianhöhe immer größer wird, bis der Höchstwert von beiden erreicht wird, sobald die Sonne ihre größte nördliche Abweichung gleich der Schiefe der Ekliptik (Fig. 7 u. 17) in dem Punkte erreicht, der um 90° von dem Frühlingspunkt abliegt. Dies ist der Sommer-Sonnenwendpunkt (*Sw*), so genannt, weil die Zunahme der Sonnenabweichung hier in Abnahme übergeht. Dieser Punkt wird in den Tagen vom 20. bis 22. Juni erreicht. Die Nordhalbkugel hat dann ihren längsten Tag und die Meridianhöhe der Sonne ist gleich Breitenkomplement + Schiefe der Ekliptik. Die Südhalbkugel hat dagegen ihren kürzesten Tag und die Meridianhöhe ist gleich Komplement der Südbreite — Schiefe der Ekliptik.

Wenn die Sonne weiterwandert, nimmt ihre Abweichung immer mehr ab, die Tage werden kürzer im Norden, länger im Süden, bis sie den Äquator zum zweiten Male im Herbstpunkte (*Hp* Fig. 7 und 17) zwischen dem 22. und 24. September erreicht, und Tag und Nacht gleich lang werden. Dies ist der zweite Tag- und Nachtgleichenpunkt. Danach wiederholt sich das Spiel nur mit Vertauschung von Süd und Nord. Auf der Nordhalbkugel nehmen die Tage weiter ab, auf der Südhalbkugel zu bis zum Winter-Sonnenwendpunkt (Sw_1 Fig. 7 u. 17), den die Sonne zwischen dem 21. und 23. Dezember passiert und wo sie ihre südlichste Abweichung und für einen Beobachter im Norden die kleinste Meridianhöhe gleich Breitenkomplement — Schiefe der Ekliptik, verbunden mit dem kürzesten Tagbogen und dem längsten Nachtbogen, für einen Beobachter im Süden dagegen das Gegenteil, größte Meridianhöhe und längsten Tagbogen, erreicht. Auf dem Wege von diesem Wendepunkte zu dem angenommenen Ausgangspunkte zurück nehmen schließlich die Tage im Norden zu, im Süden ab, bis im Frühlingspunkte selbst wieder Tag- und Nachtgleiche eintritt.

2. Die Jahreszeiten.

§ 35. Das Jahr wird in die vier Jahreszeiten Frühling, Sommer, Herbst und Winter eingeteilt, die ursprünglich von den auf der Nordhalbkugel herrschenden Wärmeverhältnissen abgeleitet sind.



Wenn die Sonne sich zwischen Frühlingspunkt und Sommer-Sonnenwendpunkt befindet, herrscht auf der Nordhalbkugel Frühling, da die längeren Tage und der höher werdende Stand der Sonne um Mittag eine Zunahme der Wärme bringen; auf der Südhalbkugel herrscht dagegen Herbst, weil sie von der Sonne weniger Wärme empfängt. Im Sommer-Sonnenwendpunkt haben Erde und Sonne die in Fig. 2 (S. 6) bei a gezeichnete Stellung. Die der Sonne zugewendete Nordhalbkugel bekommt hier ein Maximum, die abgewendete Südhalbkugel ein Minimum von Wärme, daher beginnt mit diesem Punkte im Norden der Sommer, im Süden der Winter, die bis zur Herbst-Tag- und Nachtgleiche dauern (b in Fig. 2). Danach kommt bis zur Wintersonnenwende im Norden der Herbst, im Süden der Frühling und auf dem letzten Viertel der Ekliptik der Winter für die Nordhalbkugel, der Sommer für die Südhalbkugel, denn in diesen Teilen der scheinbaren Sonnenbahn ist, wie bei c in Fig. 2, der Südpol der Sonne zugeneigt und empfängt mehr Licht und Wärme als die Nordhalbkugel, auf die die Sonnenstrahlen nur unter schrägem Winkel auffallen.

3. Die Zoneneinteilung der Erde.

§ 36. Die Sonne kommt in das Zenit eines Beobachters, wenn ihre Abweichung gleich der geographischen Breite des Beobachtungsortes ist (Fig. 12, S. 23). Sie kann daher an allen denjenigen Orten in das Zenit kommen, deren Breite gleich oder kleiner als die größte Sonnenabweichung, das ist gleich der Schiefe der Ekliptik $= 23° 27'$, ist. Denkt man sich daher die Breitenparallele von $23° 27' N$ und $23° 27' S$ auf der Erdoberfläche gezogen, so schließen sie alle Orte ein, in denen die Sonne in das Zenit gelangen kann. Die zwischen ihnen liegende Zone heißt die heiße Zone, die beiden Breitenparallele selbst nördlicher und südlicher Wendekreis. Der Name kommt daher, daß, wenn man sich diese Kreise vom Erdmittelpunkt aus auf die Himmelskugel projiziert denkt, sie die Abweichungsparallele der Wendepunkte werden.

Wandert man auf der Erde weiter nach Norden, so wird man in eine Breite kommen, wo die Sonne in den Zeitpunkten, wo sie ihre größte nördliche oder südliche Abweichung erreicht, zirkumpolar wird (§ 32). Diese Breite wird nach Fig. 14 (S. 25) gleich $90°$ — Schiefe der Ekliptik $= 66° 33'$ sein. Der zugehörige Breitenparallel wird nördlicher Polarkreis genannt. Ebenso gibt es auch einen südlichen Polarkreis auf $66° 33'$ Südbreite. Die Zonen der Erdoberfläche, die zwischen den Wendekreisen und den zugehörigen Polarkreisen liegen, heißen nördliche und südliche gemäßigte Zone, die von den Polarkreisen abgeschlossenen kleinen Kugelkappen sind die nördliche und südliche kalte Zone.

Für einen Beobachter nördlich des nördlichen Polarkreises ist die Sonne nicht nur in dem einen Augenblick der Sonnenwende zirkum-

polar, sondern eine gewisse Anzahl von Tagen vorher und nachher ebenso, und zwar ist sie bei nördlicher Abweichung sichtbar zirkumpolar, so daß sie überhaupt nicht untergeht und in ihrer unteren Kulmination gesehen werden kann. Sie heißt dann Mitternachtssonne. Bei südlicher Abweichung ist sie dann die gleiche Anzahl von Tagen unsichtbar zirkumpolar und kommt überhaupt nicht über den Horizont.

Für einen Beobachter im Pol selbst kommt die Sonne im Augenblick der Frühlings-Tag- und Nachtgleiche in den Horizont und steigt bis zur Höhe von 23° 27′ empor, um dann wieder zu sinken und bei der Herbst-Tag- und Nachtgleiche unter dem Horizont zu verschwinden. Am Pol ist es daher ein ganzes Halbjahr lang Tag und das andere Halbjahr hindurch Nacht.

Am Südpol liegen die Verhältnisse ebenso mit entsprechender Vertauschung von Süd und Nord und der Jahreszeiten.

C. Die scheinbare Bewegung des Mondes.

§ 37. Die scheinbare Bahn des Mondes am Himmelsgewölbe ist derjenige größte Kreis, in dem die Ebene der Mondbahn die Himmelskugel trifft. Die Neigung dieses Kreises gegen die Ekliptik ist gleich der Neigung der Ebene der Mondbahn gegen die Ebene der Erdbahn. Die Durchschnittspunkte der scheinbaren Mondbahn mit der Ekliptik heißen Knoten der Mondbahn, und zwar ist derjenige, durch welchen der Mond nach Norden wandert, der aufsteigende, der andere der absteigende Knoten. Der Mond durchläuft diese Bahn in der Richtung von West über Süd nach Ost und braucht dazu etwa einen Monat, so daß er in einem Tage sich zwischen den Fixsternen um durchschnittlich 13° 11′ weiterbewegt, gegen nicht ganz 1° bei der Sonne. Seine Abweichung ändert sich dabei fortdauernd und erreicht einmal im Laufe des Monats einen größten nördlichen und einmal einen größten südlichen Betrag, und geht zweimal durch den Äquator.

Die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik schwankt zwischen 5° und 5° 18′ und auch die Knoten der Bahn ändern ihren Ort fortwährend, sie durchlaufen die Ekliptik von Ost über Süd nach West in etwa $18^2/_3$ Jahren. Infolge dieser doppelten Bewegung der Mondbahn ändert sich auch die größte Abweichung, die der Mond erreichen kann, von Monat zu Monat, sie schwankt zwischen 18° 9′ und 28° 45′.

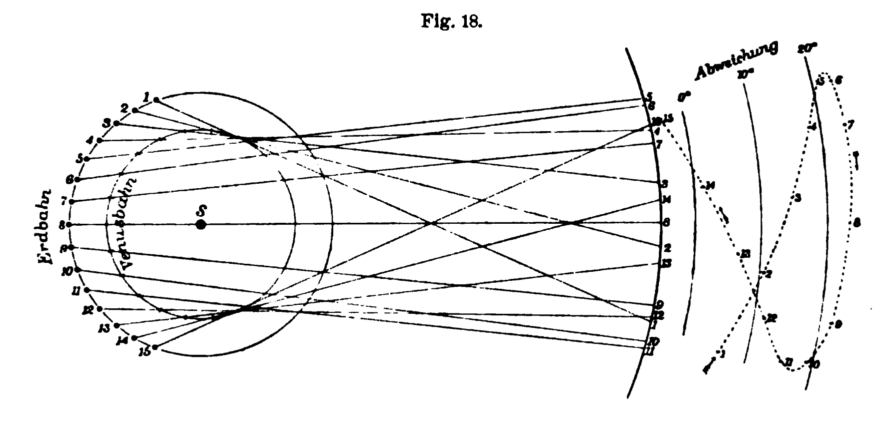
Sonnen- oder Mondfinsternisse (§§ 8 u. 9) können offenbar nur dann eintreten, wenn der Mond sich bei Neumond oder Vollmond in einem der Knoten seiner Bahn oder in ihrer unmittelbaren Nähe befindet.

Die Umlaufszeit des Mondes oder die Zeit, die von einem Vollmond bis zum nächsten verstreicht, wird zum Unterschied vom bürgerlichen Monat (§ 54) synodischer Monat oder Lunation (§ 7) genannt. Ihre Dauer beträgt $29^d\ 12^h\ 44^m\ 2{,}9^s$.



D. Die scheinbare Bewegung der Planeten.

Fig. 18.



§ 38. Die Bahnen, welche die Planeten scheinbar am Himmel beschreiben, sind infolge des Zusammenwirkens der Jahresbewegung der Erde mit den Umlaufsbewegungen der Planeten selbst um die Sonne sehr verwickelt. Bald scheinen sie zwischen den Fixsternen von West nach Süd vorzueilen, bald stehen sie still, um danach eine rückläufige Bewegung von Ost nach Süd anzunehmen und dann nach Bildung einer Schleife wieder rechtläufig zu werden.

Fig. 18 zeigt rechts eine solche Schleife, die die Venus im Jahre 1904 beschrieben hat, wie sie sich, von der Erde aus gesehen, am Himmelsgewölbe darstellt. Die linke Seite der Figur gibt die Erklärung, wie dieser scheinbare Weg durch die gegenseitige Stellung von Erde und Venus und ihre verschiedenen Geschwindigkeiten in ihren Bahnen hervorgebracht wird.

E. Die scheinbare Bewegung der Fixsterne.

1. Allgemeines.

§ 39. Bisher ist von den Fixsternen als von unbeweglich am Himmelsgewölbe feststehenden Gestirnen gesprochen worden. Dies ist jedoch nicht in aller Strenge richtig, denn auch die Fixsterne führen ganz kleine Bewegungen aus, die sich jedoch erst in längeren Zeiträumen bemerkbar machen und so unbedeutend sind, daß sie für die Navigation nicht in Betracht kommen. Hierhin gehört erstens die Eigenbewegung, kleine geradlinig fortschreitende Ortsveränderungen, die einzelne Fixsterne gegenüber der großen Masse der übrigen aufweisen, zweitens die näher zu besprechenden scheinbaren Bewegungen infolge Parallaxe und Aberration und drittens soll hier die Präzession der Nachtgleichen behandelt werden, die eigentlich eine Bewegung der Weltachse ist und die Koordinaten der Gestirne ändert, aus diesem Grunde aber so wirkt, als ob die Fixsterne kleine Bewegungen ausführten.

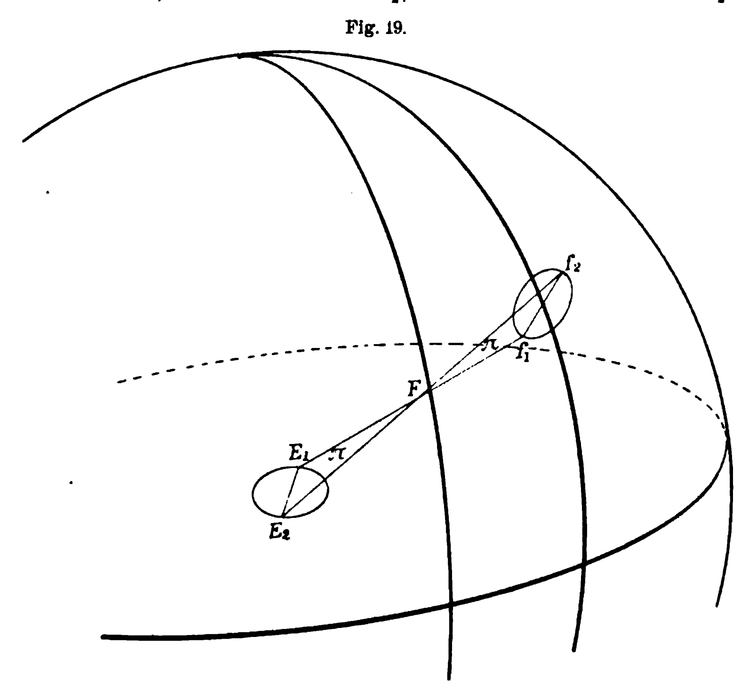
Diese vier Ursachen wirken zusammen dahin, daß die Örter auch der Fixsterne dauernd kleine Verschiebungen erleiden, sodaß man den scheinbaren Ort, d. h. die gerade Aufsteigung und Abweichung, die ein solcher Stern in einem bestimmten Zeitpunkt wirklich hat, nicht ein für allemal angeben kann, sondern ihn für die einzelnen Tage des Jahres vorausberechnen muß. Dies geschieht in den astronomischen oder nautischen Jahrbüchern (§§ 63 bis 67).

Für die Navigation genügt im allgemeinen der mittlere Ort, nur bei polnahen Sternen muß der scheinbare Ort benutzt werden, da für diese die Unterschiede beider Örter größere Beträge erreichen.

2. Die Parallaxe.

§ 40. In Fig. 19 stelle E_1 E_2 die Erdbahn und F einen Fixstern dar. Befindet sich die Erde in E_1, so scheint der Fixstern an der Stelle f_1 des Himmelsgewölbes zu stehen, befindet sie sich in E_2, so erscheint der Fixstern in f_2. Der

Fig. 19.

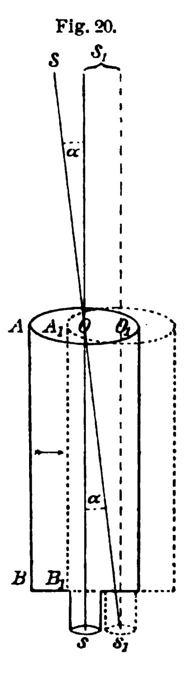


Fixstern beschreibt im Laufe eines Jahres eine kleine Ellipse am Himmelsgewölbe, die das perspektivische Abbild der Erdbahn ist. Die große Achse dieser Ellipse in Winkelmaß heißt Parallaxe. Sie ist gleich dem Winkel π, unter dem der Durchmesser der Erdbahn vom Fixstern aus gesehen erscheint.

3. Die Aberration des Lichtes.

§ 41. In Fig. 20 ist ein Lichtstrahl ($SO\,s_1$) dargestellt, der, von dem Stern S ausgehend, bei O die Mitte des Objektivs des Fernrohrs AB trifft. In dem Zeitraum, den das Licht braucht, um von O bis zum Okular (s_1) zu gelangen, ist





das Fernrohr AB durch die Bewegung der Erde in die Lage $A_1 B_1$ gelangt, sodaß der Lichtstrahl bei s_1 auch die Mitte des Okulars trifft. Er hat das Fernrohr also in seiner Achse durchsetzt, die in dem Augenblick, wo der Beobachter den Stern sieht, die Lage $s_1\ O_1$ hat. In der dadurch bestimmten Richtung, d. h. in S_1 liegt der Ort, an dem der Stern erscheint. Der kleine Winkel α zwischen der wahren und der scheinbaren Richtung nach dem Stern heißt Aberration.

Infolge der jährlichen Aberration, die durch den Jahresumlauf der Erde um die Sonne entsteht, scheinen die Fixsterne kleine Ellipsen am Himmelsgewölbe um ihren wahren Ort zu beschreiben, deren große Halbachse gleich 20,47″ ist. In der Ekliptik schrumpfen diese Ellipsen zu geraden Linien zusammen und gehen an den Polen der Ekliptik in Kreise über.

Das Vorhandensein der jährlichen Aberration ist einer der Beweise für die Richtigkeit des Kopernikanischen Weltsystems (§ 2).

Die tägliche Aberration, die durch die Drehung der Erde um ihre Achse hervorgerufen wird, ist viel kleiner als die jährliche.

4. Die Präzession der Nachtgleichen.

§ 42. Der Mond und die Sonne üben auf den Äquatorwulst der abgeplatteten Erde eine Anziehung aus und suchen diesen Wulst in ihre Bahnebene zu ziehen. An der Erdachse äußert sich dies Bestreben als eine aufrichtende Wirkung, indem sie in eine Stellung senkrecht zur Mondbahn und zur Ekliptik gezogen wird. Die Erde kann aber dieser Anziehung nicht folgen, da sie infolge ihrer täglichen Drehung sich wie ein Kreisel verhält und als solcher die Richtung ihrer Drehachse mit großer Kraft festzuhalten sucht. Das Ergebnis dieser beiden gegeneinander wirkenden Kräfte ist eine langsame kegelförmige Bewegung der Erdachse um die Ekliptikachse, sodaß die Erdachse stets dieselbe Neigung gegen die Ekliptik beibehält und der Weltpol am Himmelsgewölbe einen Kreis mit dem sphärischen Radius 23° 27′ um den Ekliptikpol (E auf den Sternkarten Tafel I A und I B) beschreibt.

Die Bewegungsrichtung ist für einen von Norden her von außen auf die Erde schauenden Beobachter im Sinne des Uhrzeigers. Für einen Beobachter auf der Erde, der von unten her nach dem Ekliptikpol emporschaut, in entgegengesetztem Sinne. Der Weg des Nordpoles führt daher (Tafel I A) von dem jetzigen Polstern nach dem Sternbilde Cepheus, dann nach dem der Lyra, wo er nicht weit von dem Stern Wega vorbeigeht, der daher nach 12 000 Jahren Polstern sein wird, um dann zwischen den Sternbildern Hercules und Draco, und dicht an dem Stern α des letzteren vorbei zu seinem jetzigen Platze zurückzukehren, den er nach 25 700 Jahren wieder erreichen wird. Der Weg des Südpoles (Tafel I B) geht durch das Sternbild Argo navis dicht an dessen Stern γ vorbei, der nach 8000 Jahren südlicher Polarstern sein wird, ferner durch die Sternbilder Dorado und Hydrus.

Infolge dieser kegelförmigen Bewegung der Erdachse verschieben sich auch die Durchschnittspunkte des senkrecht auf ihr stehenden Äquators mit der Ekliptik oder die Nachtgleichenpunkte um rund 50,3″ im Jahre im Sinne des Uhrzeigers. Dies hat der Erscheinung den Namen Präzession oder Rückgang der Nachtgleichen gegeben. Auf Tafel I A, die die Unteransicht des Himmelsgewölbes zeigt, erfolgt die Bewegung des Frühlings- und Herbstpunktes gegen den Uhrzeiger; auf Tafel I B im Sinne des Uhrzeigers.

Die Präzession bewirkt, daß die Längen aller Fixsterne im Jahre um 50,3″ zunehmen, während die Breiten unverändert bleiben, und daß auch die geraden Aufsteigungen im allgemeinen zunehmen, allerdings in verschiedener Weise bei den einzelnen Sternen, und daß die Abweichungen sich dauernd verändern.

Vierter Abschnitt.

Die Zeit.

A. Allgemeines.

§ 43. Als Maß der Zeit dienen regelmäßig verlaufende Vorgänge in der Natur, oder an künstlichen Einrichtungen, die in letzterem Falle ein Zählwerk, Uhr genannt, in Bewegung setzen. So dient z. B. das Auslaufen bestimmter Mengen von Wasser oder Sand aus einem Behälter zur Konstruktion von Wasseruhren oder Sanduhren, die Schwingungen eines Pendels bestimmter Länge zum Betrieb von Pendeluhren. Auf See bedient man sich zur Zeitmessung der Seeuhren oder Chronometer, bei denen die Schwingungen eines Metallreifens, der unter dem Einfluß abwechselnd und in entgegengesetzter Richtung auf ihn einwirkender gespannter Federn steht, gezählt werden. Sie werden in Teil VI eingehend besprochen werden. Die regelmäßigsten von der Natur gelieferten periodischen Vorgänge sind aber die Drehung der Erde um ihre Achse und ihr Umlauf um die Sonne. Sie sind daher schon von altersher als das Grundmaß der Zeit angenommen worden und dienen zur Kontrolle aller irdischen Zeitmessungsapparate, die man zur weiteren Einteilung der Grundmaße nötig hat.

Das Wort Zeit dient abkürzend zur Bezeichnung der beiden Begriffe Zeitraum und Zeitpunkt, welche der besseren Verständlichkeit halber im folgenden getrennt werden sollen. Der Zeitraum ist der durch die Erfahrung unmittelbar gegebene Zeitbegriff und tritt in Wendungen wie »in der Zeit eines Tages; während eines Jahres; eine Stunde lang« auf. Der Zeitpunkt ist nur in Verbindung mit der Zeitrechnung (§§ 53 und 54) verständlich, indem man zur Einordnung eines Ereignisses in die Reihenfolge der übrigen den Zeitraum angibt, der seit einem bestimmten, allgemein zu diesem Zweck angenommenen Vorgang, dem Beginn der Zeitrechnung, bis zu seinem Eintritt verflossen ist. Ausdrücke wie »um 7^h morgens; mittags; welche Zeit ist es?« beziehen sich auf Zeitpunkte.

B. Die Zeit als Zeitraum.

a. Die verschiedenen Tage.

§ 44. Da man weder die Drehung der Erde noch ihren Umlauf um die Sonne direkt wahrnehmen kann, so muß man die dadurch hervorgerufenen scheinbaren Bewegungen der Gestirne zur



Zeitmessung benutzen. Die kleinste natürliche Zeiteinheit ist daher der Zeitraum, den ein Gestirn zu einem vollen scheinbaren Umlauf um die Erde gebraucht. Dieser Zeitraum heißt ein Tag.

Der Tag beginnt mit dem Durchgang des Gestirns durch die obere Hälfte des Ortsmeridians, seine obere Kulmination, und endet mit der nächsten oberen Kulmination des Gestirnes.

Die Tage sind von verschiedener Länge, je nach dem betrachteten Himmelskörper, da diese außer der durch die Erddrehung verursachten scheinbaren Bewegung noch andere scheinbare Bewegungen an der Himmelskugel ausführen und daher verschieden lange Zeiträume gebrauchen, um von einer oberen Kulmination zur nächsten zu kommen.

Man unterscheidet danach:

Sterntag, d. i. die Zeitdauer des scheinbaren Umlaufs eines seinen Ort nicht ändernden Fixsterns. Er ist gleich dem Zeitraum, den die Erde zu einer vollen Umdrehung um ihre Achse braucht. Statt Sterntag sagt man auch Frühlingspunktstag, da der Frühlingspunkt seinen Platz am Himmel nicht ändert.

Sonnentag, d. i. die Zeitdauer des scheinbaren Umlaufs der Sonne. Er ist länger als der Sterntag, da die Sonne zwischen zwei Kulminationen ihren Ort ein wenig entgegen der Richtung des täglichen Umlaufs der Fixsterne verschiebt.

Mondtag, d. i. die Zeitdauer des scheinbaren Umlaufs des Mondes. Er ist noch länger als der Sonnentag, da die Ortsveränderungen des Mondes nach derselben Richtung aber bedeutend schneller vor sich gehen, als die der Sonne.

Venustag, Marstag usw. werden als Planetentage zusammengefaßt. Sie sind bald länger bald kürzer als der Sterntag.

Infolge der großen Unregelmäßigkeit der Planeten und des Mondes sind ihre Tage von sehr verschiedener Dauer und daher als Zeitmaß nicht zu gebrauchen. Man benutzt daher in der Navigation nur den Frühlingspunktstag und den Sonnentag dazu.

Ein Tag (^{d}) wird in 24 gleiche Teile geteilt, die Stunden (^{h}) heißen. Jede Stunde hat 60 Minuten (^{m}) und jede Minute 60 Sekunden (^{s}). Es ist also:

$$1^d = 24^h,$$
$$1^h = 60^m,$$
$$1^m = 60^s.$$

b. Der Frühlingspunktstag und die Frühlingspunktszeit oder Sternzeit.

§ 45. Der Frühlingspunktstag beginnt mit einer oberen Kulmination des Frühlingspunktes und endet mit der nächstfolgenden. Daher ist es 0^h Frühlingspunktszeit oder Sternzeit, wenn dieser Punkt

sich in oberer Kulmination befindet, oder wenn sein Stundenwinkel ebenfalls $= 0^h$ ist. Kehrt er nach einem Umlauf wieder zum oberen Meridian zurück, so ist sein Stundenwinkel $= 24^h$ und auch die Frühlingspunktszeit ist 24^h. Da nun die Bewegung des Frühlingspunktes in seiner scheinbaren Bahn, dem Äquator, eine gleichmäßige ist, so wird gerade eine Stunde Frühlingspunktszeit nach der oberen Kulmination verflossen sein, wenn der Stundenwinkel des Frühlingspunktes gleich 1^h ist. 2^h Frühlingspunktszeit wird sein, wenn der Stundenwinkel des Frühlingspunktes gleich 2^h ist usw.

Daher kommt es, daß man den Stundenwinkel des Frühlingspunktes als Maß der Frühlingspunkts- oder Sternzeit (Fp. Zt.) benutzt und daß umgekehrt der Stundenwinkel des Frühlingspunktes gleich der seit Beginn des Frühlingspunktstages verflossenen Frühlingspunktszeit ist.

In der Praxis bedient man sich zur Messung der Frühlingspunktszeit solcher Uhren, die nach Frühlingspunktszeit reguliert, d. h. so konstruiert sind, daß sie in einem Frühlingspunktstage genau 24 Stunden anzeigen. Stellt man eine solche Uhr im Augenblick, wo der Frühlingspunkt kulminiert, auf 0^h, so kann man auf ihr jederzeit den abgelaufenen Teil des Frühlingspunktstages nach Stunden, Minuten und Sekunden ablesen, womit auch sogleich der jeweilige Stundenwinkel des Frühlingspunktes gegeben ist.

Die astronomischen Uhren sind meistens in dieser Weise reguliert.

c. Der wahre Sonnentag und die wahre Sonnenzeit.

§ 46. Der Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden oberen Kulminationen des Mittelpunktes der sichtbaren Sonnenscheibe heißt: Wahrer Sonnentag. Infolge der verschiedenen Geschwindigkeit, mit der die Sonne ihren Ort ändert, sind die wahren Sonnentage von verschiedener Dauer. Eine Uhr, die in einem solchen Tage genau 24 Stunden anzeigt, würde dies an dem folgenden Tage schon nicht mehr tun und müßte umreguliert werden und so fort. Daher ist der wahre Sonnentag als Zeitmaß nicht zu brauchen. Dagegen braucht man in der Navigation den Stundenwinkel der wahren Sonne und nennt ihn in Anlehnung an die Übereinstimmung zwischen Frühlingspunktszeit und Stundenwinkel des Frühlingspunktes wahre Sonnenzeit (w. Zt.). Die wahre Sonnenzeit oder meistens kurz wahre Zeit genannt, ist also gar kein Zeitmaß, sondern der Stundenwinkel des Mittelpunkts der wirklichen Sonnenscheibe.

d. Der mittlere Sonnentag und die mittlere Sonnenzeit.

§ 47. Ebensowenig wie die wahre Sonnenzeit, ist die Frühlingspunktszeit für die bürgerliche Zeitrechnung geeignet, da die Kulmination des Frühlingspunktes oder der Anfang des Frühlingspunktstages



infolge der scheinbaren jährlichen Sonnenbewegung im Laufe des Jahres auf verschiedene Tageszeiten, bald in die Nacht, bald auf den Tag fällt.

Man hat deshalb den mittleren Sonnentag und die mittlere Sonnenzeit (m. Zt.) eingeführt. Sie werden veranschaulicht durch eine gedachte, die sogenannte mittlere Sonne, die folgende Eigenschaften hat: Ihr scheinbarer Jahresumlauf vollzieht sich in demselben Zeitraum, wie der der wahren Sonne, und ihr jeweiliger Ort am Himmel ist dadurch bestimmt, daß sie gleichzeitig mit der wahren Sonne vom Frühlingspunkt ausgeht, aber nicht wie diese in der Ekliptik, sondern auf dem Äquator ihren Jahresumlauf von West über Süd nach Ost vollendet und zwar mit gleichmäßiger Geschwindigkeit, sodaß ihre gerade Aufsteigung an jedem Tage um den sich dauernd gleichbleibenden Betrag von 0° 59′ 8,4″ zunimmt.

Der mittlere Sonnentag ist der Zeitraum, der zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen der mittleren Sonne verstreicht. Er ist stets von derselben Dauer und wird wie die anderen Tage in 24 Stunden zu je 60 Minuten zu je 60 Sekunden eingeteilt.

Der Beginn des mittleren Sonnentages wird in der Astronomie und Navigation verschieden von der bürgerlichen Zeitrechnung angenommen. Der astronomische mittlere Sonnentag beginnt mit dem oberen Meridiandurchgang der mittleren Sonne, dem mittleren Mittag.

Seine Stunden werden durchlaufend von 0^h bis 24^h gezählt.

Der bürgerliche mittlere Sonnentag beginnt mit dem unteren Meridiandurchgang der mittleren Sonne, der mittleren Mitternacht. Er wird in zwei Hälften geteilt, deren eine, der Vormittag (V. M.), von Mitternacht bis Mittag, deren andere, der Nachmittag (N. M.), von Mittag bis Mitternacht reicht.

In beiden Hälften werden, von Mitternacht bzw. Mittag ausgehend, die Stunden von 0^h bis 12^h gezählt. In einigen Staaten, z. B. Italien, wird auch die bürgerliche Zeit von Mitternacht zu Mitternacht bis 24 Stunden gezählt, sodaß z. B. 3 Uhr nachmittags dort 15 Uhr heißt.

Der astronomische Tag beginnt 12 Stunden später als der bürgerliche.

Die Mängel, welche die wahre Sonnenzeit und die Frühlingspunktszeit für das bürgerliche Leben ungeeignet machten, sind demnach bei der mittleren Sonnenzeit oder der mittleren Zeit, wie sie kurzweg auch genannt wird, vermieden. Die Tage sind erstens gleichlang und dadurch, daß das Jahr genau ebensoviel mittlere wie wahre Sonnentage hat, und die mittlere Sonne infolgedessen immer wieder mit der wahren im Frühlingspunkt zusammentrifft, können sich zweitens die Unterschiede zwischen den Meridiandurchgängen der mittleren und der wahren Sonne niemals zu großen Beträgen aufsummen, der vorkommende Höchstwert ist $16^1/_2{}^m$.

Die mittlere Sonne durchläuft den Äquator in der Richtung von Süd nach West, von oberer Kulmination zu oberer Kulmination in 24 Stunden mittlerer Zeit. Ihr Stundenwinkel wächst in diesem Zeitraum von 0^h bis 24^h und da ihre Bewegung eine gleichförmige ist, so findet auch in den Unterabteilungen Übereinstimmung zwischen mittlerer Zeit und Stundenwinkel der mittleren Sonne statt.

Die seit Beginn des astronomischen mittleren Sonnentages verflossene mittlere Zeit ist gleich dem Stundenwinkel der mittleren Sonne und umgekehrt.

Die Uhren, deren man sich im gewöhnlichen Leben zur Zeitmessung bedient und auch die meisten Schiffschronometer sind nach mittlerer Zeit reguliert.

e. Beziehungen zwischen dem Winkelmaß des Stundenwinkels und dem Zeitmaß.

§ 48. Da nach dem vorhergehenden der Stundenwinkel, der vielfach in Winkelmaß gegeben ist, als Maß der Zeit erscheint, so ist die Verwandlung des einen dieser Maße in das andere eine in der Navigation häufige Aufgabe. Man kann sie im Kopfe nach folgenden Regeln lösen, oder sich der dazu berechneten Tafeln bedienen.

α. Verwandlung von Winkelmaß in Zeitmaß.

Die Anzahl der Grade wird durch 15 dividiert, die Ganzen des Quotienten geben die Anzahl der Stunden an. Der verbleibende Rest wird mit 4 multipliziert und dadurch in Zeitminuten übergeführt. Die Anzahl der gegebenen Winkelminuten wird durch 15 dividiert und das Resultat zu den von der Verwandlung der Grade her schon vorhandenen Zeitminuten hinzugefügt. Der verbleibende Rest wird wieder mit 4 multipliziert, wodurch er in Zeitsekunden ausgedrückt wird. Dazu kommen dann noch die Zeitsekunden, die durch Division der gegebenen Winkelsekunden durch 15 erhalten werden.

Beispiel.

Der Stundenwinkel 110° 47′ 36,5″ ist in Zeitmaß auszudrücken.

	110°	: 15 =	7^h			Rest 5°
daher	5°	× 4 =		20^m		
	47′	: 15 =		3^m		Rest 2′
daher	2′	× 4 =			8^s	
	36,5″	: 15 =			$2{,}43^s$	
	110° 47′ 36,5″	=	7^h	23^m	$10{,}43^s$	

β. Verwandlung von Zeitmaß in Winkelmaß.

Die Anzahl der gegebenen Stunden wird mit 15 multipliziert und die Anzahl der gegebenen Zeitminuten durch 4 dividiert. Die Summe des erhaltenen Produkts und der Ganzen des Quotienten ist die Anzahl der Grade. Der verbleibende Rest von Zeitminuten wird

mit 15 multipliziert und die gegebenen Zeitsekunden durch 4 dividiert. Die Ganzen dieses Quotienten zu dem Produkt addiert, geben die Winkelminuten. Der Rest von Zeitsekunden mit 15 multipliziert, gibt die Winkelsekunden.

Beispiel.

Der Stundenwinkel von $14^h\ 43^m\ 18{,}69^s$ soll in Winkelmaß ausgedrückt werden.

	14^h	$\times\ 15 =$	210°	
	43^m	$:\ 4 =$	10°	Rest 3^m
daher	3^m	$\times\ 15 =$	$45'$	
	$18{,}69^s$	$:\ 4 =$	$4'$	Rest $2{,}69^s$
daher	$2{,}69^s$	$\times\ 15 =$	$40{,}35''$	
	$14^h\ 43^m\ 18{,}69^s$	$=$	$220^\circ\ 49'\ 40{,}35''$	

In dieser Weise können die Verwandlungen bei einiger Übung leicht im Kopf ausgeführt und das Resultat unmittelbar hingeschrieben werden.

Wer diese Übung nicht hat und sich nicht erwerben will, findet in Tafel 7a und 7b der Nautischen Tafeln (§ 68) ein Hilfsmittel, mit dem diese Umwandlungen ebenfalls ausgeführt werden können.

f. Verwandlung von Minuten und Sekunden in Stundenbruch und von Stunden in Tagesbruch.

§ 49. **Bei einigen nautischen Aufgaben müssen Zeiträume, die in Stunden, Minuten und Sekunden angegeben sind, in Bruchteilen eines Tages ausgedrückt werden. Die Anzahl von Sekunden wird durch 60 dividiert und dadurch in Dezimalteile von Minuten verwandelt, z. B. sind $27^s = 0{,}45^m$. Ebenso verwandelt man Minuten in Dezimalteile von Stunden. Für diese Verwandlungen kann man auch Tabelle 6 des Anhangs dieses Bandes benutzen. Die Stunden werden durch Division mit 24 in einen Tagesbruch verwandelt. (Wer das Einmaleins von 24 nicht im Kopfe hat, dividiert zweimal, entweder durch 2 und 12 oder durch 4 und 6). Statt diese Divisionen auszuführen, kann man auch Tafel 27 der Nautischen Tafeln (§ 68) benutzen, die den entsprechenden Tagesbruch unmittelbar liefert.**

Beispiel.

$3^d\ 15^h\ 26^m$ sind in Tagen auszudrücken.

Es ist $15^h\ 26^m = 15{,}43^h$. Ferner $15{,}43 : 4 = 3{,}858 : 6 = 0{,}643$,
daher $3^d\ 15^h\ 26^m = 3{,}643^d$.

Nach Tafel 27 sind

$15^h\ 20^m$	$=$	$0{,}639^d$	Differenz für 10^m	$= +\ 0{,}007^d$
6	$=$	$0{,}004$	„ „ 6	$= \dfrac{6 \times 0{,}007}{10}$
$3^d\ 15^h\ 26^m$	$=$	$3{,}643^d$		$= 0{,}004$

g. Das Verhältnis von Frühlingspunktszeit und mittlerer Zeit.

§ 50. **Ein bestimmter Zeitraum kann sowohl in Frühlingspunktszeit wie in mittlerer Zeit ausgedrückt werden. Die Anzahl von Stunden, Minuten und Sekunden eines und desselben Zeitraumes**

ist bei der Angabe in Frühlingspunktszeit größer als bei der Angabe in mittlerer Zeit, und umgekehrt ist ein Zeitraum von 1^h Fp. Zt. kürzer als ein Zeitraum von 1^h m. Zt. Es tritt daher die Frage nach dem Verhältnis der beiden Zeitmaße auf, damit das eine in das andere verwandelt werden kann.

Wenn die mittlere Sonne im Frühlingspunkt steht, fallen der Beginn des Frühlingspunktstages und der des astronomischen mittleren Tages zusammen. Bei Beginn des nächsten Tages ist die mittlere Sonne um ein kleines Stück nach Osten weitergewandert, sodaß der Frühlingspunkt etwas früher in die Kulmination kommt als sie. Dieser Unterschied wird von Tag zu Tag größer und beträgt einen halben Tagesumlauf, wenn sich Sonne und Frühlingspunkt am Himmel gegenüberstehen, und ist bis zu einem ganzen Tagesumlauf angewachsen, wenn die mittlere Sonne wieder in dem Frühlingspunkte angekommen ist. Dies geschieht nach Verlauf eines Jahres, oder, wie im § 54 gezeigt werden wird, nach 365,2422 mittleren Sonnentagen. Daher sind

$$365{,}2422 \text{ mittlere Tage} = 366{,}2422 \text{ Frühlingspunktstage.}$$

Aus dieser Gleichung folgt erstens: Es ist

$$1 \text{ mittlerer Tag} = \frac{366{,}2422}{365{,}2422} = \left(1 + \frac{1}{365{,}2422}\right) \text{ Frühlingspunktstage}$$

oder

$$1^d \text{ m. Zt.} = 24^h\, 3^m\, 56{,}56^s \text{ Fp. Zt.}$$

Durch Division leitet man daraus weiter ab:

$$\begin{aligned} 1^h \text{ m. Zt.} &= 1^h\, 0^m\, 9{,}86^s \text{ Fp. Zt.} \\ 1^m \text{ m. Zt.} &= 1^m\, 0{,}164^s \text{ Fp. Zt.} \\ 1^s \text{ m. Zt.} &= 1{,}0027^s \text{ Fp. Zt.} \end{aligned}$$

Zweitens ergibt sich aus obiger Gleichung:

$$1 \text{ Frühlingspunktstag} = \frac{365{,}2422}{366{,}2422} = \left(1 - \frac{1}{366{,}2422}\right) \text{ mittlere Tage}$$

oder

$$1^d \text{ Fp. Zt.} = 23^h\, 56^m\, 4{,}09^s \text{ m. Zt.}$$

Durch Division folgt daraus weiter:

$$\begin{aligned} 1^h \text{ Fp. Zt.} &= 59^m\, 50{,}17^s \text{ m. Zt.} \\ 1^m \text{ Fp. Zt.} &= 59{,}836^s \text{ m. Zt.} \\ 1^s \text{ Fp. Zt.} &= 0{,}9973^s \text{ m. Zt.} \end{aligned}$$

Die Verwandlung der Zeiten bietet hiernach keine Schwierigkeiten und kann in verschiedener Weise vorgenommen werden.



1. Übergang vom mittleren Zeit-Maß eines Zeitraums auf sein Frühlingspunktszeit-Maß (Sternzeit-Maß).

§ 51. 1. Man multipliziert die mittleren Stunden, Minuten und Sekunden des gegebenen Zeitraumes mit den entsprechenden Faktoren des § 50.

Beispiel.

Der Zeitraum von $2^h\ 48^m\ 31{,}5^s$ m. Zt. ist in Frühlingspunktszeit auszudrücken.

Es sind

$$
\begin{array}{rcll}
2^h \text{ m. Zt.} & = 2 & \times(1^h\ 0^m\ 9{,}86^s) = & 2^h\ 0^m\ 19{,}72^s \text{ Fp. Zt.} \\
48^m\ \text{„} & = 48 & \times\ (1^m\ 0{,}164^s) = & 48^m\ 7{,}87^s\ \text{„} \\
31{,}5^s\ \text{„} & = 31{,}5 & \times\ (1{,}0027^s) = & 31{,}59^s\ \text{„} \\
\hline
2^h\ 48^m\ 31{,}5^s \text{ m. Zt.} & = & & \underline{2^h\ 48^m\ 59{,}18^s \text{ Fp. Zt.}}
\end{array}
$$

2. Da der Unterschied zwischen beiden Zeitmaßen klein ist, so kann man auch setzen:

Frühlingspunktszeit = Mittlere Zeit + Verbesserung,

wo die Verbesserung durch Multiplikation des nach § 49 in mittleren Stunden ausgedrückten Zeitraums mit dem Faktor $9{,}86^s$ gefunden wird.

Beispiel.

Der Zeitraum von $7^h\ 22^m\ 26{,}3^s$ m. Zt. ist in Frühlingspunktszeit auszudrücken.

Es ist $7^h\ 22^m\ 26{,}3^s = 7{,}374^h$, da $26{,}3 : 60 = 0{,}44$ und $22{,}44 : 60 = 0{,}374$ ist. $7{,}374 \times 9{,}86^s = 72{,}7^s = 1^m\ 12{,}7^s$ Fp. Zt.

Der gegebene Zeitraum ist demnach gleich

$$7^h\ 22^m\ 26{,}3^s + 1^m\ 12{,}7^s = \underline{7^h\ 23^m\ 39{,}0^s \text{ Fp. Zt.}}$$

3. Die unter 2. besprochene Verbesserung braucht nicht berechnet, sondern kann aus Tafel 12 (bis 1906 Tafel 3) des Nautischen Jahrbuchs (§ 64) entnommen werden. Die Tafel ist so eingerichtet, daß die Minuten der Verbesserung als Spaltenüberschrift in der obersten Zeile stehen, während die Sekunden der Verbesserung in der ersten Vertikalspalte als Zeilennummer zu finden sind. In der Tafel selbst stehen die mittleren Zeiten, zu denen die aus Spaltenüberschrift und Zeilennummer gebildete Verbesserung gehört. Das kleine Täfelchen in der letzten Spalte dient zum Einschalten, wenn Bruchteile der Sekunden berücksichtigt werden sollen.

Beispiele.

1. Ohne Bruchteile der Sekunde. Der Zeitraum von $8^h\ 52^m\ 34^s$ m. Zt. soll in Frühlingspunktszeit ausgedrückt werden.

In Tafel 12 (3 bis 1906) findet man in der Spalte $+ 1^m$ und der Zeile 27^s die mittlere Zeit $8^h\ 49^m\ 36^s$ und in der Zeile 28^s die mittlere Zeit $8^h\ 55^m\ 41^s$. Die gegebene zu verwandelnde mittlere Zeit hat von der ersteren den Abstand $2^m\ 58^s$, von der letzteren den Abstand $3^m\ 7^s$, sie liegt der ersteren also näher. Somit ist die Verbesserung

$$+ 1^m\ 27^s,$$

und die gesuchte Frühlingspunktszeit wird:

$$8^h\ 52^m\ 34^s + 1^m\ 27^s = \underline{8^h\ 54^m\ 1^s}.$$

Die kleine Überschlagsrechnung, welche von den beiden im Buche stehenden Zeilen der gegebenen Zeit näher liegt, kann im Kopfe gemacht werden.

2. Mit Berücksichtigung der Bruchteile. Die Dauer eines Zeitabschnitts, der in mittlerer Zeit $22^h\ 29^m\ 5{,}8^s$ lang ist, soll in Fp. Zt. angegeben werden.

Gegeben $22^h\ 29^m\ 5{,}8^s$.
Für $22\ \ 25\ \ 19$ ist die Verbesserung $+ 3^m\ 41^s$ (Spalte $+ 3^m$, Zeile 41^s)

Unterschied $3^m\ 46{,}8^s$. Hierfür liegt die Verbesserung nach dem Einschaltungstäfelchen zwischen $+ 0{,}6^s$ und $+ 0{,}7^s$, an ersterer aber näher, sodaß die Gesamtverbesserung

$$+ 3^m\ 41{,}6^s$$

wird. Die gesuchte Dauer des Zeitabschnitts ist daher gleich

$$22^h\ 29^m\ 5{,}8^s + 3^m\ 41{,}6^s = \underline{22^h\ 32^m\ 47{,}4^s \text{ Fp. Zt.}}$$

2. Übergang vom Frühlingspunktszeit-Maß (Sternzeit-Maß) eines Zeitraums auf sein mittleres Zeit-Maß.

§ 52. 1. Man multipliziert die Frühlingspunktszeit, Stunden, Minuten und Sekunden mit den entsprechenden Faktoren aus § 50.

Beispiel.

Ein Zeitraum von $11^h\ 43^m\ 2{,}7^s$ Fp. Zt. soll in m. Zt. verwandelt werden.

11^h Fp. Zt. $= 11 \times (59^m\ 50{,}17^s) = 10^h\ 58^m\ 11{,}87^s$ m. Zt.
43^m „ $= 43 \times (59{,}836^s) = 42^m\ 52{,}95^s$ „
$2{,}7^s$ „ $= 2{,}7 \times (0{,}9973^s) = 2{,}69^s$ „

$11^h\ 43^m\ 2{,}7^s$ Fp. Zt. $= \underline{11^h\ 41^m\ 7{,}51^s \text{ m. Zt.}}$

2. Ebenso wie in § 51,2 kann man setzen:

Mittlere Zeit = Frühlingspunktszeit — Verbesserung,

wo die Verbesserung durch Multiplikation des in Frühlingspunktszeit-Stunden ausgedrückten Zeitraums mit dem Faktor $9{,}83^s$ gefunden wird.

Beispiel.

Wie oben sei der Zeitraum von $11^h\ 43^m\ 2{,}7^s$ Fp. Zt. in m. Zt. zu verwandeln. Es ist $11^h\ 43^m\ 2{,}7^s = 11{,}717^h$, da $2{,}7 : 60 = 0{,}04$ und $43{,}04 : 60 = 0{,}717$ ist. Die Verbesserung ist also

$$9{,}83^s \times 11{,}717 = 115{,}2^s = 1^m\ 55{,}2^s$$

und somit die gesuchte mittlere Zeit gleich

$$11^h\ 43^m\ 2{,}7^s - 1^m\ 55{,}2^s = \underline{11^h\ 41^m\ 7{,}5^s}.$$

3. Diese Verbesserung läßt sich auch aus Tafel 13 (4 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs (§ 64) entnehmen, wo sie aus der Spaltenüberschrift und der Zeilennummer des der gegebenen Frühlingspunktszeit nächsten Tafelwertes zu bilden ist.

Beispiele.

1. Ohne Einschalten. Welche mittlere Zeit bezeichnet den Zeitraum, der gleich lang ist mit $6^h\ 2^m\ 48^s$ Fp. Zt.

Die gegebene Frühlingspunktszeit findet sich in der Spalte $- 0^m$ und zwischen den Zeilen 59^s und 60^s, aber näher an der ersteren liegend. Daher ist die Verbesserung gleich $- 0^m\ 59^s$, und die mittlere Zeit, die einen ebenso langen Zeitraum angibt, ist

$$6^h\ 2^m\ 48^s - 0^m\ 59^s = \underline{6^h\ 1^m\ 49^s}.$$

2. Mit Einschalten. Das Beispiel zu 1 ist mit Hilfe der Tafel 13 (4 bis 1906) zu rechnen.

Die gegebene Frühlingspunktszeit ist $11^h\ 43^m\ 2{,}7^s$.

Aus der Tafel findet man für 11 41 58 die Verbesserung — $1^m\ 55^s$.

Für die Differenz 1 4,7 gibt das Einschalttäfelchen — $0{,}2^s$, die Gesamtverbesserung ist daher gleich — $1^m\ 55{,}2^s$ und die gesuchte m. Zt. wird:

$$11^h\ 43^m\ 2{,}7^s - 1^m\ 55{,}2^s = \underline{11^h\ 41^m\ 7{,}5^s}.$$

C. Die Zeit als Zeitpunkt.

a. Allgemeines.

§ 53. Zur Bezeichnung eines Zeitpunktes dient der Zeitraum, der bis zu seinem Eintritt seit einem allgemein als Anfangspunkt angenommenen Ereignis verflossen ist. Als solche Anfangspunkte werden gebraucht der Beginn des bürgerlichen Tages (in der Nautik auch der des astronomischen mittleren Tages), der Jahresanfang und der Beginn unserer Zeitrechnung, d. h. Christi Geburt. Die Angabe des Anfangspunktes wird meist als selbstverständlich weggelassen. So soll z. B. durch die Angabe »um 9^h vorm.« der Zeitpunkt bezeichnet werden, der eintritt, wenn 9 Stunden seit Beginn des bürgerlichen Tages oder seit der mittleren Mitternacht verflossen sind.

b. Der Kalender.

§ 54. Die Grundlage der Zeitrechnung bildet der Tag. Da dieses Maß für längere Zeiträume aber zu unbequem ist, hat man noch das Jahr, die scheinbare Umlaufszeit der Sonne, und den Monat, die scheinbare Umlaufszeit des Mondes, zu demselben Zwecke eingeführt. Die Länge des Jahres, d. h. der Zeitraum, den die Sonne zum Durchlaufen ihrer scheinbaren Bahn vom Frühlingspunkte aus bis zu ihrer Rückkehr zu ihm im Mittel gebraucht (tropisches Jahr), ist gleich 365,2422166 Tage mittlerer Sonnenzeit $= 365^d\ 5^h\ 48^m\ 47{,}5^s$ m. Zt.

Das bürgerliche Jahr muß dagegen aus einer Anzahl ganzer Tage bestehen, und um es mit der Sonne im großen und ganzen in Übereinstimmung zu erhalten, macht man die bürgerlichen Jahre verschieden lang. Die Regeln, wonach dies geschieht, sind in den verschiedenen Kalendern enthalten.

Das gemeine bürgerliche Jahr hat 365 Tage, ist also um ungefähr $^1/_4$ Tag zu kurz. Es wurde deshalb von Julius Caesar in dem sogenannten Julianischen Kalender 46 v. Chr. in jedem 4. Jahr ein Schalttag eingeschaltet. Jedes 4. Jahr heißt dementsprechend Schaltjahr und hat 366 Tage. In diesem Kalender war aber die Jahresdauer um 0,0077834 Tage zu groß, woraus ein Fehler von annähernd drei Tagen in 400 Jahren folgte. Auf Ver-

anlassung des Papstes Gregor XIII. wurde 1582 dieser Fehler ausgeglichen. Man ließ alle 400 Jahre drei Schalttage ausfallen, und zwar in den Anfangsjahren derjenigen Jahrhunderte, deren erste beide Ziffern nicht durch 4 teilbar sind. Es sind also die Jahre 1700, 1800, 1900 keine Schaltjahre, während 2000 wieder ein Schaltjahr ist. So entstand der in West-Europa angenommene Gregorianische Kalender, welcher dem bei den Griechen und Russen noch gebräuchlichen Julianischen Kalender gegenwärtig um 13 Tage voraus ist.

Die Dauer der Umlaufszeit des Mondes oder eines Mondmonats ist gleich $29^d\ 12^h\ 44^m\ 2{,}9^s$ m. Zt. (§ 37); er ist daher für die bürgerliche Zeitrechnung nicht zu gebrauchen, da die Anzahl der Monate eines Jahres eine ganze Zahl sein muß. Man teilt daher das bürgerliche Jahr in zwölf bürgerliche Monate, von denen der Februar 28 (in Schaltjahren 29), die übrigen 30 oder 31 Tage haben.

c. Ortszeit, Greenwicher Zeit und Längenunterschied.

§ 55. Nach § 47 ist die Tageszeit, d. h. die seit der Kulmination der mittleren Sonne verflossene Zeit gleich dem Stundenwinkel der mittleren Sonne. Dieser Stundenwinkel ist nicht für alle Orte der Erde derselbe, da er vom Ortsmeridian aus gezählt wird. Daher haben nicht alle Orte der Erde gleichzeitig dieselbe Tageszeit, auch fällt der Tagesanfang nicht für alle Orte auf denselben Zeitpunkt. Jeder Ort hat somit seine eigene Zeit, die Ortszeit (O. Zt.) genannt wird.

Alle Orte, die auf demselben Erdmeridian liegen, haben auch einen gemeinsamen Himmelsmeridian und infolgedessen gleiche Ortszeit und denselben Tagesanfang. Man nennt daher die Zeit auch nach demjenigen irdischen Meridian, für den sie Ortszeit ist, z. B. Zeit des Meridians von Berlin, Zeit des Meridians von 120° *O*. Die Zeit des Nullmeridians oder Meridians von Greenwich heißt kurz Greenwich-Zeit (Gr. Zt.).

Je nachdem man den Stundenwinkel der mittleren Sonne oder des Frühlingspunktes bezeichnen will, spricht man von mittlerer Ortszeit (m. O. Zt.), mittlerer Greenwich-Zeit (m. Gr. Zt.), — Frühlingspunkts-Ortszeit — Sternzeit am Ort, Ortssternzeit — (Fp. O. Zt.) und Frühlingspunkts-Greenwich-Zeit (Fp. Gr. Zt.).

§ 56. In Fig. 21 seien a und b zwei Orte der Erdoberfläche, die die geographischen Längen λ_a und λ_b haben. A und B seien ihre Zenite, G die mittlere Sonne. Dann ist die mittlere Ortszeit in a gleich dem Stundenwinkel $APG = t_a$ und die mittlere Ortszeit in b gleich dem Stundenwinkel $BPG = t_b$.

Die Differenz der beiden Ortszeiten oder der Zeitunterschied zwischen beiden Orten ist daher

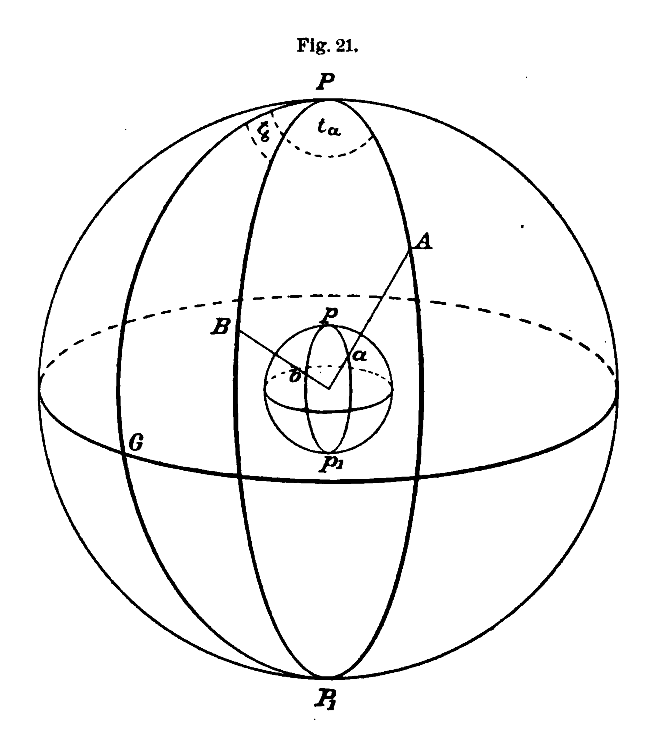
$$\text{m. O. Zt. in } a - \text{m. O. Zt. in } b = t_a - t_b = BPA = \lambda_b - \lambda_a,$$



da der Winkel zwischen den Ortsmeridianen offenbar gleich dem Winkel zwischen den irdischen Meridianen oder gleich der Differenz der geographischen Längen ist. Es gilt daher die Gleichung:

Zeitunterschied = Längendifferenz.

Fig. 21.



Ist die Länge in Winkelmaß, Grad usw. ausgedrückt, so muß sie in Zeitmaß, Stunden usw. nach § 48 verwandelt werden. Sie heißt dann Länge in Zeit (Lg. i. Zt.).

Beträgt der Längenunterschied beispielsweise $15° = 1^h$, so sind richtiggehende m. Zt.-Uhren in den beiden Orten um 1^h auseinander und zwar hat der östlicher gelegene Ort die größere Zeitangabe.

Wenn z. B. die mittlere Sonne in *b* kulminiert, also in *b* Mittag oder 0^h Ortszeit ist, so hat in *a* in demselben Augenblick die Sonne den Stundenwinkel 1^h, und *a* hat die Ortszeit 1^h.

Ferner, wenn es in *a* 6^h ist, ist es in *b* erst 5^h. Würde man eine mittlere Zeit-Uhr, die in *a* richtig geht, nach *b* versetzen, ohne an ihr etwas zu verändern, so würde sie in *b* um eine Stunde vorgehen, d. h. sie würde eine spätere Zeit anzeigen, als die Ortszeit in *b* tatsächlich beträgt.

Beispiel.

In Berlin, das die Länge 13° 23′ 43,5″ *O* hat, wird um $3^h\ 42^m\ 57^s$ auf den Knopf der Telephonleitung nach Königsberg, Länge 20° 29′ 46,5″ *O* gedrückt. Im selben Augenblicke ertönt dort die Glocke; um welche Zeit nach Königsberger Ortszeit ist dies?

Die Längendifferenz ist 7° 6′ 3″ gleich $0^h\ 28^m\ 24{,}2^s$. Da Königsberg östlich von Berlin liegt, ist die Uhr dort schon weiter, sodaß die Glocke

$$\text{um } 3^h\ 42^m\ 57^s + 0^h\ 28^m\ 24{,}2^s = 4^h\ 11^m\ 21^s \text{ m. Königsberger Zt.}$$

ertönt.

Diese Beziehungen werden zur Bestimmung der geographischen Länge benutzt (Teil V §§ 152, 159, 160).

Ebenso kann man unter G in Fig. 21 auch den Frühlingspunkt oder die wahre Sonne verstehen, ohne daß sich die vorstehenden Folgerungen ändern. Daher ist die Längendifferenz auch gleich dem Unterschied der Frühlingspunktszeiten und dem der wahren Zeiten der beiden Orte. Daher ist sowohl

$$\text{m. Zt. in } b = \text{m. Zt. in } a - (\lambda_b - \lambda_a),$$

als auch
$$\text{Fp. Zt. in } b = \text{Fp. Zt. in } a - (\lambda_b - \lambda_a),$$

und
$$\text{w. Zt. in } b = \text{w. Zt. in } a - (\lambda_b - \lambda_a).$$

Dies gilt für Längen westlich von Greenwich. Bei östlichen Längen ist in den Klammern $\lambda_a - \lambda_b$ zu setzen oder die östlichen Längen sind in die obigen Formeln mit negativem Vorzeichen einzuführen.

Ist einer der Orte in Fig. 21, z. B. a, Greenwich selbst, so ist:

$$t_{Gr} = t_b + \lambda_b, \text{ wenn } b \text{ westlich von Greenwich liegt,}$$

und
$$t_{Gr} = t_b - \lambda_b, \text{ wenn } b \text{ östlich von Greenwich liegt.}$$

Daher ist auch:

$$\left.\begin{array}{l}\text{m. Gr. Zt.} = \text{m. O. Zt.} \pm \text{Lg. i. Zt.}\\ \text{Fp. Gr. Zt.} = \text{Fp. O. Zt.} \pm \text{Lg. i. Zt.}\\ \text{w. Gr. Zt.} = \text{w. O. Zt.} \pm \text{Lg. i. Zt.}\end{array}\right\}, \text{ wo } \begin{array}{l}+ \text{ für westliche Längen}\\ - \text{ für östliche Längen}\end{array} \text{ gilt,}$$

und umgekehrt ist:

$$\left.\begin{array}{l}\text{m. O. Zt.} = \text{m. Gr. Zt.} \mp \text{Lg. i. Zt.}\\ \text{Fp. O. Zt.} = \text{Fp. Gr. Zt.} \mp \text{Lg. i. Zt.}\\ \text{w. O. Zt.} = \text{w. Gr. Zt.} \mp \text{Lg. i. Zt.}\end{array}\right\}, \text{ wo } \begin{array}{l}- \text{ für westliche Längen}\\ + \text{ für östliche Längen}\end{array} \text{ gilt.}$$

d. Zonenzeit und gesetzliche Zeit.

§ 57. Da nach dem vorstehenden der Unterschied zwischen der Ortszeit und der Zeit eines anderen Meridians eine Konstante ist, so braucht man die Uhren nicht auf Ortszeit zu stellen, sondern kann sie nach der Zeit eines anderen Ortes regulieren. So pflegt man die Chronometer gewöhnlich so zu stellen, daß sie, wenigstens angenähert, Greenwich-Zeit zeigen. Für den bürgerlichen Gebrauch ist diese Regulierung unter dem Namen Weltzeit ebenfalls vor-



geschlagen worden. Sie hat aber den Nachteil, daß dann der Tagesanfang und der Datumwechsel auf der ganzen Welt im Augenblick der Greenwicher Mitternacht statt haben, die für eine große Reihe von Orten mitten in den Tag und die Arbeitszeit fällt.

Da es aber anderseits für das bürgerliche Leben wünschenswert ist, wenigstens in einem Lande einheitliche Zeit zu haben, damit die Uhren im gleichen Zeitpunkt an allen Orten dieselbe Stunde zeigen, was namentlich für den Reiseverkehr von großer Wichtigkeit ist, so hat man die Zonenzeit eingeführt.

Es gibt 24 Zonenzeiten, sie sind die Zeiten derjenigen Meridiane, die um ganze vielfache von 15° oder um volle Stunden vom Meridian von Greenwich abstehen. Die Zonenzeiten stimmen daher in den Minuten und Sekunden mit der Greenwich-Zeit und untereinander überein und unterscheiden sich davon nur um volle Stunden. Die Greenwich-Zeit selbst heißt auch westeuropäische Zeit, dann folgt die mitteleuropäische Zeit (M. E. Z.) oder die Zeit des Meridians 15° *O* Gr., dann die osteuropäische Zeit oder die des Meridians 30° *O* Gr. usw. Weitere Beispiele sind chinesische Küstenzeit oder 120° *O* Gr., ostamerikanische oder 75° *W* Gr., zentralamerikanische oder 90° *W* Gr. Zeit usw.

Die meisten Länder haben als gesetzliche Einheitszeit diejenige Zonenzeit gewählt, die der Ortszeit ihrer Mittelmeridiane am nächsten kommt, wenn sie ihrer großen Ausdehnung wegen nicht mehrere Zonenzeiten brauchen, wie die Vereinigten Staaten von Nordamerika. Andere Staaten haben dagegen die Zeit ihrer Hauptsternwarten als Einheitszeit angenommen, wie z. B. Frankreich und Rußland.

Eine Zusammenstellung der in den einzelnen Staaten gesetzlichen oder gebräuchlichen Zeiten mit Angabe des Meridians, auf den sie sich beziehen, findet man in Taf. 23 des Nautischen Jahrbuchs (von 1907 ab).

e. Das Datum.

§ 58. Zur Bestimmung eines Zeitpunktes ist außer der Zeitangabe in Stunden und deren Unterabteilungen noch die Benennung des Tages erforderlich. Letzterer wird bezeichnet nach dem Monat und dem Jahr, welchen er angehört, und nach seiner Nummer im Monat, dem Datum. Da man, wie vorher schon erwähnt (§ 47), einen mittags beginnenden astronomischen und einen mit der vorhergehenden Mitternacht beginnenden bürgerlichen Tag unterscheidet, gibt es auch ein bürgerliches und ein astronomisches Datum. Da der astronomische Tag 12^h später beginnt als der bürgerliche, hat der Nachmittag des bürgerlichen Tages das gleiche Datum mit dem astronomischen Tage. Der Vormittag des bürgerlichen Tages ist dem astronomischen Tage im Datum um einen Tag voraus. Man erhält aus der bürgerlichen Zeitangabe die astrono-

mische für die Vormittagszeit, indem man zur bürgerlichen Zeit 12^h hinzuzählt und das Datum um einen Tag zurücksetzt, für die Nachmittagszeit, indem man die Bezeichnung »nachmittags« wegläßt.

Beispiel.

Bürgerliche Zeitrechnung:		Astronomische Zeitrechnung:
8. Januar 8 Uhr vormittags	=	7. Januar 20 Uhr.
3. Februar 5 Uhr nachmittags	=	3. Februar 5 Uhr.

Der Tagesanfang tritt für diejenigen Orte, welche auf 180° Länge liegen, um 12^h früher oder später ein, als der Tagesanfang in Greenwich. Kommt nun ein Schiff von der östlichen Halbkugel (Asien) her mit östlichem Kurse zu diesem Längengrade, so beginnt es ein bestimmtes Datum zu zählen um 12^h früher als man in Greenwich damit beginnt. Ein anderes, von der westlichen Halbkugel (Amerika) her mit westlichem Kurse kommendes Schiff, beginnt sein Datum um 12^h später als die Sternwarte von Greenwich. Die beiden Schiffe sind also um 24^h, d. h. einen Tag, auseinander, und derselbe Tag, den das von Amerika kommende Schiff als 1. Januar bezeichnet, ist für das von Asien kommende bereits der 2. Januar. Das letztere muß daher beim Überschreiten des 180. Grades das Datum der westlichen Halbkugel annehmen, d. h. dasselbe Datum zweimal zählen, sodaß es an zwei aufeinanderfolgenden Tagen 1. Januar hat. Das erstere muß sich nach dem Datum der östlichen Halbkugel richten und vom 31. Dezember gleich zum 2. Januar übergehen, d. h. ein Tagesdatum ausfallen lassen.

Man nennt daher den 180. Grad die Datumgrenze. Die Rücksicht auf Verkehrsverhältnisse und staatliche Zusammengehörigkeit hat auch zu Abweichungen der Datumgrenze vom 180. Grad geführt, so haben z. B. die Tonga- und Fidschi-Inseln sowie das ganze asiatische Festland bis zum Ostkap das Datum der östlichen Halbkugel.

f. Die Umwandlung der Zeiten.

§ 59. Jeder Zeitpunkt kann sowohl nach mittlerer Zeit als nach Frühlingspunktszeit oder nach wahrer Zeit bezeichnet werden. Man kommt daher in der Nautik oft in die Lage, die Angabe eines Zeitpunktes, die in einem dieser Zeitmaße gemacht ist, in eine solche nach einem anderen Zeitmaße zu verwandeln. Man hat z. B. nach einem mittleren Zeit-Chronometer beobachtet, daß ein Stern einen gewissen Zenitabstand zu einer bestimmten mittleren Zeit erreicht hat. Um die Beobachtung zur Ortsbestimmung verwenden zu können, muß man aber die Frühlingspunktszeit dieses Zeitpunktes kennen. Man muß also die mittlere Zeit in Frühlingspunktszeit



verwandeln. Ebenso kommt die umgekehrte Aufgabe und die Verwandlung der wahren Zeit vor.

Zur Bezeichnung des Tages eines Ereignisses oder einer Beobachtung bedient man sich ausschließlich des bürgerlichen oder astronomischen Datums, welches nach dem mittleren Tagesanfang (§ 58) gezählt wird. Ein Datum nach Frühlingspunktstagen gibt es nicht. Dagegen werden die Stunden, Minuten und Sekunden der Bezeichnung eines Zeitpunktes in mittlerer oder Frühlingspunktszeit angegeben. Die Frühlingspunktszeit wird dabei von der nächstvorhergehenden oberen Kulmination des Frühlingspunktes, dem Beginn des Frühlingspunktstages ab gezählt, und da dieser zuweilen schon während des vorhergehenden mittleren Tages stattgefunden hat, ist bei diesen Übergängen besondere Vorsicht geboten.

1. Die Beziehungen zwischen mittlerer Zeit und Frühlingspunktszeit.

§ 60. In Fig. 22a u. b stellt der Kreis den Himmelsäquator, *P* den Pol, *G* die mittlere Sonne, *Fp* den Frühlingspunkt, *P M* den Mittagskreis oder Ortsmeridian und *P Gr* den Meridian von Greenwich vor. *P G* ist dann der Stundenkreis der mittleren Sonne und *P Fp* derjenige des Frühlingspunktes. Dann ist der Winkel *M P Fp*, der westliche Stundenwinkel des Frühlingspunktes (Fp. t_w), gleich der

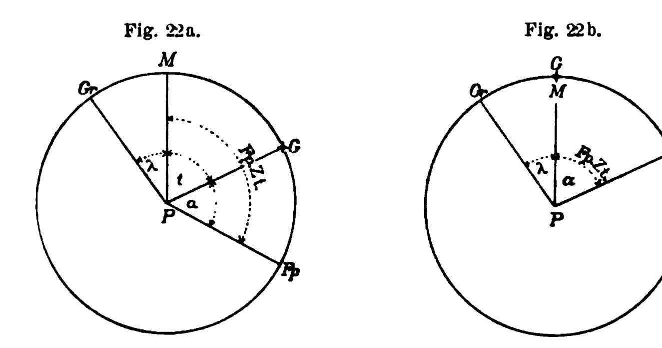


Fig. 22a. Fig. 22b.

Frühlingspunktszeit, Winkel *MPG*, der westliche Stundenwinkel der mittleren Sonne (m. ⊙ t_w), gleich der mittleren Sonnenzeit, der Winkel *Fp P G* nach der Erklärung in § 22 die gerade Aufsteigung der mittleren Sonne (m. ⊙ α) und der Winkel *Gr P M* die westliche Länge (λ). Nach Fig. 22a besteht dann die Beziehung:

$$\text{Fp. } t_w = \text{m.} \odot t_w + \text{m.} \odot \alpha,$$

$$\text{oder Fp. Zt.} = \text{m. Zt.} + \text{m.} \odot \alpha.$$

Steht die mittlere Sonne im Meridian, wie in Fig. 22b, so ist ihr Stundenwinkel gleich Null und die Frühlingspunktszeit ist gleich ihrer geraden Aufsteigung.

4*

Im mittleren Mittag ist Fp. Zt. = m. $\odot\alpha$.

Wenn unter G ein beliebiges Gestirn verstanden wird, so zeigt Fig. 22b, daß die Frühlingspunktszeit stets gleich der geraden Aufsteigung eines gerade kulminierenden Gestirns oder des kulminierenden Meridians ist.

$$\text{Fp. Zt.} = \text{kulm.} * \alpha.$$

Die gerade Aufsteigung der mittleren Sonne ändert sich (§ 47) fortwährend und ist daher für jeden Tag des Jahres für den Zeitpunkt des mittleren Greenwicher Mittags im Nautischen Jahrbuch (N. J.) (§ 64) angegeben. Sie findet sich dort auf Seite I der Monatsephemeriden in der Spalte »Sternzeit oder gerade Aufsteigung der mittleren Sonne«. Gebraucht man sie für einen anderen Zeitpunkt, so muß man zwischen den beiden einschließenden Werten einschalten.

α. Die Verwandlung von mittlerer Zeit in Frühlingspunktszeit.

Aus der Gleichung

$$\text{Fp. Zt.} = \text{m. Zt.} + \text{m.} \odot\alpha$$

ergibt sich für diese Verwandlung folgende Regel:

Die Frühlingspunktszeit wird erhalten, indem man zu der gegebenen mittleren Zeit die in dem betreffenden Zeitpunkt statthabende gerade Aufsteigung der mittleren Sonne hinzufügt.

Um die gerade Aufsteigung der mittleren Sonne aus dem Jahrbuch entnehmen zu können, ist die Kenntnis der astronomisch gezählten mittleren Greenwich-Zeit des betreffenden Zeitpunktes erforderlich. Man erhält sie nach § 56 aus der gegebenen mittleren Ortszeit durch Hinzufügen der Länge in Zeit, wenn diese westlich ist, oder durch Abziehen der Länge, wenn diese östlich ist. Dabei ist besonders zu beachten, ob zu dem gegebenen Zeitpunkte das Datum in Greenwich nicht ein anderes ist, als an dem Beobachtungsorte. Sodann entnehme man mit dem astronomischen Datum der Greenwicher Zeit die gerade Aufsteigung der mittleren Sonne im mittleren Greenwicher Mittag aus dem N. J. und füge ihre Änderung in dem seit diesem Mittag verflossenen Zeitraum zu. Die Änderung findet man nach § 51 entweder durch Multiplikation des in Stunden ausgedrückten Zeitraums mit $9{,}86^s$, der stündlichen Änderung, oder mit Hilfe der Tafel 12 (3 bis 1906) des N. J. Die Spaltenüberschriften in dieser Tafel geben die Minuten, die Zeilennummern die Sekunden der Änderung für die in der Tafel enthaltenen seit Mittag verflossenen Zeiträume.

Das so erhaltene m. $\odot\alpha$ führt man in die Gleichung

$$\textbf{Fp. O. Zt.} = \textbf{m. O. Zt.} + \textbf{m.} \odot\alpha$$

ein.



Beispiele.

1. Am 26. Juli 1904 ist die mittlere Ortszeit von $8^h\ 56^m\ 43^s$ N. M. in Frühlingspunkts-Ortszeit zu verwandeln. Länge = 14° 56′ *O* = $0^h\ 59^m\ 44^s$ *O*.

m. O. Zt.	=	8^h	56^m	43^s N. M. 26. VII.	m. ⊙ α 26. VII.	=	8^h	15^m	0^s
Lg. i. Zt.	=	0	59	44 *O*	Änd. = 7,95×9,86^s	= +		1	18
m. Gr. Zt.	=	7	56	59 = 7,95^h	m. ⊙ α	=	8	16	18

m. O. Zt.	=	8^h	56^m	43^s
m. ⊙ α	=	8	16	18
Fp. O. Zt.	=	17	13	1

2. Am 25. November 1904 ist die mittlere Ortszeit von $5^h\ 33^m\ 14^s$ V. M. in Frühlingspunkts-Ortszeit zu verwandeln. Länge = 115° 14′ *W* = $7^h\ 40^m\ 56^s$ *W*.

m. O. Zt.	=	5^h	33^m	14^s V. M.	25. XI.						
	=	17	33	14	24. XI.	m. ⊙ α 25. XI.	=	16^h	16^m	0^s	
Lg. i. Zt.	=	7	40	56 *W*		Änd. f. $1^h\ 14^m\ 10^s$	= +		0	12	Taf. 12 N. J. (3 bis 1906)
m. Gr. Zt.	=	1	14	10	25. XI.	m. ⊙ α	=	16	16	12	

m. O. Zt.	=	17^h	33^m	14^s	24. XI.
m. ⊙ α	=	16	16	12	
Fp. O. Zt.	=	33	49	26	24. XI.
	=	9	49	26	25. XI.

β. Die Verwandlung von Frühlingspunktszeit in mittlere Zeit.

Schreibt man die Grundgleichung in folgender Form

m. Zt. = Fp. Zt. — m. ⊙α,

so ergibt sich für diese Verwandlung folgende Regel:

Die mittlere Zeit wird erhalten, indem man von der gegebenen Frühlingspunktszeit die in demselben Zeitpunkte statthabende gerade Aufsteigung der mittleren Sonne abzieht.

Um die gerade Aufsteigung der mittleren Sonne dem Naut. Jahrb. entnehmen zu können, ist die Kenntnis der mittleren Greenwich-Zeit des betreffenden Zeitpunktes erforderlich. Man verschafft sie sich, indem man mit einem genäherten Werte von m. ⊙α, z. B. dem für den Greenwicher Mittag gültigen, eine genäherte mittlere Zeit berechnet und die Länge dazu addiert, wenn sie westlich ist, oder davon abzieht, wenn sie östlich ist. Das zu dieser genäherten mittleren Greenwich-Zeit gehörige m. ⊙α entnimmt man mit Einschalten dem Nautischen Jahrbuch, wie unter α gezeigt ist, und findet damit die gesuchte Zeit aus:

m. O. Zt. = Fp. O. Zt. — m. ⊙α.

Meistens wird die eine Näherung genügen; wenn nicht, so ist mit der gefundenen m. O. Zt. eine zweite zu rechnen.

Beispiel.

Am 5. September 1904 ist für einen Ort, der $5^h\,6^m\,49^s$ westlich von Greenwich liegt, die der Frühlingspunkts-Ortszeit $15^h\,28^m\,36^s$ entsprechende mittlere Zeit zu bestimmen.

Erste Näherung.

	h	m	s	
Fp. O. Zt. =	15^h	28^m	36^s	5. IX.
genähertes m. $\odot\alpha$ =	10	56	39	
genäherte m. O. Zt. =	4	31	57	5. IX.
Lg. i. Zt. =	5	6	49	*W*
genäherte m. Gr. Zt. =	9	38	46	$=9{,}65^h$ 5. IX.

	h	m	s
m. $\odot\alpha$ 5. IX. =	10^h	56^m	39^s
Änd. $= 9{,}65 \times 9{,}86^s =$	+	1	35
m. $\odot\alpha$ =	10	58	14

	h	m	s
Fp. O. Zt. =	15^h	28^m	36^s
m. $\odot\alpha$ =	10	58	14
m. O. Zt. =	4	30	22

Die zweite Näherung würde einen um $0{,}2^s$ verschiedenen Wert ergeben.

In strenger Weise kann diese Verwandlung folgendermaßen vorgenommen werden:

Durch Hinzufügen der Länge in Zeit bei westlicher Länge oder durch Abziehen bei östlicher Länge berechnet man aus der gegebenen Frühlingspunkts-Ortszeit die Frühlingspunkts-Greenwich-Zeit und entnimmt aus dem Naut. Jahrb. das m. $\odot\alpha$ für den vorhergehenden Greenwicher mittleren Mittag. Die Differenz beider ist der Frühlingspunktszeit-Unterschied (Sternzeit-Unterschied) (Fp.Zt.U.), also

$$\text{Fp. Zt. U.} = \text{Fp. Gr. Zt.} - \text{m.}\,\odot\alpha \text{ im Gr. Mittag.}$$

Der Frühlingspunktszeit-Unterschied wird nach § 52 in einen in mittlerer Zeit ausgedrückten Zeitraum verwandelt, am einfachsten durch Entnahme der Verbesserung aus Tafel 13 (4 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs. Man hat dann

$$\text{m. Gr. Zt.} = \text{Fp. Zt. U.} - \text{Verb.}$$

und die gesuchte mittlere Ortszeit nach

$$\text{m. O. Zt.} = \text{m. Gr. Zt.} \mp \text{Lg. i. Zt., wo } \begin{matrix} - \text{ für westliche Längen} \\ + \text{ für östliche Längen} \end{matrix} \text{ gilt.}$$

Beispiel.

Am 3. August 1904 ungefähr 7^h N. M. ist die Frühlingspunkts-Ortszeit $16^h\,14^m\,12^s$ eines in $56^\circ\,14'$ *O*-*Lg* liegenden Ortes in mittlere Ortszeit zu verwandeln.

	h	m	s	
Fp. O. Zt. =	16^h	14^m	12^s	
Lg. i. Zt. =	3	44	56	*O*
Fp. Gr. Zt. =	12	29	16	
m. $\odot\alpha$ i. Mitt. 3. VIII. =	8	46	33	
Fp. Zt. U. =	3	42	43	
Verb. =	−	0	36	Tafel 13 N. J. (4 bis 1906)
m. Gr. Zt. =	3	42	7	
Lg. i. Zt. =	3	44	56	*O*
m. O. Zt. =	7	27	3	

2. Die Beziehungen zwischen wahrer und mittlerer Zeit.

§ 61. In Fig. 23 bedeute der Kreis wiederum den Äquator, P den Pol, Fp den Frühlingspunkt. PM sei der Mittagskreis, PG_w der Stundenkreis der wahren Sonne, PG_m derjenige der mittleren Sonne. Die wahre Zeit ist gleich dem Stundenwinkel der wahren Sonne, also gleich dem Winkel MPG_w, die mittlere Zeit gleich dem



Winkel MPG_m, der Unterschied beider Zeiten, Zeitgleichung (Ztgl.) genannt, ist daher gleich dem Winkel $G_w P G_m$. Er ist außerdem gleich der Differenz der Winkel $Fp P G_w$ und $Fp P G_m$, die nach der Erklärung in § 22 die geraden Aufsteigungen der wahren Sonne (w. $\odot\alpha$) und der mittleren Sonne (m. $\odot\alpha$) sind. Daher ist

$$\text{m. Zt.} - \text{w. Zt.} = \text{Ztgl.} = \text{w.} \odot\alpha - \text{m.} \odot\alpha.$$

Der Wert der Zeitgleichung nebst seiner stündlichen Änderung ist für jeden Tag für den mittleren Greenwicher Mittag auf Seite I der Monatsephemeriden des Nautischen Jahrbuchs in der Spalte 5 »Zeitgleichung und stündliche Änderung« enthalten.

Fig. 23.

Da die ungleichmäßig sich bewegende wahre Sonne bald hinter der mittleren Sonne her, bald vor ihr voraus läuft, führt die Zeitgleichung das Vorzeichen + oder —.

Der Übergang zwischen mittlerer und wahrer Zeit vollzieht sich demnach nach den Formeln:

m. O. Zt. = w. O. Zt. + Ztgl.

w. O. Zt. = m. O. Zt. — Ztgl.

Der im Nautischen Jahrbuch für den mittleren Greenwicher Mittag angegebene Wert der Zeitgleichung ist für den gegebenen Zeitpunkt zu verbessern. Man erhält diese Verbesserung durch Umwandlung der mittleren Ortszeit in mittlere Greenwicher Zeit nach der Formel:

$$\text{m. Gr. Zt.} = \text{m. O. Zt.} \pm \text{Lg. i. Zt., wo} \begin{matrix} + \text{ für Westlänge} \\ - \text{ für Ostlänge} \end{matrix} \text{ gilt,}$$

und durch Multiplikation der im Nautischen Jahrbuch enthaltenen stündlichen Veränderung mit dem in Stunden ausgedrückten Zeitunterschied gegen den nächsten Greenwicher Mittag. (Auf das Greenwicher Datum achten.) In welcher Weise die Verbesserung anzuwenden ist, ergibt sich aus dem Verlauf der Änderung der Zeitgleichung und der Lage des Zeitpunktes zum Greenwicher Mittag.

Bei der Verwandlung der wahren Zeit in mittlere Zeit berechne man durch Addition der unverbesserten Zeitgleichung für das betreffende Datum zu der wahren Greenwicher Zeit eine angenäherte mittlere Greenwich-Zeit und für diese durch Einschaltung den verbesserten Wert der Zeitgleichung, den man in die obige Gleichung einführt.

Beispiele.

1. Mittlere Zeit in wahre Zeit.

Am 25. August 1904 ist die mittlere Ortszeit = $5^h\,47^m\,19^s$ N. M. in wahre Ortszeit zu verwandeln. Länge = 35° 17′ *O.*

m. O. Zt. = $5^h\ 47^m\ 19^s$	Ztgl. 25. VIII. = + $2^m\ 2^s$	m. O. Zt. = $5^h\ 47^m\ 19^s$
Lg. i. Zt. = 2 21 8 *O*	Änd. f. $3{,}4^h$ = − 2,4	Ztgl. = + 2 0
m. Gr. Zt. = 3 26 11	Ztgl. = + 1 59,6	**w. O. Zt. = 5 45 19**

2. Wahre Zeit in mittlere Zeit.

Am 13. September 1904 ist die wahre Ortszeit = $7^h\,36^m\,58^s$ V. M. in mittlere Ortszeit zu verwandeln. Länge = 46° 58′ *W.*

w. O. Zt. = $7^h\ 36^m\ 58^s$ V. M.	Ztgl. 13. IX. = − $4^m\ 2^s$	w. O. Zt. = $7^h\ 36^m\ 58^s$
Lg. i. Zt. = 3 7 52 *W*	Änd. f. − $1{,}3^h$ = + 1,2	Ztgl. = − 4 1
w. Gr. Zt. = 10 44 50	Ztgl. = − 4 0,8	**m. O. Zt. = 7 32 57**
ungef. Ztgl. = − 4 2		
ungef. m. Gr. Zt. = 10 40 48 V.M. 13.IX.		

3. Die Beziehungen zwischen wahrer Zeit und Frühlingspunktszeit.

§ 62. Die wahre Zeit ist der westliche Stundenwinkel der wahren Sonne ($t_w = \measuredangle\, MPG_w$ in Fig. 23) und die Frühlingspunktszeit der Stundenwinkel des Frühlingspunkts (Fp. Zt. = $\measuredangle\, MPFp$). Der Unterschied beider ist der Winkel $FpPG_w$ oder die gerade Aufsteigung der wahren Sonne (w. $\odot\alpha$). Die Beziehungen der beiden Zeiten sind daher durch die Gleichungen:

$$\text{w. Zt.} = \text{Fp. Zt.} - \text{w.}\,\odot\alpha$$

$$\text{und Fp. Zt.} = \text{w. Zt.} + \text{w.}\,\odot\alpha$$

gegeben. Das w. $\odot\alpha$ ist für den mittleren Greenwicher Mittag auf Seite I der Monatsephemeriden des Nautischen Jahrbuchs gegeben. Um es daraus entnehmen zu können, muß man zuerst die genäherte mittlere Greenwicher Zeit des betreffenden Zeitpunktes berechnen.

Die Umwandlung von wahrer Zeit in Frühlingspunktszeit und umgekehrt kommt in der Navigation selten vor.

Fünfter Abschnitt.

Das Nautische Jahrbuch und die Nautischen Tafeln.

§ 63. Es ist schon darauf hingewiesen, daß die Örter der Gestirne und andere für die Ortsbestimmung auf See mittels astronomischer Beobachtung erforderlichen Angaben in astronomischen und nautischen Ephemeriden und Jahrbüchern für einige Jahre im voraus mitgeteilt werden. Die wichtigsten derartigen Sammlungen sind: The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris, London; La Connaissance des Temps, Paris; The American Ephemeris and Nautical Almanac, Washington; das Astronomische Jahrbuch, Berlin; das Nautische Jahrbuch, Berlin.



Das letztere ist weniger umfangreich als die vorhergehenden, enthält aber alle für die Navigation wichtigen Angaben, so daß es in diesem Lehrbuch ausschließlich zugrunde gelegt wird.

A. Das Nautische Jahrbuch (N. J.).

§ 64. Das Nautische Jahrbuch ist ein Auszug aus dem Nautical Almanac. Es wird für jedes Jahr vom Reichsamt des Innern herausgegeben und kann bereits zwei bis drei Jahre im voraus bezogen werden.

Es zerfällt in drei Hauptteile: die Ephemeriden, die Angaben zur absoluten Bestimmung der Greenwich-Zeit und die Tafeln. Der zweite Teil, der seltener gebraucht wird, ist auf farbiges Papier gedruckt und dadurch schon äußerlich kenntlich gemacht. Bis 1906 ist dieser zweite Teil nicht besonders herausgehoben worden, sondern in den beiden anderen Teilen, Ephemeriden und Tafeln, verteilt gewesen.

1. Erster Teil des Nautischen Jahrbuchs.

§ 65. Die Ephemeriden oder Tagesangaben bilden den ersten Teil und sind in 12 je 12 Seiten starken Monatsabschnitten angeordnet, sodaß man sämtliche Angaben für jeden Monat beisammen hat. Sie enthalten für jeden Tag des Jahres die Örter in gerader Aufsteigung und Abweichung, die Halbmesser und Horizontalparallaxen (§ 102) von Sonne, Mond und den vier Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn, sowie andere in den nautischen Rechnungen vorkommende, im Laufe des Jahres veränderliche Werte. Den Schluß bilden die Koordinaten der wichtigsten Fixsterne.

Seite I jeder dieser Monatsephemeriden (Numerierung oben am inneren Rande jeder Seite) enthält in sieben Spalten folgende Angaben: Jahrestag, d. h. die Nummer des Tages im Jahr, wenn man sie vom 1. Januar ab bis 365 oder 366 durchzählt; Wochentag und Datum; Halbmesser (§ 103), gerade Aufsteigung mit ihrer stündlichen Änderung, und Abweichung mit ihrer stündlichen Änderung der wahren Sonne im mittleren Greenwicher Mittag; Zeitgleichung mit ihrer stündlichen Änderung und Frühlingspunktszeit (Sternzeit) oder gerade Aufsteigung der mittleren Sonne im mittleren Greenwicher Mittag.

Zur Erleichterung der Einschaltung ist am Schluß jeder Seite als 31ter oder 32ter des Monats der erste Tag des folgenden Monats nochmal aufgenommen worden.

Seite II enthält Wochentag und Datum; Abweichung der wahren Sonne im wahren Greenwicher Mittag und ihre Änderung für 1° West-Länge; mittlere Ortszeiten der Meridiandurchgänge der wahren Sonne und des Mondes in Greenwich und ihre Änderungen für 1° Länge; Halbmesser und Horizontalparallaxe des Mondes für mittleren Greenwicher Mittag und Mitternacht.

Seite III bis X enthalten für jede volle Stunde aller Tage des Monats die gerade Aufsteigung des Mondes und ihre Änderung in 1^m, sowie seine Abweichung und ihre Änderung in 1^m. Zuletzt finden sich noch die Greenwich-Zeiten, zu denen die Phasen des Mondes sowie seine Erdnähe und Erdferne eintreten.

Seite XI und XII geben für jeden der vier Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn die gerade Aufsteigung und die Abweichung im mittleren Greenwicher Mittag mit ihren stündlichen Änderungen und die mittlere Ortszeit des Meridiandurchganges in Greenwich. Am Fuß der Seiten ist der mittlere Halbmesser und die Horizontalparallaxe der Planeten von 10 zu 10 Tagen angegeben.

Bis zum Jahre 1906 folgen dann noch auf den Seiten XIII bis XVIII die Monddistanzen von 3^h zu 3^h, die von 1907 ab in Teil 2 aufgenommen sind.

An die Monatsephemeriden schließen sich im ersten Teil auf vier Seiten die mittleren Örter von 180 Sternen für den Jahresanfang an. In der ersten Spalte stehen Name und Größe (^{gr}), d. h. Helligkeit des Sterns. Von denjenigen Sternen, deren Namen in gewöhnlicher Schrift gedruckt sind, folgen später Ephemeriden der scheinbaren Örter, von den 48 in kleinerer Schrift gedruckten Sternen folgen keine Ephemeriden. Die Größenzahlen der helleren und für die Navigation in erster Linie in Betracht kommenden Sterne sind durch fetten Druck hervorgehoben. In den anderen Spalten stehen die gerade Aufsteigung und die Abweichung der Sterne nebst ihren jährlichen Änderungen.

Die mittleren Örter braucht man nur bei den 48 in kleinerer Schrift gedruckten Sternen, deren gerade Aufsteigung und Abweichung durch Hinzufügung des dem Datum entsprechenden Teiles der jährlichen Änderung verbessert werden. Diese Verbesserung bekommt man durch eine Überschlagsrechnung nach der Formel:

$$\text{Verbesserung} = \frac{\text{dem Datum entsprechender Jahrestag}}{365\ (366)} \times \text{jährl. Änderung.}$$

Dieser mittlere Ort ist jedoch nur auf 0,5′ richtig.

Bei den anderen Sternen benutzt man die scheinbaren Örter, die man aus den auf den nächsten 15 Seiten folgenden Sternephemeriden entnimmt. Die scheinbaren Örter sind bei dem nördlichen und südlichen Polarstern (α Ursae minoris $2{,}2^{gr}$ und σ Octantis $5{,}5^{gr}$) in zweitägigen, bei den übrigen 130 Sternen in zwanzigtägigen Zwischenräumen für den Zeitpunkt ihrer oberen Kulmination in Greenwich gegeben.

Bis 1906 sind auch noch die Verfinsterungen der Jupitertrabanten und die Sternbedeckungen dem ersten Teil angeschlossen, die von 1907 ab in den farbigen Teil verwiesen sind.



2. Zweiter (farbiger) Teil des Nautischen Jahrbuchs.

§ 66. Dieser Teil besteht erst vom Jahre 1907 ab und ist durch farbiges Papier besonders kenntlich gemacht, weil er Ephemeriden und Tafeln enthält, die bei der Navigation nur selten gebraucht werden.

Zuerst kommen auf 6 Seiten die mittleren Greenwich-Zeiten des Eintritts und Austritts der 4 helleren Jupitertrabanten in oder aus dem Schatten ihres Planeten (§ 11). Die Skizzen im oberen Teil der Seiten zeigen den Ort an, wo man diese Erscheinungen zu erwarten hat, sie geben den Anblick im umkehrenden astronomischen Fernrohre wieder. Wenn man, wie es an Bord wohl meist geschehen wird, mit einem Marineglas oder einem Doppelnachtfernrohr beobachtet, so hat man die Zeichnungen umzukehren, um das richtige Bild zu bekommen.

Es folgen dann auf 4 Seiten die Elemente der Bedeckungen hellerer Sterne durch den Mond (§ 10).

Auf den nächsten 49 Seiten sind die Monddistanzen untergebracht (siehe Teil VII). Es sind für alle Tage des Jahres mit Ausnahme der Tage um die Neumonde herum die Mittelpunktsabstände des Mondes von der Sonne, den 4 hellen Planeten und 9 Fixsternen von 3 zu 3 Stunden mittlerer Greenwicher Zeit nebst den Logarithmen der Schaltteile gegeben. Die bei dem Gestirnsnamen stehenden Bezeichnungen *O* und *W* geben die Lage des Gestirns östlich oder westlich vom Monde an.

Den Schluß des zweiten Teiles bilden die Tafeln 1 bis 9, die hauptsächlich bei der Berechnung der Monddistanzen gebraucht werden; sie beziehen sich auf Strahlenbrechung und Parallaxe (wegen der Höhenparallaxe der Sonne und der Planeten, Tafel 2 und 3, und der Vergrößerung des Mondhalbmessers siehe §§ 102 und 103).

3. Dritter Teil des Nautischen Jahrbuchs.

§ 67. Dieser Teil enthält folgende Tafeln:

Tafel 10 (1 bis 1906) dient zur Bestimmung der wahren Nord-Südrichtung mit Hilfe des Polarsterns.

„ 11 (2 bis 1906) dient zur Bestimmung der geographischen Breite aus der Höhe des Polarsterns (§§ 172 bis 174).

„ 12 und 13 (3 und 4 bis 1906) werden zur Umwandlung von in mittlerer Zeit ausgedrückten Zeiträumen in solche nach Frühlingspunktszeit und umgekehrt gebraucht (§§ 51 und 52). Tafel 12 dient auch zur Einschaltung der geraden Aufsteigung der mittleren Sonne im mittleren Greenwicher Mittage auf Seite I der Monatsephemeriden (§ 60).

„ 14 (5 bis 1906) erleichtert die Umwandlung von Temperaturangaben nach Réaumur und Fahrenheit in solche nach

Celsius, und die von Barometerständen in Pariser Zoll und Linien und in englischen Zollen in solche nach Millimetern.

Tafel 15a und b (6 bis 1906) geben die mittlere Kimmtiefe und ihre Berichtigung (v_{Δ}) wegen der Differenz der Wasser- und Lufttemperatur (§ 100).

„ 16a bis c (7 bis 1906) enthalten die mittlere Strahlenbrechung und ihre Verbesserung für Thermometer und Barometerstand (§ 101).

„ 17 und 18 (bis 1906 nicht vorhanden) finden bei der Bestimmung des Abstandes eines Schiffes von einem in Sicht befindlichen irdischen Gegenstande aus dem gemessenen Höhenwinkel oder dem Erscheinen oder Verschwinden eines Feuers in der Kimm Verwendung (Bd. I §§ 175 u. 174).

„ 19 bis 22 (18 bis 21 bis 1906) sind Gezeitentafeln und dienen zur Berechnung der Hoch- und Niedrigwasserzeiten an der deutschen Nordseeküste und der Hochwasserzeiten an den übrigen westeuropäischen Küsten (vgl. Teil VIII). Tafel 22 enthält die Beschickung einer Lotung auf Niedrigwasser (Bd. I § 141).

Der Unterschied dieser Tafeln gegen die vom Reichs-Marine-Amt herausgegebenen Gezeitentafeln rührt daher, daß das Nautische Jahrbuch die tägliche Ungleichheit nicht mit berücksichtigt. Die Gezeitentafeln sind also genauer.

„ 23 (22 bis 1906). Tafel der Zeitsignalstationen. Sie enthält ein Verzeichnis der Staaten, in welchen die aufgenommenen Zeitsignalstationen liegen, ein solches der verschiedenen gesetzlichen Zeiten (§ 57) und die Tabelle der Zeitsignalstationen selbst mit Angabe der für die Beobachtung und Verwendung der Zeitsignale notwendigen Erläuterungen.

„ 24 (23 bis 1906) enthält die Länge und Breite der wichtigsten Sternwarten.

„ 25 (24 bis 1906) gibt Einzelheiten über Sonnen- und Mondfinsternisse und andere besondere Vorkommnisse am Himmel.

„ 26 (25 bis 1906) liefert die zur Berechnung der beweglichen Feste und der Jahreszeiten nötigen Unterlagen.

B. Die Nautischen Tafeln (N. T.).

§ 68. Die Nautischen Tafeln (N. T.), auf die in diesem Lehrbuch verwiesen wird, sind vom Reichs-Marine-Amt und der Inspektion des Bildungswesens der Marine herausgegeben.

Nach einer Einleitung folgt die Erklärung der einzelnen Tafeln nebst Anweisung zu ihrem Gebrauch. Die sich anschließenden Tafeln sind nach Möglichkeit in der Reihenfolge geordnet, in der sie in See

und im Hafen gebraucht werden. Für den Gebrauch in See ist der erste Teil, Tafeln für die terrestrische und astronomische Ortsbestimmung, für den Gebrauch im Hafen der zweite Teil, Tafeln zur Chronometer- und Kompaßkontrolle, bestimmt.

Der Genauigkeitsgrad ist der bei den gewöhnlichen nautischen Rechnungen ausreichende und erforderliche. Bei Entnahme der Logarithmen braucht meist nicht eingeschaltet zu werden. Wo es erforderlich wird, ist im folgenden besonders darauf hingewiesen worden.

Im Anhang werden Sammlungen nautischer und trigonometrischer Formeln gegeben.

Sechster Abschnitt.

Der Sternhimmel.

A. Die Orientierung am Himmel, Sternkarten.

§ 69. Um sich am Himmel zurechtfinden zu können und die einzelnen Sterne, deren Örter nur nach gerader Aufsteigung und Abweichung bekannt sind, schnell aufzufinden, hat man bildliche Darstellungen der Verteilung der Fixsterne auf Kugeln, Sterngloben, und auf Karten, Sternkarten, hergestellt, durch deren Vergleich mit dem Himmel man die gesuchten Sterne leicht ermittelt oder die umgekehrt zur Feststellung des Namens eines Gestirns dienen, das man beobachtet hat, ohne es zu kennen.

Die Globen geben ein treueres Bild des gestirnten Himmels und der Sternbilder, als die Sternkarten, in welchen besonders die am Rand befindlichen Bilder eine Verzerrung erleiden. Da man von der Erde aus die Himmelskugel von innen sieht, der Globus dagegen sie von außen zeigt, erscheinen im Globusbilde die Seiten rechts und links gegenüber dem Anblick von der Erde aus vertauscht. Die Karten haben dem Globus gegenüber den Vorteil der größeren Handlichkeit.

Im Anhang dieses Bandes sind zwei einfache Sternkarten in stereographischer Projektion, Tafel IA für den nördlichen und IB für den südlichen Himmel, gegeben. Ausführlicher ist der sehr klare und brauchbare Himmelsatlas von R. Schurig, der alle mit bloßem Auge sichtbaren Sterne beider Halbkugeln enthält und im Verlage von Fr. Pfau in Leipzig erschienen ist.

Um die Sternkarte am nächtlichen Himmel zu orientieren, ist es vorteilhaft, sich über die Lage der Weltpole, des Äquators und der scheinbaren Bahnen der Gestirne an der Himmelskugel auf Grund der vorangegangenen Erklärungen Rechenschaft zu geben. Eine ungefähre Kenntnis der Breite und Zeit ist hierzu erforderlich.

Die Lage der Weltachse findet man durch Aufsuchen des oberen Pols. Die Richtung, in welcher man ihn zu suchen hat, zu-

gleich die Richtung des Meridians, gibt der Kompaß mit Berücksichtigung der Mißweisung. Auf Nordbreite wird die Lage des Pols durch den im folgenden näher zu besprechenden Polarstern, α Ursae minoris, angegeben. Auf Südbreite findet man sie nur durch Schätzung, wobei man seine Höhe über dem Horizont gleich der Ortsbreite annimmt. Bei günstigen Luftverhältnissen kann der südliche Polarstern, σ Octantis, ein Stern 6ter Größe, einen Anhalt bieten. Die Verbindungslinie des Pols mit dem Standpunkt des Beobachters gibt die Lage der Weltachse an.

Der Äquator verläuft rechtwinklig zur Weltachse und dem Meridian, er schneidet den Horizont im wahren Ost- und Westpunkt und den Ortsmeridian in einer Höhe über dem Horizont, die gleich ist dem Komplement der Breite ($90° - \varphi$).

Um die gerade kulminierenden Sterne zu finden, benutze man die Gleichung

$$\text{kulm.} \ast \alpha = \text{Fp. Zt.}$$

aus § 60. Die angenähert bekannte mittlere Zeit wird in Frühlingspunktszeit verwandelt nach § 60, und danach auf der Sternkarte derjenige Meridian aufgesucht, dessen gerade Aufsteigung gleich der gefundenen Frühlingspunktszeit ist. Dieser Meridian und die auf ihm stehenden Sterne befinden sich dann zur Zeit im Ortsmeridian und es ist nun leicht, die Sternkarte so zu drehen, daß sie mit dem Himmel übereinstimmend orientiert ist.

Um dies ausführen zu können, sind auf allen Sternkarten und auch auf Tafel IA und IB des Anhangs auf dem Äquator die Stunden der geraden Aufsteigung in römischen Ziffern eingeschrieben. Der Ort bzw. der Name eines jeden Sternes am Himmelsgewölbe läßt sich auch feststellen, wenn nur sein Azimut und seine Höhe sowie Beobachtungsort und Zeit angenähert bekannt sind. In welcher Weise dies geschieht, wird in §§ 144 bis 146 erläutert werden.

An Stelle dieser umständlichen Verfahrungsweisen tut man gut, sich einige auffallende Sterne oder Gruppen von Sternen, Sternbilder (siehe den folgenden Paragraphen) ein für allemal einzuprägen, die man, sobald es nötig wird, leicht wieder auffinden und die Karte danach orientieren kann.

B. Gruppierung der Fixsterne, Sternbilder.

§ 70. Die auffallendsten Fixsterne haben schon in frühen Zeiten Namen in griechischer, lateinischer oder arabischer Sprache erhalten. Außerdem sind sie zur Erleichterung der Orientierung, und um sie leichter im Gedächtnis zu behalten, in Gruppen, sogenannte Sternbilder, zusammengefaßt worden, deren Namen größtenteils dem mythologischen oder zoologischen Ideenkreise entnommen sind, ohne daß damit die geometrische Form der Sternbilder, mit Ausnahme einiger charakteristischer Formen, in Einklang steht. Die Zugehörig-



keit verschiedener Sterne zu demselben Sternbild ist im allgemeinen nur eine optisch perspektivische und bedingt keine physische Zusammengehörigkeit im Weltraum.

Die einzelnen Sterne eines Sternbildes sind, gleichviel, ob sie eigene Namen haben oder nicht, meist in der Reihenfolge ihrer Größe mit Buchstaben des griechischen, und wo dies nicht ausreicht, des lateinischen Alphabets, häufig auch durch Zahlen bezeichnet. In den beiden Sternkarten auf Tafel IA und IB sind die zu den einzelnen Sternbildern gehörigen Sterne durch Linien verbunden.

Die 86 Sternbilder (von denen nicht alle auf Tafel IA und IB dargestellt sind) führen folgende Namen, lateinisch und deutsch.

Lateinisch	Deutsch
Ursa minor	kleiner Bär
Cassiopeja	
Camelopardalis	Giraffe
Draco	Drache
Cepheus	
Perseus	
Auriga	Fuhrmann
Lynx	Luchs
Ursa major	großer Bär
Canes venatici	Jagdhunde
Bootes	Ochsentreiber
Corona borealis	nördliche Krone
Hercules	
Lyra	Leier
Cygnus	Schwan
Lacerta	Eidechse
Andromeda	
Pisces	Fische
Triangulum boreale	nördliches Dreieck
Aries	Widder
Taurus	Stier mit den Plejaden
Orion mit dem Jacobstab (δ, ε, ζ)	
Gemini	Zwillinge
Canis minor	kleiner Hund
Cancer	Krebs
Leo major	großer Löwe
Leo minor	kleiner Löwe
Sextans	Sextant
Coma Berenicis	Haar der Berenice
Serpens	Schlange
Ophiuchus	Schlangenträger
Aquila	Adler
Vulpecula	Fuchs
Sagitta	Pfeil
Delphinus	Delphin
Equuleus	kleines Pferd
Pegasus	großes Pferd
Cetus	Walfisch
Eridanus fluvius	Fluß Eridanus
Lepus	Hase
Columba	Taube
Monoceros	Einhorn
Canis major	großer Hund
Argo navis	Schiff Argo
Dies Sternbild wird manchmal auch in die drei Sternbilder	
Carina	Kiel
Puppis	Achterschiff
Velum	Segel
aufgelöst.	
Hydra	Wasserschlange
Crater	Becher
Virgo	Jungfrau
Corvus	Rabe
Centaurus	Kentaur
Libra	Wage
Lupus	Wolf
Scorpius	Skorpion
Sagittarius	Schütze
Scutum Sobiesii	Sobieskischer Schild
Capricornus	Steinbock
Aquarius	Wassermann
Piscis australis	südlicher Fisch
Sculptor	Bildhauer
Fornax	Ofen
Caelum	Grabstichel
Pictor	Maler
Malus	Mastbaum
Antlia	Luftpumpe
Norma	Winkelmaß
Ara	Altar
Corona australis	südliche Krone
Telescopium	Fernrohr
Microscopium	Mikroskop
Grus	Kranich
Phönix	Phönix
Horologium	Pendeluhr
Reticulum	Netz
Dorado	Schwert- oder Goldfisch
Volans	fliegender Fisch
Crux	südliches Kreuz
Musca	Fliege
Circinus	Zirkel
Triangulum australe	südliches Dreieck
Pavo	Pfau
Indus	Indier
Tucana	Tukan (amerikan. Gans)
Hydrus	kleine Wasserschlange
Mensa	Tafelberg
Chamäleon	Chamäleon
Apus	Paradiesvogel
Octans	Oktant.

Für die in der Ekliptik oder dem Tierkreis stehenden Sternbilder hat man folgende Gedächtnisregel (in Hexametern):

Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo.
Libraque, scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces.

Sie beginnt mit dem Widder, weil in diesem Sternbilde vor etwa 2300 Jahren, der wahrscheinlichen Zeit der Einführung der Tierkreisnamen, der Frühlingspunkt sich befand, der jetzt infolge der Präzession der Nachtgleichen in die Fische gewandert ist (§ 42). Auf den Kärtchen in Tafel IA und IB ist außer dem Äquator auch die Ekliptik als Kreis eingezeichnet.

Die gestrichelten Linien, die einzelne Sterne und Sternbilder auf Tafel IA und IB verbinden, sollen Hilfsmittel für das Aufsuchen bestimmter Sterne und Sternbilder sein, indem sie größte Kreise andeuten, auf denen mehrere hellere Sterne stehen, sodaß man, von bekannten Sternen ausgehend, durch das Verfolgen derartiger Linien zu unbekannten Sternen und Sternbildern geführt wird.

Wie schon in § 69 bemerkt wurde, ist es für den Navigateur vorteilhaft, sich einige leicht wiedererkennbare Sternbilder fest einzuprägen, von denen ausgehend er mit Hilfe einer Karte dann leicht und schnell jeden unbekannten Stern feststellen kann. Solche Sternbilder sind am Nordhimmel: Plejaden, Orion, der große und kleine Bär, der große Löwe, die nördliche Krone, der Schwan, Cassiopeja, Pegasus; am Südhimmel: der große Hund, Rabe, das südliche Kreuz mit dem Kentaurn, Skorpion, Steinbock. Einige von ihnen sollen in § 71 genauer beschrieben werden.

Ein weiteres am Himmel sofort auffallendes Orientierungsmittel bietet die Milchstraße, eine Anhäufung unzähliger kleiner Sternchen, die sich wie ein Strom über den Himmel hinzieht. Sie verläuft ungefähr in einem größten Kreise, der an beiden Polen in einer Entfernung von etwa 30° vorbei geht. Beim Sternbild des Schwans teilt sie sich in zwei Arme, die sich im Sternbild des Skorpions wieder vereinigen.

Sie ist auf Tafel IA und IB durch punktierte Streifen dargestellt.

C. Beschreibung einzelner Sternbilder.

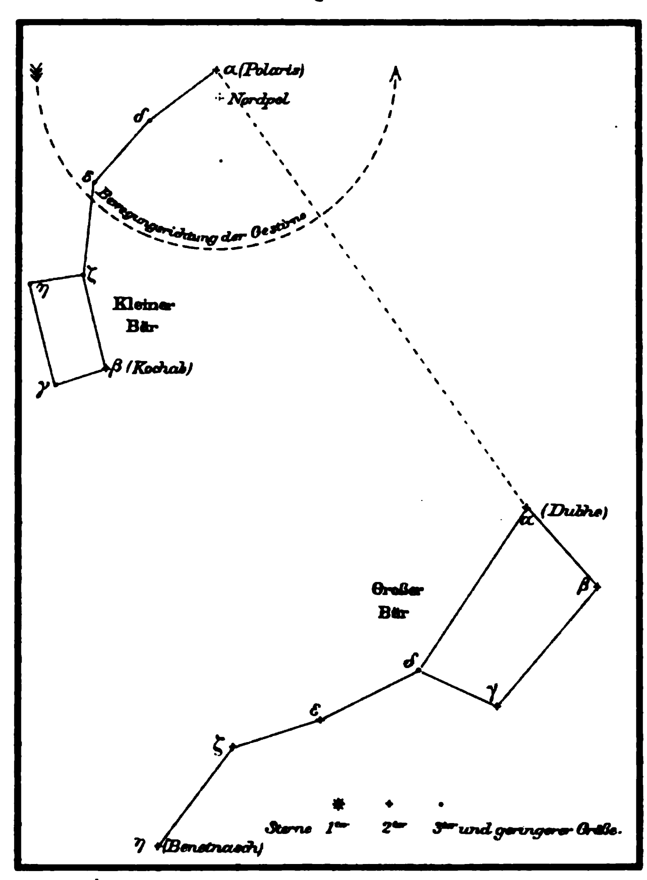
§ 71. Der kleine Bär (Ursa minor Fig. 24) besteht aus sieben Sternen, darunter zwei 2ter Größe. Der Stern an der Schwanzspitze ist der Polarstern (Polaris oder α Ursae minoris). Am entgegengesetzten Ende des Sternbilds steht der Stern 2ter Größe β Ursae minoris. Der Polarstern umkreist den Nordpol in einem Abstand von $1^1/_4$ Grad.

Der große Bär oder Wagen (Ursa major Fig. 24) besteht aus sechs Sternen 2ter und einem 3ter Größe. Er hat eine entfernte Ähnlichkeit mit einem Karren mit krummer Deichsel. Die das Viereck bildenden Sterne bezeichnet man auch als die Vorder- und Hinterräder. Die Deichselspitze ist η Ursae majoris, das obere Hinterrad α Ursae majoris. Die Verbindungslinie der Hinterräder β und α trifft nach etwa fünffacher Verlängerung den Polarstern.



Dicht bei ζ befindet sich ein kleiner Stern 6ter Größe, Alkor. Sein Erkennen gilt als Beweis normalen Sehvermögens. Fig. 24 zeigt die Umrisse und die gegenseitige Lage der beiden Bären und des Nordpols.

Fig. 24.



Die Cassiopeja (Fig. 25) steht dem großen Bären gegenüber auf der anderen Seite des Polarsterns, in ungefähr derselben Entfernung, zum Teil in der Milchstraße. Sie gleicht einem verzogenen *W* oder *M*, je nachdem sie sich unter oder über dem Pol befindet. Das Sternbild enthält fünf Sterne 2ter und 3ter Größe. Der Stern 2ter Größe α Cassiopejae bildet die zweite untere Spitze des *W*. Eine Linie vom Polarstern nach dem Endpunkt des *W* (β) in der Milchstraße führt über α Andromedae und γ Pegasi zum Frühlings-

punkt. Eine andere vom Polarstern nach dem Anfangspunkt des W (ε) führt über γ Andromedae zu α Arietis. (Siehe Sternkarte des nördlichen Himmels.)

Fig. 25.

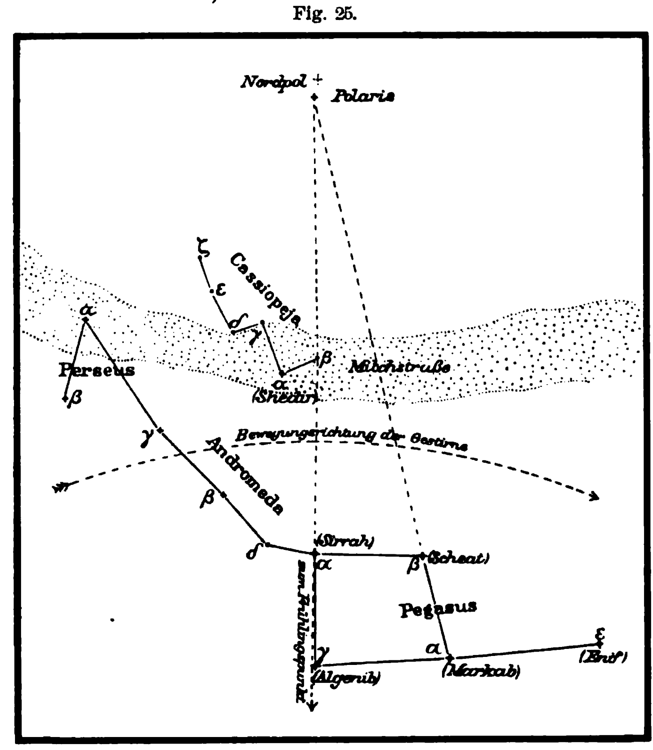
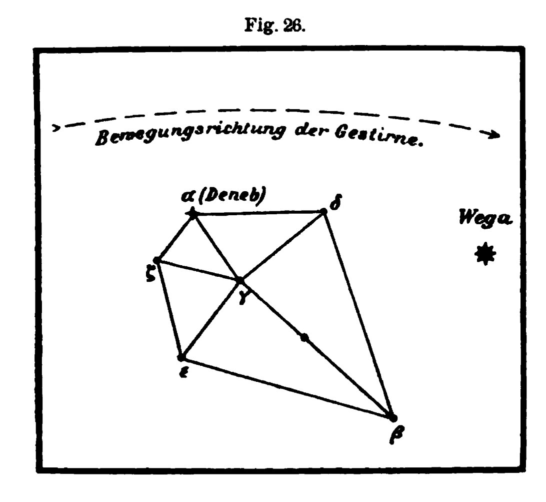


Fig. 26.



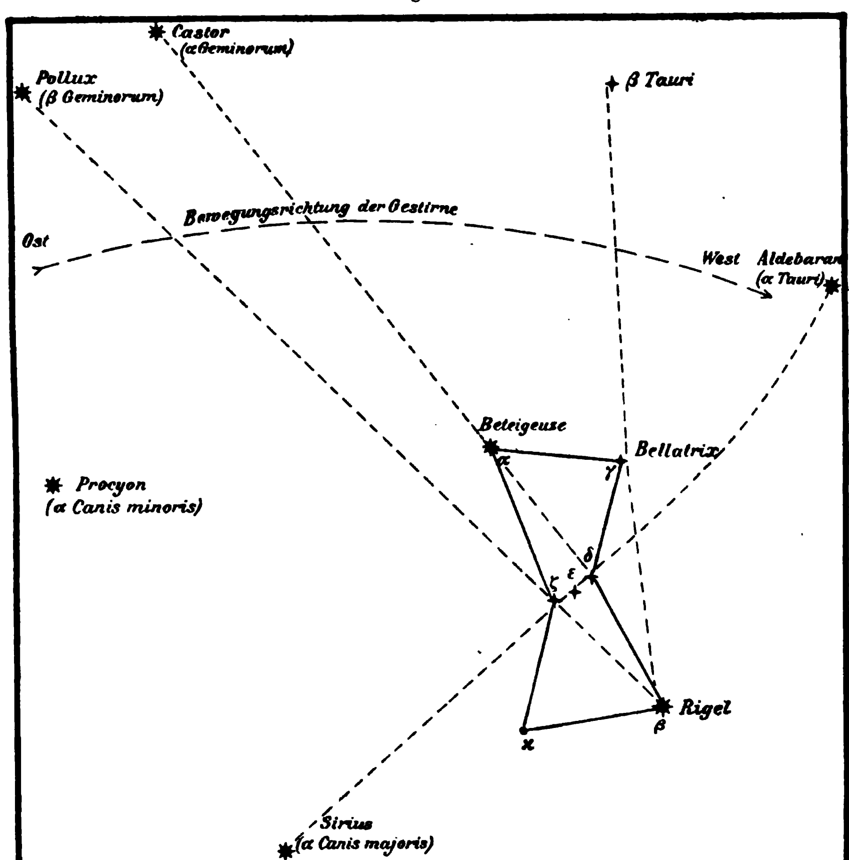
Der Schwan (Cygnus, Fig. 26) steht an der Teilung der Milchstraße, seine Gestalt hat Ähnlichkeit mit einem Kreuz oder einem schwarzen Schwan mit ausgebreiteten Flügeln oder, wenn man die kleinen Sterne mit einbezieht, mit den Umrissen eines Papierdrachens. Er besteht aus acht Sternen verschiedener Größe, von denen der Stern 2[ter] Größe Deneb oder α Cygni die Spitze des

Kreuzes oder Drachens bildet. Der Stern 1ter Größe α Lyrae oder Wega geht dem Schwan bei der täglichen Bewegung voraus.

Das Sternbild Pegasus folgt dem Schwan und ist mit den benachbarten Sternbildern auf Fig. 25 dargestellt. Pegasus bildet zusammen mit Andromeda eine Gruppe, deren Umrisse dem vergrößerten kleinen Bären ähnlich sind. Die verlängerte Deichsel führt zum Sternbild Perseus, welches zum Teil in der Milchstraße steht. Der Stern 2ter Größe α Persei in der Milchstraße bildet die Spitze der verlängerten Deichsel. Im Pegasus sind die Sterne 2ter Größe α (Markab), γ und ε zu erwähnen. Das Sternbild Andromeda enthält den Stern 1ter Größe α Andromedae (Sirrah). Die Verbindungslinie von α und β Pegasi führt in der Verlängerung zum Polarstern.

Der Orion (Fig. 27) ist das schönste und ausgeprägteste von allen Sternbildern. Er bildet deshalb und infolge der Nachbarschaft

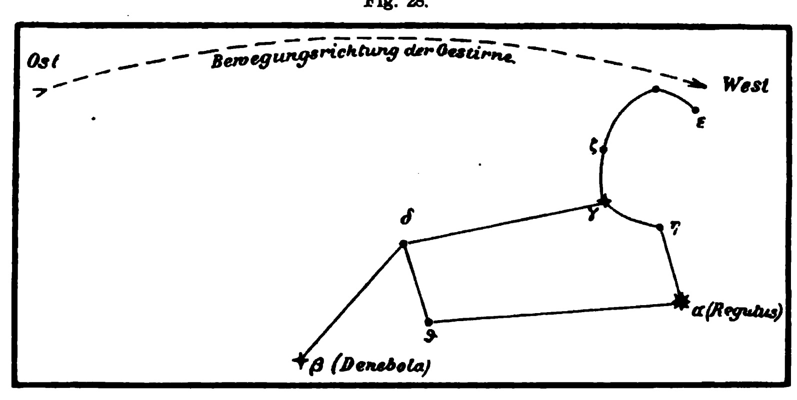
Fig. 27.



mehrerer wichtiger Sterne eine bequeme Ausgangsstelle beim Aufsuchen einzelner Sterne. Die drei dicht beisammen stehenden Sterne 2ter Größe δ, ε und ζ bilden den Jakobsstab oder Gürtel des Orion. In der Diagonale stehen zwei Sterne 1ter Größe α und β Orionis (Beteigeuze und Rigel). Die Verbindungslinie von δ und α Orionis trifft in der Verlängerung den Stern 2ter Größe α Geminorum (Castor). Die Verlängerung des Gürtels über ζ hinaus führt ungefähr zum Stern 1ter Größe α Canis majoris (Sirius). Die Verlängerung des Gürtels über δ hinaus, unter Berücksichtigung seiner Krümmung, führt zu dem Stern 1ter Größe α Tauri (Aldebaran). Die verlängerte Verbindungslinie von β und γ Orionis führt nahe an dem Stern 2ter Größe β Tauri vorbei. Das Sternbild wird ungefähr in der Mitte, nahe bei δ Orionis, vom Äquator durchschnitten.

Der große Löwe (Leo major, Fig. 28) ist wegen des ihm angehörigen Sternes 1ter Größe α Leonis (Regulus) bemerkenswert. Der vorausgehende Teil des Sternbildes, der Kopf des Löwen, ist

Fig. 28.



einer Sichel vergleichbar, deren Stil in Regulus endigt. Eine vom Nordpol durch γ Ursae majoris gezogene Linie geht in der Verlängerung dicht an dem die Schwanzspitze bildenden Stern 2ter Größe β Leonis (Denebola) vorbei. (Siehe Sternkarte des nördlichen Himmels.)

An dem an ausgeprägten Sternbildern ärmeren südlichen Himmel sind zu erwähnen:

Das südliche Kreuz (Crux, Fig. 29), auf etwa 60° Südabweichung in der Milchstraße stehend. Ein schiefes Kreuz, dessen Fußpunkt der dem Südpol nächste Stern des Bildes α Crucis (1ter Größe) bildet. An der Spitze des Kreuzes und dem linken Ende des Querbalkens stehen die Sterne 2ter Größe γ bzw. β Crucis.



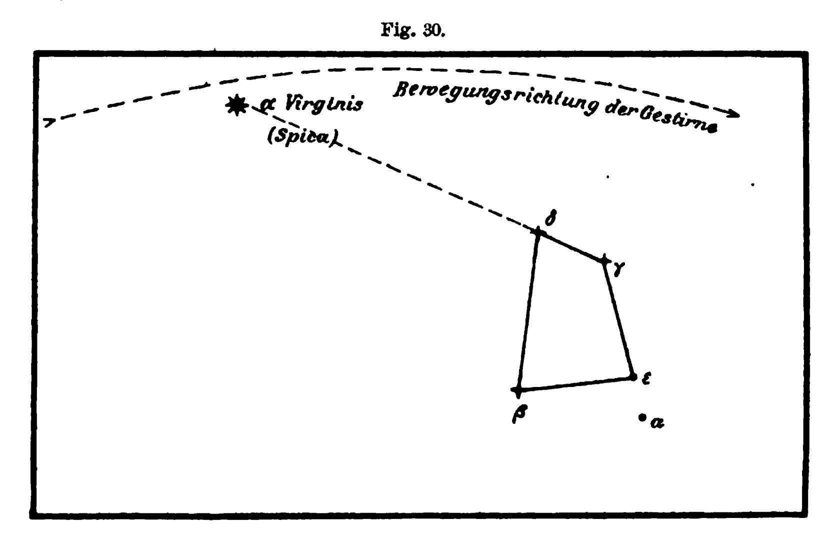
Die Verbindungslinie zwischen γ und α Crucis führt nach etwa fünfmaliger Verlängerung nach dem Südpol, sodaß das Kreuz bei der unteren Kulmination auf der Spitze steht. Die Verlängerung

Fig. 29.

des Querbalkens über β hinaus trifft das Sternbild Kentaur mit den beiden in der Milchstraße stehenden Sternen 1ter Größe α und β Centauri.

Der Rabe (Corvus, Fig. 30), zwischen dem südlichen Kreuz und dem Äquator, wird durch die verlängerte Verbindungslinie von α mit γ Crucis durchschnitten. Die Umrisse des Sternbildes gleichen

Fig. 30.



denjenigen eines Bootssegels, dessen Schoothorn der Stern β Corvi (2ter Größe) bildet. Die Verlängerung des Oberlieks nach links führt zu dem dem Sternbilde Jungfrau angehörenden Stern 1ter Größe α Virginis (Spica).

Mit einiger Übung wird man leicht noch einige andere scharf ausgeprägte Formen von Sterngruppen am Himmel auffinden und im Gedächtnis behalten können.

D. Das Aufsuchen einzelner wichtiger Fixsterne.

§ 72. Die vorstehend beschriebenen Sternbilder bilden die Ausgangsstellen beim Aufsuchen einiger für die Navigierung verwertbarer Sterne. Außer den im vorigen Paragraphen bereits erwähnten Sternen merke man sich noch folgende:

1. α Eridani (Achernar), 1ter Größe, steht beinahe genau soweit vom Südpol ab wie β Centauri und diesem gegenüber. Die Verbindungslinie von γ und α Crucis, über den Pol hinaus verlängert, führt in der Nähe von Achernar vorbei (siehe Sternkarte des südlichen Himmels).

2. α Aurigae (Capella), 1ter Größe. Die Verbindungslinie des Polarsterns mit β Orionis (Rigel), 1ter Größe, geht durch die in der Milchstraße stehende Capella, desgleichen die Verbindungslinie von Aldebaran mit η Ursae majoris, 2ter Größe, oder die verlängerte Verbindungslinie von β und γ Cassiopejae, 3ter Größe, (siehe Sternkarte des nördlichen Himmels).

3. α Argus (Canopus), 1ter Größe, liegt nahe der Mitte der Verbindungslinie von α Crucis, 1ter Größe, und Rigel oder der Verbindungslinie von Sirius mit dem Südpol (siehe Sternkarte des südlichen Himmels).

4. α Geminorum (Castor), 2ter Größe, liegt auf der verlängerten Verbindungslinie von α und δ Orionis (Fig. 27).

5. β Geminorum (Pollux), 2ter Größe, liegt auf der verlängerten Verbindungslinie von β und ζ Orionis (Fig. 27).

6. α Virginis (Spica), 1ter Größe, liegt auf der verlängerten Verbindungslinie von γ und δ Corvi (Fig. 30) oder auf dem über η Ursae majoris hinaus verlängerten Deichselbogen des Wagens. Dieser trifft nach dreifacher Verlängerung zunächst α Bootis (Arcturus), 1ter Größe, und danach Spica, die von Arcturus ebensoweit entfernt ist, als dieser von η Ursae majoris (siehe Sternkarte des nördlichen Himmels).

7. α Bootis (Arcturus), 1ter Größe. Der dreimal verlängerte Deichselbogen des Wagens trifft Arcturus (siehe Sternkarte des nördlichen Himmels).

8. α Scorpii (Antares), 1ter Größe, nahe dem Rande der Milchstraße bei der Teilungsstelle stehend, liegt auf der verlängerten Verbindungslinie von α Crucis mit β Centauri (siehe Sternkarte des südlichen Himmels). Er hat rötliches Licht.

9. α Aquilae (Atair), 1ter Größe, liegt in der Milchstraße hinter der Teilung im südlichen Arm und wird durch Verfolgen des südlichen Armes gefunden. Die verlängerte Verbindungslinie von α Andromedae (Sirrah) mit β Pegasi führt nahe an Atair vorbei, desgleichen eine Linie von Wega nach β Cygni (siehe Sternkarte des nördlichen Himmels).

10. α Piscis australis (Fomalhaut), 1ter Größe, steht in der verlängerten Verbindungslinie von β Pegasi und α Pegasi (Markab), 2ter Größe, und in der verlängerten Verbindungslinie von Canopus mit Achernar (siehe Sternkarte des südlichen Himmels).

11. α Pegasi (Markab), 2ter Größe. Die über den Pol hinaus verlängerte Verbindungslinie der Hinterräder des Wagens fällt ungefähr mit der Verbindungslinie von α und β Pegasi zusammen.



Die vorstehenden Beispiele geben einen Anhalt, wie beim Aufsuchen von Sternen zu verfahren ist. Jedermann ist imstande, durch Beobachtung des Sternhimmels mit Benutzung einer einfachen Sternkarte oder eines kleinen Himmelsglobus selbst Wege für das Auffinden von Sternen zu finden, die, weil selbst ausgedacht, am besten im Gedächtnis haften. Bei Benutzung einer Sternkarte ist zu beachten, daß eine solche wegen der unvermeidlichen Verzerrungen niemals das von dem Beobachter auf der Erde gesehene Bild genau wiedergeben kann. Am ehesten ist dies noch bei den gnomonischen Karten der Fall, welche das Auge des Beschauers, wie es für den Erdbewohner ja zutrifft, im Mittelpunkt des Himmelsgewölbes annehmen. Diese eignen sich aber wegen der unendlichen Ausdehnung, welche die Gegenden in der Nähe des Himmelsäquators bei dieser Projektion erhalten, nicht für die Darstellung ganzer Halbkugeln. Die beiden beigegebenen Sternkarten zeigen das auf die Äquatorebene projizierte Bild der Himmelshalbkugel, welches ein Beschauer sieht, dessen Auge sich im ungleichnamigen Weltpol befindet. Hierdurch erklären sich einige anscheinende Widersprüche der vorstehenden, auf den Anblick von der Erde aus gegründeten, Anleitung mit dem Bild auf der Sternkarte.

E. Das Aufsuchen und die Kennzeichen der Planeten.

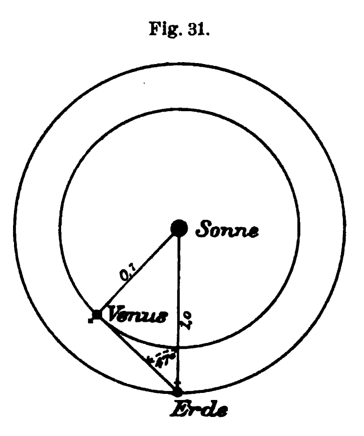
§ 73. Man kann auf ähnliche Weise wie die Fixsterne auch die Planeten finden, indem man den Ort des gesuchten Planeten nach gerader Aufsteigung und Abweichung aus dem Nautischen Jahrbuch entnimmt und in eine Sternkarte einträgt oder auch nur einen ihm nahestehenden auffallenden Fixstern sucht. Der Planet unterscheidet sich vom Fixstern äußerlich durch sein ruhigeres Licht und kann mit Hilfe eines guten Fernrohrs zweifellos an seiner Scheiben- oder Sichelform als solcher erkannt werden; Fixsterne dagegen erscheinen stets als leuchtende Punkte.

Das Funkeln der Sterne entsteht durch die Unruhe der Luft, es ist bei den Planeten infolge ihrer Scheibenform geringer als bei den Fixsternen.

Einige weitere Merkmale der Planeten sind folgende: Jupiter und Venus übertreffen die hellsten Fixsterne — mit Ausnahme des durch die Nähe des Orion gekennzeichneten Sirius — bedeutend an Lichtstärke.

Für Jupiter sind die im Fernrohr wahrnehmbaren Trabanten charakteristisch.

Fig. 31.



Venus erscheint häufig in Sichelgestalt. Sie bewegt sich als unterer Planet innerhalb der Erdbahn auf einer Bahn um die Sonne, deren mittlerer Halbmesser 0,7 Erdweiten beträgt (§ 3). Der größte Winkel, unter dem der Halbmesser der Venusbahn von der Erde aus gesehen werden kann, hat demnach einen Sinuswert von 0,7 (Fig. 31) und ist gleich rund 47°. Venus kann sich also in der Ekliptik nicht weiter als 47° nach Ost oder

West von der Sonne entfernen. Sie kann infolgedessen in unseren Breiten auch nie mehr als einige Stunden vor der Sonne aufgehen oder nach ihr untergehen und heißt daher im ersten Fall Morgenstern, im zweiten Abendstern.

Venus eignet sich besonders gut zu nautischen Beobachtungen, da in der Dämmerung außer ihr auch oft die Kimm gut sichtbar ist.

Mars hat rötliche Färbung. Saturn ist durch seinen in starken Fernrohren wahrnehmbaren Ring, sonst durch seine fahle weiße Färbung kenntlich.

Ferner wird das Auffinden der Planeten dadurch erleichtert, daß sie sich stets in der Nähe der Ekliptik oder Tierkreisebene bewegen. Bei Jupiter und Saturn ändert sich die gerade Aufsteigung nur langsam, bei ersterem 3^h, bei letzterem 1^h im Jahre. Man kann sie daher während längerer Zeit an derselben Stelle des Himmels finden.



Teil II.

Die Winkelmefs-Instrumente.

A. Grundgedanke der Winkelmessung an Bord.

§ **74.** Zum Winkelmessen bedient man sich in der Navigation ausschließlich der Reflexionsinstrumente, die den Winkel zwischen zwei Linien messen und daher keiner bestimmten Ebene als Grundlage bedürfen, wie dies bei solchen Instrumenten der Fall ist, welche die Winkel zweier Flächen zu messen bestimmt sind.

Das Prinzip der Reflexionsinstrumente ist kurz folgendes:

Senkrecht zur Ebene des Instruments (der Ebene, in welcher der zu messende Winkel liegt) befinden sich zwei spiegelnde Ebenen, eine feste, der sogenannte kleine Spiegel oder Kimmspiegel, auch Horizontspiegel genannt (a Fig. 32), und eine drehbare, der große Spiegel, Index- oder Alhidadenspiegel (b). Bilden beide Spiegel einen beliebigen Winkel (α) miteinander, so ergibt sich aus den Grundgesetzen der Spiegelung folgendes:

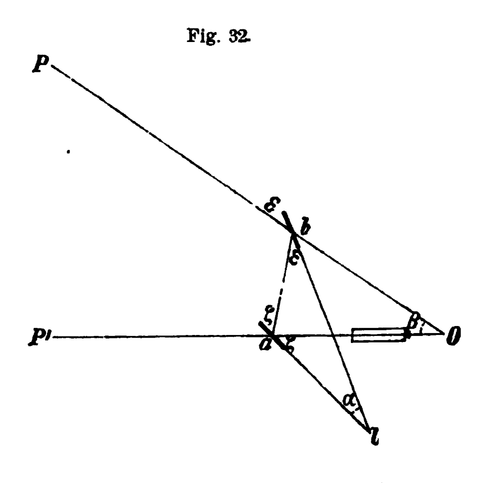


Fig. 32.

Ein Lichtstrahl vom Punkte P, der den großen Spiegel in b unter einem Winkel ε trifft, wird unter demselben Winkel ε nach dem kleinen Spiegel reflektiert, wo er in a den Winkel ζ zur Spiegelfläche bildet und wiederum unter demselben Winkel ζ nach O hin reflektiert wird. Der Lichtstrahl legt also den Weg $PbaO$ zurück, der Winkel $POa = \beta$ ist bestimmt durch den Winkel α, welchen beide Spiegel miteinander bilden.

Es ist nämlich für das Dreieck abl der Außenwinkel

$$\zeta = \alpha + \varepsilon,$$

für das Dreieck abO der Außenwinkel

$$2\zeta = \beta + 2\varepsilon, \text{ daher}$$
$$\beta = 2\alpha.$$

Wenn man also in der Richtung Oa außer dem gespiegelten Gegenstande (P) noch einen direkt gesehenen (P') wahrnimmt, sodaß sich die beiden Gegenstände im Gesichtsfelde decken, so ist der Winkel POP' stets gleich dem doppelten Winkel, den die beiden Spiegel einschließen. Stehen beide Spiegel parallel, so sind die beiden Lichtstrahlen (gespiegelt und direkt gesehen) parallel auf das Instrument gefallen. Diese Stellung ist der Nullpunkt für die Winkelmessung. Verschiebt man nun die Alhidade des Instruments, deren Drehachse zugleich die des großen Spiegels ist, um den Winkel α, so beträgt der Winkel zwischen den beiden Punkten, die in der Richtung Oa, der eine gespiegelt, der andere direkt gesehen, erscheinen, 2α. Der Winkel α wird auf einem geteilten Kreise, dem Limbus, durch Verschiebung der Alhidade gemessen. Damit man den Winkel 2α direkt ablesen kann, ist die Teilung des Limbus verdoppelt, d. h. bei einer Winkeldrehung der Alhidade von 1° liest man auf dem Teilkreis einen Bogen von 2° ab.

Dies ist das Prinzip aller Reflexionsinstrumente. Der feste (kleine) Spiegel wird bei einigen Konstruktionen durch ein Prisma ersetzt, das aber genau so wirkt wie ein Spiegel.

Man unterscheidet dementsprechend Instrumente mit zwei Spiegeln: Sextanten und Oktanten, und Instrumente mit einem Spiegel und einem Prisma: Prismenkreise.

B. Sextanten und Oktanten.

I. Beschreibung.

a. Allgemeines über den Bau der Sextanten und Oktanten.

§ 75. Die Anordnung der Sextanten und Oktanten ist im wesentlichen folgende:

Auf einem ebenen Instrumentenkörper sind zwei Spiegel (Fig. 32), ein fester (a) und ein drehbarer (b), senkrecht und ein Fernrohr parallel zur Instrumentenebene derart befestigt, daß ein durch das Fernrohr auf den festen oder Kimmspiegel (a) fallender Lichtstrahl (Oa) nach der auf der Instrumentenebene senkrechten Drehungsachse des drehbaren Spiegels (b) reflektiert wird. Die Größe des festen Spiegels ist so bemessen, daß sein Spiegelbild nur das halbe Gesichtsfeld des Fernrohrs ausfüllt, damit neben dem vom festen Spiegel reflektierten Bilde eines Gegenstandes ein zweiter Gegenstand direkt gesehen werden kann.

Die Größe der mit Spiegelinstrumenten meßbaren Winkel wird dadurch beschränkt, daß der drehbare Spiegel dem festen immer zugewendet bleiben muß; die Spiegeldrehung muß also kleiner als 90°, der zu messende Winkel demnach kleiner als 180° bleiben. Eine weitere Beschränkung des zu messenden Winkels ist durch die Abnahme des Gesichtsfeldes des gespiegelten Bildes bei abnehmendem Winkel ε (Fig. 32) gegeben. Der letztere darf aus diesem Grunde nicht unter 20° sinken. Die Grenze der mit einem guten Spiegelinstrument unter günstigen Umständen meßbaren Winkelgröße ist daher 140°.

Die Drehung des großen Spiegels und die Messung der Drehung geschieht mittels einer Alhidade, die sich auf einem geteilten Kreisbogen bewegt, dessen Teilung so ausgeführt ist, daß das Doppelte der Spiegeldrehung, d. i. der gemessene Winkel, unmittelbar abgelesen wird.

Die geschilderte Anordnung ist den Sextanten und Oktanten gemeinsam. Die Verschiedenheiten zwischen Sextant und Oktant bestehen, nachdem der eigentliche, durch den Namen angedeutete Unterschied zwischen beiden, die Beschränkung des Kreisbogens auf den sechsten bzw. achten Teil des Kreisumfangs, nicht mehr zutrifft, hauptsächlich in der Feinheit der Kreisteilung (Limbus), der Ablesevorrichtung (Nonius) und der ganzen Ausführung des Instruments. Die Teilung des Limbus erstreckt sich beim Sextanten meist auf $^1/_6$, beim Oktanten auf $^1/_3$ Grade.

b. Der Sextant.

§ 76. Der Sextant besteht aus folgenden Teilen:

1. dem Instrumentenkörper,
2. der Alhidade mit Nonius, Einstellvorrichtung und Lupe,
3. den beiden Spiegeln,
4. dem Fernrohrträger,
5. den Fernrohren,
6. den Vorschlaggläsern,
7. dem Zubehör.

1. Der Instrumentenkörper ist ein Kreissektor aus Metall, bestehend aus einem Kreisringstück mit den einschließenden Halbmessern und dazwischenliegenden Verstrebungen. Er ist an der unteren Seite mit einem Handgriff und mit Füßen versehen.

In den Kreisbogen, dessen Radius 18 cm und dessen Länge ungefähr den fünften Teil des Kreisumfanges beträgt, ist ein silberner Gradbogen, der Limbus, eingelegt.

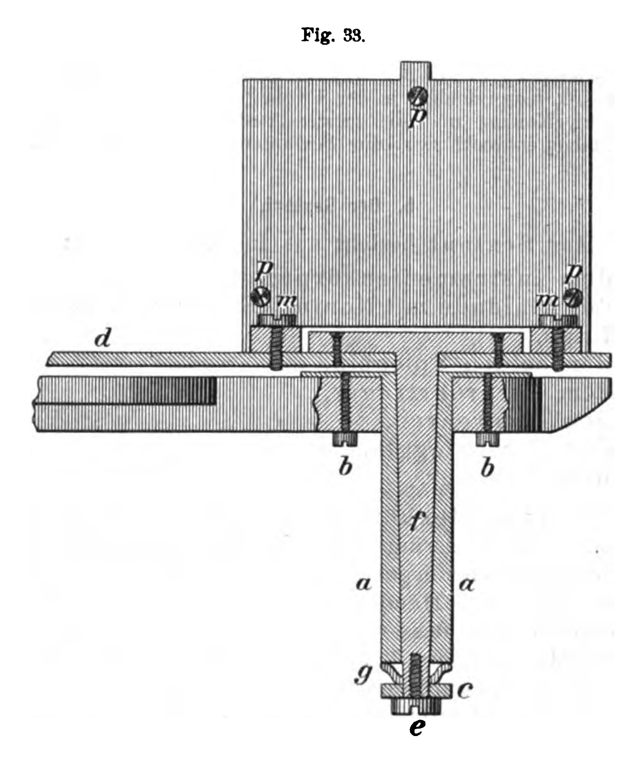
Die Teilung des Limbus hat ihren Nullpunkt nahe dem rechten Ende des Kreisbogens, sie geht nach links bis ungefähr 150°, nach rechts ist sie um einige Grade über den Nullpunkt hinausgeführt, um den Fehler in der gegenseitigen Lage von Limbus- und Noniusnullpunkt ermitteln zu können. Auf dieser Überteilung werden negative, auf der nach links laufenden Teilung positive Winkel abgelesen.

Das Ablesen von negativen Winkeln auf der Überteilung führt leicht zu Verwechslungen, da die Noniusteile dabei entgegen ihrer Bezifferung von links nach rechts gezählt werden müssen. Man tut daher gut, auf der Überteilung die Winkel ebenso wie auf der Hauptteilung als positive Winkel, jedoch zwischen 350° und 360° abzulesen.

Jeder Grad der Limbusteilung hat den Wert eines halben Bogengrades, sodaß auf dem Limbus die doppelte Spiegeldrehung, d. i. der beobachtete Winkel, unmittelbar abgelesen wird. Die Limbusgrade sind in sechs Unterabteilungen von je 10 Minuten geteilt.

Genau im Mittelpunkt des Limbusbogens ist in dem Instrumentenkörper eine Bohrung für die zur Befestigung der Alhidade bestimmte Zapfenbuchse (*a* Fig. 33) angebracht, in der diese mittels dreier

Fig. 33.



Schrauben (*b*), deren Köpfe an der Rückseite des Instruments hervorsehen, gehalten wird. In ihre konische Bohrung paßt ein mit der Alhidade (*d*) verschraubter Zapfen (*f*). Eine Scheibe (*c*), die auf das vierkantige Ende des Zapfens aufgesetzt ist und durch eine

Schraube (*e*) festgehalten wird, verhindert das Herausgleiten des Zapfens aus der Buchse. Eine Glockenfeder aus Messing (*g*), die zwischen die Scheibe (*c*) und die Zapfenbuchse (*a*) eingeschaltet ist, zieht den Zapfen mit stets gleichem Drucke in die Bohrung hinein, sodaß er sich darin mit stets gleichbleibender Reibung dreht. Über die Zapfenbuchse ist oft eine zylindrische Schutzhülse aus Messing gestreift.

2. Die Alhidade ist ein linealförmiger Messingschenkel, der sich mittels des vorerwähnten, an seinem inneren Ende befestigten Zapfens in der Zapfenbuchse um den Mittelpunkt der Limbusteilung drehen läßt, und der mit seinem äußeren Ende auf dem Kreisbogen des Instrumentenkörpers gleitet. Die Alhidade endigt hier in einem viereckigen Rahmen, der die Ablesevorrichtung und Teile der zum Ein- und Feststellen der Alhidade dienenden Einstellvorrichtung trägt. Ungefähr in der Mitte der Alhidade ist eine, das Ablesen erleichternde Lupe mit davorstehender Blende aus mattem Glase an einem drehbaren, messingenen Arm befestigt. Auf dem inneren Ende der Alhidade über dem Zapfen ist der große oder Indexspiegel angebracht.

Die Hilfsteilung zum Ablesen, ein kurzer, dem Limbus konzentrischer, mit Teilung versehener Kreisbogen aus Silber, heißt Nonius oder Vernier. Sie ist ein an der Limbusteilung konzentrisch verschiebbarer Maßstab, der gleiche Teile zwischen je zwei Teilstrichen des Limbus zu messen gestattet, und zwar ist die Teilung des Nonius um denjenigen Bruchteil von der Limbusteilung verschieden, den man mit Hilfe des Nonius ablesen will. Will man z. B. Zehntel der Limbusteilung ablesen, so muß die Auseinanderstellung der Teilstriche der Noniusteilung um $^1/_{10}$ von derjenigen der Limbusteilung verschieden sein, d. h. es müssen neun Limbusteile zehn Teilen des Nonius entsprechen (Fig. 34).

Fig. 34.

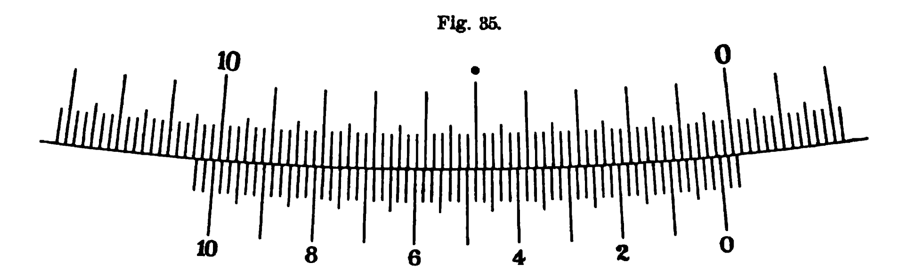
Wird in diesem Fall der Nullstrich des Nonius genau auf einen Teilstrich des Limbus eingestellt, so gibt der nächste Strich des Nonius $^9/_{10}$ der Limbusskala an. Er stimmt mit dem nächsten Strich des Limbus überein, sobald der Nullstrich um $^1/_{10}$ der Limbusskala vorwärts geschoben wird. Man liest also durch die Übereinstimmung des ersten Noniusstriches mit einem Limbusstrich unmittelbar $^1/_{10}$ ab. Bringt man den zweiten Strich zur Deckung, so liest man ab, daß der Nullstrich um $^2/_{10}$ von dem vorhergehenden Strich der Limbusteilung absteht, usf. Das Zusammenfallen des n^{ten} Striches des Nonius mit einem Strich der Limbusteilung gibt also an, daß der Nullstrich noch um $^n/_{10}$ über den vorhergehenden Strich

der Limbusteilung hinaus weitergerückt ist. Fällt kein Teilstrich des Nonius mit einem Teilstrich des Limbus zusammen, so werden kleinere Bruchteile geschätzt.

Beim Sextanten entsprechen 60 Teile des Nonius 59 Teilen des Limbus, man kann also unmittelbar auf $^1/_{60}$ des Limbusteiles und, da ein Limbusteil 10′ bedeutet, auf 10″ ablesen.

Die Teilung ist so ausgeführt (Fig. 35 u. 36), daß die Anzahl der Minuten, deren jede zweite beziffert ist, ohne Abzählen der einzelnen Teile bis zur Übereinstimmungsstelle sofort abgelesen werden kann.

Fig. 35.

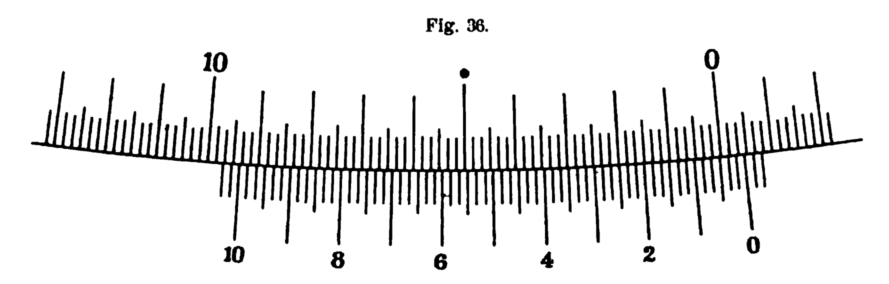


Beispiel.

In Fig. 35 liegt der Nullpunkt des Nonius zwischen den Limbusteilstrichen 0° 10′ und 0° 20′. Verfolgt man den Nonius nach links, so sieht man, daß der Noniusteilstrich von 6′ 30″ mit dem ihm gegenüberliegenden Limbusteilstrich zusammenfällt. Die Ablesung ist also 0° 10′ + 6′ 30″ = 0° 16′ 30″.

Steht der Nullstrich des Nonius auf der Überteilung rechts vom Nullpunkt des Limbus, so bleibt die Art der Ablesung des Nonius dieselbe, wenn man die Winkel der Überteilung positiv und von 350° bis 360° zählt. Will man sie dagegen negativ und von Null ausgehend zählen, so muß man die Teilstriche des Nonius von links nach rechts entgegen seiner Bezifferung bis zu demjenigen, bei dem Übereinstimmung mit einem Limbusstrich stattfindet, zählen, um die der Einstellung entsprechende Anzahl von Unterabteilungen zu erhalten.

Fig. 36.



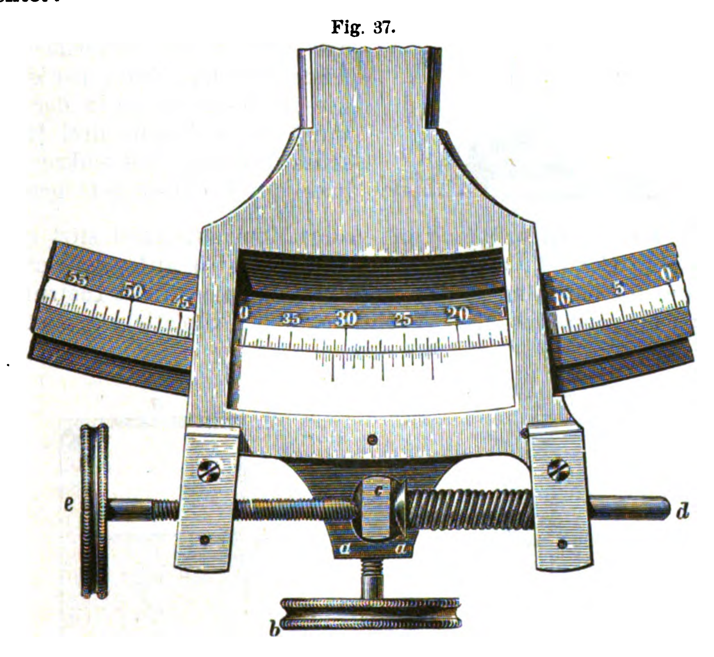
Beispiel.

In Fig. 36 liegt der Nullpunkt des Nonius zwischen 359° 30′ und 359° 40′. Verfolgt man den Nonius nach links, so findet man Übereinstimmung zwischen Nonius- und Limbusteilstrichen bei dem Noniusstrich 2′ 10″. Die Ablesung ist also 359° 30′ + 2′ 10″ = 359° 32′ 10″.

Will man auf der Überteilung negative Winkel ablesen, so liegt der Noniusnullpunkt zwischen — 0° 20′ und — 0° 30′. Jetzt muß man die Noniusteile von links her vom Teilstrich 10′ aus zählen bis zur Übereinstimmung mit dem gegenüberliegenden Limbusteilstrich. Man findet 7′ 50″. Die Ablesung ist also — 0° 20′ — 7′ 50″ = — 0° 27′ 50″.

Die Einstellvorrichtung (Fig. 37) ist folgendermaßen eingerichtet:

Fig. 37.

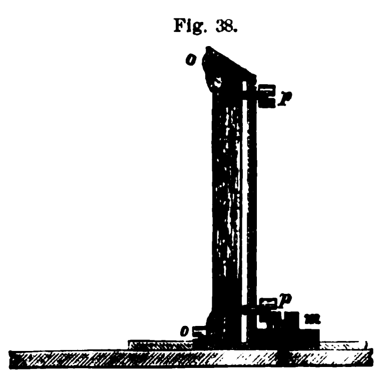


Auf dem Kreisbogen des Instrumentenkörpers gleitet an einer Rippe ein Klemmschlitten (*a*), der durch eine auf eine plattenförmige Feder wirkende Klemmschraube (*b*) festgeklemmt werden kann. Ein auf dem Klemmschlitten sitzender, an den Seiten leicht ausgekehlter, stählerner Zapfen (*c*) stellt die Verbindung zwischen Klemmschlitten und Alhidade her. Letztere hat über den Rahmen des Nonius hinaus eine gabelartige Verlängerung, deren rechter Arm einen Messingstift (*d*) mit Knopf trägt, der durch eine übergestreifte Spiralfeder gegen den Zapfen (*c*) des Klemmschlittens gedrückt wird, sodaß dieser sich fest gegen eine im linken Arm der Verlängerung gelagerte Mikrometer- oder Feinschraube (*e*) legt. Der Klemmschlitten muß somit in ungeklemmtem Zustande den Bewegungen der Alhidade

folgen. Ist der Schlitten durch die Klemmschraube festgestellt, so kann man die Alhidade noch mittels der Mikrometerschraube langsam bewegen und so die feine Einstellung des zu messenden Winkels bewirken.

3. Die beiden Spiegel.

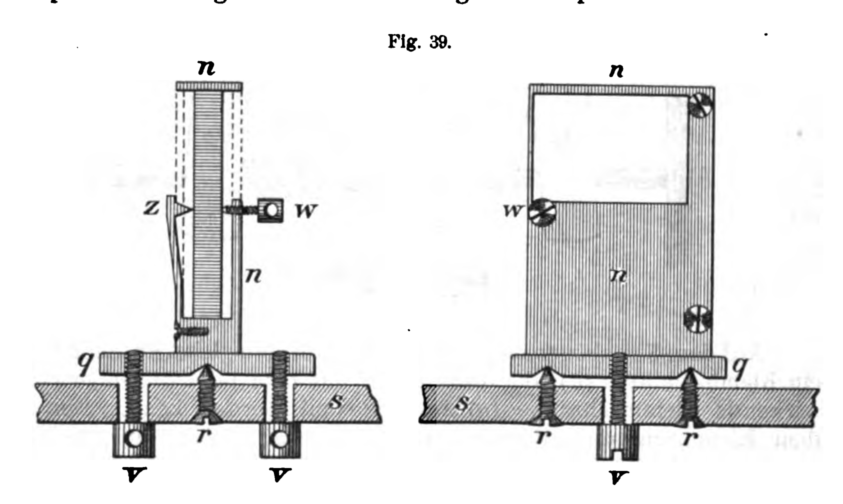
Fig. 38.



a) Der große, Index- oder Alhidadenspiegel ist in einem senkrecht über dem Alhidadenzapfen stehenden Rahmen, der mit der Alhidade durch zwei Schrauben (*m* Fig. 33 u. 38) fest verschraubt ist, eingesetzt. Er wird darin durch drei über seine Vorderfläche greifende federnde Nasen (*o*) gehalten. Diesen Nasen stehen in der Hinterwand des Rahmens drei Regulierschrauben (*p*) für die senkrechte Stellung des Indexspiegels gegenüber.

b) Der kleine, Horizont- oder Kimmspiegel sitzt in einem Rahmen (*n* Fig. 39), der mit einer Fußplatte (*q*) auf zwei Spitzen (*r*) steht, die aus einem Ansatz (*s*) am linken Halbmesser des Instrumentenkörpers hervorragen. Die Verbindung der Fußplatte mit dem Ansatz

Fig. 39.



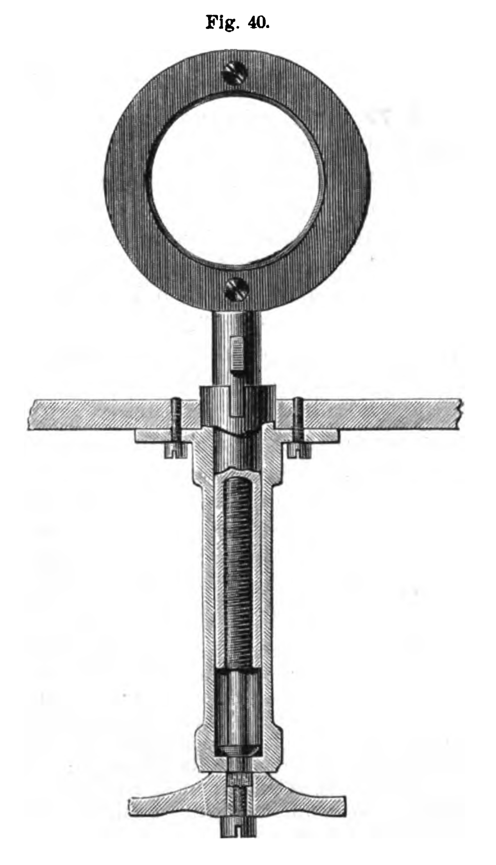
stellen zwei der Mitte der vorderen und hinteren Spiegelfläche gegenüberstehende Schrauben (*v*) her, die durch elliptische Ausschnitte des Ansatzes (*s*) von unten her hindurchgehen und in die Fußplatte (*q*) eingreifen. Sie dienen zur Senkrechtstellung des Spiegels auf der Instrumentenebene. Der Spiegel ist nur zur Hälfte belegt und mit dem belegten Teil nach unten in den Rahmen (*n*) eingesetzt. Eine

in der Hinterwand des Rahmens befindliche Schraube (*w*) ermöglicht in Verbindung mit einem an der Vorderseite angebrachten federnden Metallstreifen mit Dorn (*z*) die Berichtigung der Spiegelstellung im Rahmen.

Bei neueren Sextanten fehlt der unbelegte Teil des kleinen Spiegels oft ganz; der Spiegel reicht dann nur bis in die Höhe der Fernrohrachse. Statt dessen wird auch vorgeschlagen, diesen Spiegel so groß wie das Fernrohrobjektiv zu machen und ihn ganz mit einer halbdurchsichtigen Silberschicht zu belegen. Man vermeidet dadurch die doppelte Austrittspupille und kann beide Bilder an allen Stellen des Gesichtsfeldes mit derselben Deutlichkeit wahrnehmen.

4. Der Fernrohrträger (Fig. 40) befindet sich gegenüber dem kleinen Spiegel in einer Durchbohrung an der rechten Seite des Instrumentenkörpers. Er ruht, mittels einer Stellschraube auf und nieder beweglich, mit seinem Schaft in einer Buchse, in der er genau senkrecht zur Instrumentenebene gehalten und durch die vierkantige Form des Schaftes oder durch Zapfen und Nute an einer Drehung verhindert wird. Oben endigt der Fernrohrträger in einen zur Aufnahme des Fernrohrs bestimmten Gewindering.

Fig. 40.



Bei vielen Sextanten ist die Neigung dieses Ringes mittels zweier Schräubchen, deren Köpfe in Fig. 40 sichtbar sind, regulierbar, sodaß Fehler in der Parallelstellung des Fernrohrs zur Instrumentenebene beseitigt werden können.

5. Fernrohre. Zu jedem Instrument gehören ein astronomisches Fernrohr mit doppeltem Fadenkreuz und ein terrestrisches Fernrohr mit großem Objektiv. Das astronomische Fernrohr hat in der Regel zwei Okulare, Nr. 1 mit zehnfacher, Nr. 2 mit sechsfacher Vergrößerung. Das terrestrische Fernrohr hat vierfache Vergrößerung. Ein für den Fernrohrring passendes Diopterrohr und ein für sämtliche Okulare passendes Blendglas sind ebenfalls beigegeben.

6. Die Vorschlaggläser dienen zum Abblenden sowohl der gespiegelten als der direkt gesehenen Lichtstrahlen. Es sind zwischen

dem großen und kleinen Spiegel vier, und hinter dem kleinen Spiegel drei solche verschieden dunkle Gläser auf einem um 180° drehbaren Zapfen angebracht. Sie können, wenn sie nicht gebraucht werden, zur Seite geschlagen werden. Vielfach fehlt auch die Einrichtung, daß die Gläser um 180° gedreht werden können.

7. Das Zubehör besteht aus einem Haarpinsel, einem Schraubenzieher, zwei Dioptern zur Kontrolle der Parallelstellung der Fernrohrachse zur Instrumentenebene und einem stählernen Dorn zum Drehen der Regulierschrauben für die Spiegelstellung. Ein Mahagonikasten dient zur Aufnahme des Instruments nebst Zubehör.

c. Der Oktant.

§ 77. Der Oktant weist gegenüber dem Sextanten folgende Verschiedenheiten auf:

1. Die Limbusteilung geht bis 130° und ist meist nur auf 20′ durchgeführt.
2. 40 Teile des Nonius entsprechen 39 Teilen des Limbus, man liest also auf $^1/_{40}$ der Limbusteilung, d. i. auf 0,5′ genau ab.
3. Das astronomische Fernrohr hat nur ein Okular mit sechsfacher Vergrößerung.
4. Die Träger der Vorschlaggläser sind nicht drehbar.
5. Die Diopter fehlen und der Gewindering für das Fernrohr ist nicht regulierbar.

Der Oktant für Nachtbeobachtungen ist mit Vorrichtungen versehen, die das Erkennen des Horizonts in der Dunkelheit erleichtern. Der unbelegte Teil des Kimmspiegels ist weggelassen.

Die Stelle des terrestrischen Fernrohres vertritt ein kleines Doppelfernrohr mit zweieinhalbfacher Vergrößerung. Der zugehörige Fernrohrträger hat statt des Gewinderinges einen Rahmen, in den das Nachtfernrohr mit einem Plattenansatz eingeschoben wird.

Bei dem Oktanten von Plath, System Hilgendorf, ist der Kimmspiegel, von dem nur ein schmaler Streifen belegt ist, so groß wie das Fernrohrobjektiv. Man sieht dann infolge der Spiegelung an der großen Glasfläche auch im unbelegten Teile ein schwaches Sternbild, das mit der Kimm wirklich zur Deckung gebracht werden kann. Auch hier empfiehlt sich die Belegung des ganzen Spiegels mit einer halbdurchsichtigen Silberschicht, um das Sternbild etwas heller zu machen.

Der kleine Oktant zum Entfernungsmessen ist zum Messen von Abständen von Schiff zu Schiff bestimmt und findet für Zwecke der Navigation keine Verwendung.

II. Prüfung und Richtigstellung der Sextanten und Oktanten.

§ 78. Jeder Sextant und Oktant ist, bevor er in Gebrauch genommen wird, auf seine Brauchbarkeit zu prüfen. Diese Prüfung, die gewöhnlich von den Werften ausgeführt wird, soll in größeren Zeiträumen an Bord wiederholt werden, um sich von dem unverändert guten Zustande des Instrumentes zu überzeugen; sie muß erfolgen,



wenn die Möglichkeit vorliegt, daß das Instrument infolge eines Unglücksfalles (Stoß, Fall, Verbiegung) unbrauchbar geworden ist.

Unabhängig davon wird die Richtigstellung der Sextanten und Oktanten von dem Beobachter an Bord häufiger nachgesehen und nötigenfalls berichtigt.

a. Die Prüfung.

§ 79. Sie erstreckt sich auf folgende Punkte:

1. Die Teilung des Limbus.
2. Die Teilung des Nonius.
3. Die Ebenheit der Spiegelflächen.
4. Die Parallelität der Spiegelflächen.
5. Die Parallelstellung der Fernrohrachse zur Instrumentenebene.
6. Die Parallelität und Ebenheit der Flächen der Vorschlaggläser.
7. Den Exzentrizitätsfehler.

1. Die Teilung des Limbus. Man stellt den Nullpunkt des Nonius genau auf den Nullstrich des Limbus ein und beobachtet, ob der $(n+1)^{te}$ (letzte) Teilstrich des Nonius mit dem n^{ten} Teilstrich des Limbus übereinstimmt. Dieses Verfahren wiederholt man, indem man den Nonius ungefähr von 10° zu 10° verschiebt.

Es können sich nun folgende Fehler zeigen:

a) Der $(n+1)^{te}$ Teilstrich deckt sich zuweilen mit dem n^{ten} Strich des Limbus, zuweilen aber nicht. Die Teilung ist fehlerhaft und das Instrument ist nur mit Benutzung einer Tabelle für Teilungsfehler brauchbar;

b) die Teilstriche des Nonius sind gleichmäßig zu weit auseinander oder zu eng beisammen. Der Nonius ist zu nahe bzw. zu entfernt dem Drehpunkt der Alhidade angebracht. Der Fehler kann von einem Mechaniker durch entsprechendes Verschieben des Nonius beseitigt werden;

c) die Teile des Nonius nehmen im Verhältnis zu denjenigen des Limbus gleichmäßig zu oder ab. Dies ist ein Zeichen von Exzentrizität. Das Instrument ist nach Aufstellung einer Exzentrizitätstabelle brauchbar.

2. Die Teilung des Nonius. Unter der Voraussetzung, daß die Teilung des Limbus richtig ist, stellt man einen Teilstrich in der Mitte des Nonius auf einen Teilstrich des Limbus ein und beobachtet, ob die Teilstriche des Nonius nach beiden Seiten gleichmäßig hinter den Teilstrichen des Limbus zurückbleiben. Diese Probe wird mit verschiedenen Strichen des Nonius wiederholt. Wird diese Bedingung nicht erfüllt, so ist der Nonius fehlerhaft geteilt und muß ausgewechselt werden.

6*



3. Die Ebenheit der Spiegelflächen. Die Spiegelbilder der Sonne oder des Mondes müssen, unter spitzem Winkel gesehen, scharfe Ränder zeigen. Verschwommene Ränder deuten auf unebene Spiegelflächen. Der betreffende Spiegel ist dann unbrauchbar.

4. Die Parallelität der spiegelnden Flächen. Man läßt die Strahlen der Sonne oder des Mondes unter sehr spitzem Winkel auf den Spiegel fallen. Sind die Spiegelflächen parallel, so sieht man nur ein Bild. Sind die Spiegelflächen nicht parallel, ist also der Spiegel prismatisch, so sieht man ein mattes von der Vorderfläche und ein helles von der belegten Hinterfläche herrührendes Bild. Den großen Spiegel macht ein solcher Fehler unbrauchbar, beim kleinen Spiegel wird er bei der Ermittlung der Indexverbesserung unschädlich gemacht.

5. Die Parallelstellung der Fernrohrachse zur Instrumentenebene. Sind dem Instrument Diopter beigegeben, so werden sie neben dem Fernrohr, parallel zu dessen Achse, auf den Körper des auf einer passenden Unterlage (Tisch, Kiste, Normalkompaß) horizontal liegenden Instruments gesetzt und die Fernrohrachse in gleiche Höhe mit der Visierlinie der Diopter gebracht. Visiert man nun durch die Diopter einen weit entfernten, scharf begrenzten Gegenstand an, so muß dieser bei richtiger Stellung des Fernrohrs in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen. Liegt er über oder unter der Mitte, so wird der Fehler mittels der Korrektionsschrauben am Gewindering des Fernrohrträgers beseitigt.

Will man an diesen Schrauben nicht rühren oder sind sie überhaupt nicht vorhanden, so merkt man sich die Stelle des Gesichtsfeldes, an der der entfernte Gegenstand erscheint und bringt beim Winkelmessen die beiden Bilder an dieser Stelle zur Deckung.

Sind keine Diopter vorhanden, so genügt es, unter der Alhidade hindurch über den Instrumentenkörper hinweg zu visieren und einen weit entfernten Gegenstand zu suchen, der in der Ebene des Instruments liegt und dann in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen muß.

An Bord ist diese Prüfungsart wegen der Schwankungen des Schiffes nicht ausführbar, man verfährt dann folgendermaßen:

Man dreht das Okular des Fernrohrs so, daß zwei Fäden des Fadenkreuzes parallel zur Instrumentenebene laufen. Bringt man nun zwei Sterne oder scharf sichtbare terrestrische Gegenstände, die wenigstens 90° voneinander entfernt sind, an dem einen Faden zur Deckung, so steht das Fernrohr richtig, wenn bei Beobachtung an dem anderen Faden die Deckung gleichfalls stattfindet. Findet jedoch die Berührung an dem der Instrumentenebene näheren Faden statt, während bei der Beobachtung an dem entfernteren Faden die Punkte noch auseinander bleiben, so ist das Okular der Instrumentenebene zugeneigt. Beobachtet man den Winkel kleiner an dem von der Instrumentenebene entfernteren Faden, so ist das Objektiv der Instrumentenebene zugeneigt. In beiden Fällen wird der Winkel zu groß gemessen. Der Sextant muß vor dieser Prüfung nach §§ 80 u. 81 richtig gestellt sein.

6. Die Prüfung der Vorschlaggläser. Diese werden auf die Parallelität ihrer Flächen dadurch geprüft, daß man mit Anwendung



der Gläser einen sich gleich bleibenden Winkel, z. B. Sonnendurchmesser, mißt und die Messung wiederholt, nachdem die Gläser um 180° gedreht worden sind. Zeigen sich wesentliche Unterschiede, so sind die Gläser zu verwerfen.

Sind die Gläser nicht um 180° drehbar, so mißt man denselben Winkel einmal bei Benutzung der Gläser und das zweite Mal ohne sie unter Anwendung der Okularblende.

Die Ebenheit der Flächen dieser Gläser untersucht man, indem man die Sonne sich darin spiegeln läßt und das Spiegelbild durch das Fernrohr betrachtet. Das Spiegelbild muß scharfe Ränder zeigen.

7. Der Exzentrizitätsfehler. Ein solcher entsteht, wenn der Mittelpunkt des Limbusbogens nicht genau in die Drehungsachse der Alhidade fällt.

Auf das Vorhandensein eines erheblichen Exzentrizitätsfehlers weist schon die gleichmäßige Zu- oder Abnahme der Noniusteile gegenüber den Limbusteilen hin.

Die Größe des Exzentrizitätsfehlers wird ermittelt, indem man genau bestimmte Winkel mit dem zu prüfenden Instrument nachmißt.

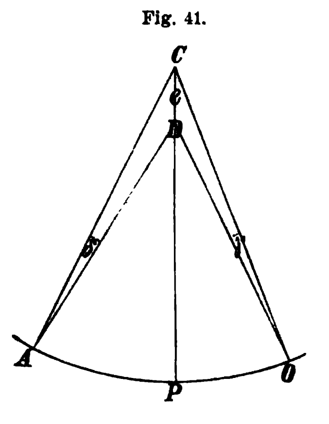
Bei der Bestimmung der Exzentrizität werden zwei Größen ermittelt, nämlich:

1. Der Abstand (e Fig. 41) der Drehachse vom Mittelpunkt des Teilkreises. Er wird nur relativ, den Radius des Instrumentes $= 1$ gesetzt, und zwar in Bogenmaß gegeben und gewöhnlich mit ε bezeichnet. Es ist, da e in bezug auf den Radius r des Instrumentes sehr klein ist:

$$\varepsilon = \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{arc\ 1''} = 206265'' \cdot \frac{e}{r}.$$

2. Die Richtung, in der der Drehpunkt vom Mittelpunkt liegt, d. h. der Winkel am Mittelpunkt des Teilkreises, den der Radius vom Nullpunkt des Limbus mit der Richtung von e bildet. Dieser Winkel wird in der folgenden Entwicklung p genannt. Zur Ermittlung dieser Werte braucht man zwei bekannte, mit dem Instrument meßbare Winkel von möglichst verschiedener Größe.

Fig. 41.



Entwicklung der Formeln zur Berechnung der Exzentrizität.

Es sei C der Mittelpunkt der Teilung, D der Drehpunkt der Alhidade. Man mißt den Winkel ADO und liest den Winkel ACO ab. Der Unterschied der beiden Winkel ist der Fehler, den die Exzentrizität verursacht und der bestimmt werden soll.

Dabei ist wohl zu beachten, daß der Winkel ADO die Größe der Drehung der Alhidade mißt, also gleich der Hälfte des Winkels ist, den die beiden Gegenstände miteinander bilden.

Setzt man:

$$\sphericalangle ADO = A, \qquad \sphericalangle ACO = a,$$
$$CD = e, \qquad \sphericalangle OCP = p,$$
$$\sphericalangle COD = \gamma, \qquad \sphericalangle CAD = \delta,$$
$$CO = CA = r,$$

und, weil e in allen Fällen sehr klein ist, DO und DA ebenfalls $= r$, so ist:

$$\sin \gamma = \frac{e}{r} \cdot \sin p, \qquad \sin \delta = \frac{e}{r} \cdot \sin (a - p)$$

und wegen der Kleinheit der Winkel γ und δ, wobei der jedesmalige Sinus mit dem Bogen vertauscht werden kann:

$$\gamma = 206265'' \cdot \frac{e}{r} \cdot \sin p,$$

$$\delta = 206265'' \cdot \frac{e}{r} \cdot \sin (a - p).$$

Setzt man ferner

$$206265'' \cdot \frac{e}{r} = \varepsilon, \text{ so ist:}$$

$\gamma = \varepsilon \cdot \sin p$ und $\delta = \varepsilon \cdot \sin (a - p)$, und da $A = a + (\gamma + \delta)$, so ist:

$$A = a + \varepsilon \cdot [\sin (a - p) + \sin p]$$

und

$$2A = 2a + 2\varepsilon \cdot [\sin (a - p) + \sin p].$$

Da der am Sextanten abgelesene Winkel, den die beiden Gegenstände miteinander bilden, doppelt so groß ist, als die Alhidadendrehung, so bedeutet $2A$ den wahren, $2a$ den am Sextanten abgelesenen Winkel zwischen den beiden Gegenständen.

Ebenso hat man für einen zweiten gegebenen Winkel $2B$, für den die Messung mittels des Sextanten $2b$ ergab:

$$2B = 2b + 2\varepsilon \cdot [\sin (b - p) + \sin p].$$

Nach Umformung dieser Gleichungen ergibt sich:

$$1. \quad \frac{A - a}{2 \sin \frac{a}{2}} = \varepsilon \cdot \cos \left(\frac{a}{2} - p\right) = m.$$

$$2. \quad \frac{B - b}{2 \sin \frac{b}{2}} = \varepsilon \cdot \cos \left(\frac{b}{2} - p\right) = m'.$$

Da nun

$$\left(\frac{b}{2} - p\right) = \left(\frac{a}{2} - p\right) + \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right)$$

ist, so wird:

$$m' = \varepsilon \cdot \cos\left(\frac{a}{2} - p\right) \cdot \cos \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right) - \varepsilon \cdot \sin \left(\frac{a}{2} - p\right) \cdot \sin \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right)$$
$$= m \cdot \cos \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right) - \varepsilon \cdot \sin \left(\frac{a}{2} - p\right) \cdot \sin \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right).$$

Demnach:

$$3. \quad \varepsilon \cdot \sin \left(\frac{a}{2} - p\right) = \frac{m \cdot \cos \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right) - m'}{\sin \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right)}.$$

Dividiert man nun Gleichung 3 durch Gleichung 1, so erhält man:

$$4. \qquad tg\left(\frac{a}{2} - p\right) = \frac{m \cdot cos\left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right) - m'}{m \cdot sin\left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right)},$$

und somit auch p.

Dann ergibt sich ε, indem man Gleichung 3 umformt, durch:

$$5. \qquad \varepsilon = \frac{m \cdot cos\left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right) - m'}{sin\left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right) \cdot sin\left(\frac{a}{2} - p\right)}.$$

Das Verfahren ist also folgendes:

Zwei mittels eines größeren Theodoliten genau festgestellte Winkel, $2A$ und $2B$, werden mit dem zu prüfenden Sextanten, der zuvor nach §§ 80 u. 81 richtig gestellt sein muß, genau gemessen. Die Sextantenwinkel seien nach Anbringung der zuvor ermittelten Indexverbesserung gleich $2a$ und $2b$. Dann rechnet man m und m' nach Gleichung 1 und 2 aus, und hierauf $\frac{a}{2} - p$ nach Gleichung 4 und erhält somit p. Endlich findet man ε nach Gleichung 5.

Aus den ermittelten ε und p wird die Exzentrizitätsverbesserung für jede Ablesung am Sextanten durch die Formel:

$$2A - 2a = 2\varepsilon \cdot sin\ p + 2\varepsilon \cdot sin\ (a - p)$$

berechnet, indem man zunächst den konstanten Teil $2\varepsilon \cdot sin\ p$ bildet, dann $2a = 10°, 20°, 30°$ usf. nacheinander in das Glied $2\varepsilon \cdot sin\ (a - p)$ einsetzt und die Summe beider in einer Tabelle folgender Form zusammenstellt, die dem Sextanten beigefügt wird:

Sextant M. Nr. N. N.

Ablesung am Sextanten	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°
Verb. f. Exzentrizität												

$\varepsilon =$ $\qquad p =$

Zur Ermittlung der Exzentrizität sind daher nur zwei bekannte Winkel notwendig; es ist aber zur Erzielung eines genauen Resultats wünschenswert, eine größere Anzahl von Winkeln zu messen und aus allen die Exzentrizität abzuleiten.

Exzentrizitätstabellen sind denjenigen Instrumenten, welche mit merklichen Exzentrizitätsfehlern behaftet sind, beigegeben und auch in den in der Kaiserlichen Marine gebräuchlichen Instrumentenrevisionsbüchern enthalten.

Neue Instrumente, bei denen die Exzentrizitätsfehler über 20″ hinausgehen, werden von der Kaiserlichen Marine nicht abgenommen.

b. Die Richtigstellung.

§ 80. **Sie bezieht sich auf die richtige Stellung der beiden Spiegel, und sollte dauernd kontrolliert werden. Diese Kontrolle ist so einfach, daß man sie vor jedesmaliger Benutzung eines Sextanten oder Oktanten ausführen sollte.**

1. Die Senkrechtstellung des Indexspiegels.

Man stellt die Alhidade auf etwa 60° fest und blickt in schräger Richtung mit einem Auge auf den Spiegel, sodaß man den Kreisbogen, ungefähr in der Gegend von 0°, direkt und gleichzeitig sein Bild im Spiegel sieht. Erscheint der gespiegelte Kreisbogen als die Fortsetzung des direkt gesehenen, so steht der Spiegel senkrecht zur Instrumentenebene; erscheint der durch Kreisbogen und Spiegelbild gebildete Bogen gebrochen, so steht der Spiegel schief und muß durch Drehen der Schrauben (*p* Fig. 33 u. 38) richtig gestellt werden. Ist der Bogen nach oben gebrochen, so steht der Spiegel nach vorn, ist er nach unten gebrochen, so steht der Spiegel nach hinten geneigt.

Der Randstreifen des gespiegelten Bildes, der von der Dicke des Glases herrührt und zwischen direkt gesehenem und gespiegeltem Bogenstück liegt, fällt meist infolge der leicht prismatischen Gestalt des Spiegels etwas heraus. Man beachte ihn bei der Richtigstellung des Spiegels nicht.

Man kann diese Kontrolle ohne Zeitverlust ausüben, wenn man jedesmal beim Herausnehmen des Instruments aus dem Kasten einen kurzen Blick in den Indexspiegel wirft, um sich von seiner richtigen Stellung zu überzeugen.

2. Die Senkrechtstellung des Kimmspiegels.

Sie wird bei der unter 3 zu besprechenden Bestimmung der Indexverbesserung gleichzeitig mit kontrolliert. Stellt sich dabei die Notwendigkeit einer Verbesserung der Senkrechtstellung heraus, so schraubt man dazu das astronomische Fernrohr mit der stärksten vorhandenen Vergrößerung in das Spiegelinstrument ein, stellt die Alhidade auf 0 und beobachtet durch das Fernrohr einen Stern, die Sonne oder einen weit entfernten scharf und deutlich begrenzten irdischen Gegenstand. Bei Sonnenbeobachtungen dürfen nicht die dunkeln Vorschlaggläser, sondern nur die auf das Okular aufschraubbare geschwärzte Blende benutzt werden. Läßt man durch Hinundherbewegen der Alhidade das Spiegelbild an dem direkt gesehenen vorbeigehen und kommen dabei die beiden Bilder überhaupt nicht zur vollkommenen Deckung, so ist der kleine Spiegel nicht senkrecht zur Instrumentenebene. Die Richtigstellung erfolgt durch die beiden Schrauben (*v* Fig. 39), die von der Unterseite des Instrumentenkörpers her die Fußplatte festhalten. Dabei ist zuerst die eine der Schrauben ein klein wenig zu lockern und dann die andere festzuziehen und so fort, bis die beiden Bilder zur Deckung gekommen sind. Die Schrauben wirken so, daß der Kimmspiegel um die beiden Spitzen (*r*), auf denen er ruht, gedreht wird.

Als weit entfernter irdischer Gegenstand kann auch die Kimm genommen werden, dann muß das Instrument aber horizontal ge-



halten werden, sodaß seine Ebene der Kimm parallel ist. Man bewegt in diesem Falle nicht die Alhidade hin und her, sondern macht durch Herauf- und Herunterschrauben des Fernrohrs die beiden Kimmbilder abwechselnd sichtbar und vergewissert sich so, daß sie zusammenfallen.

Vor Beobachtungen, die große Genauigkeit erfordern (Vermessungen), ist die Senkrechtstellung der beiden Spiegel immer nachzusehen und nötigenfalls herbeizuführen. Man stellt dazu den Sextanten auf einen Tisch, eine Kiste oder die Glasplatte des auf seinem Stativ befindlichen Normalkompasses, um die Berichtigungen in Ruhe und Bequemlichkeit vornehmen zu können.

3. Die richtige Lage des Nullpunktes der Limbusteilung. Indexverbesserung.

§ 81. Nach § 74 ist der Nullpunkt für die Winkelmessung diejenige Stellung der Alhidade, bei der die beiden Spiegel einander parallel sind und daher die beiden Bilder eines sehr weit entfernten Gegenstandes genau aufeinanderfallen. Bei dieser Stellung sollte daher der Nullpunkt des Nonius auf den Nullpunkt der Limbusteilung fallen. Trifft dies nicht zu, wie es in der Regel der Fall ist, so bedürfen die mit dem Instrument gemachten Messungen einer Verbesserung, die Indexverbesserung (J. V.) heißt.

Sie wird bestimmt, indem man das gespiegelte und das direkt gesehene Bild eines sehr weit entfernten scharf begrenzten Gegenstandes zur Deckung bringt und die Stellung der Alhidade abliest. Diese Ablesung sei $\text{Abl.}_{\text{Ind.}}$, sie gibt die Nullstellung für die Winkelmessung an. Wird nun mit dem Instrument ein Winkel gemessen, so gibt die auf dem Teilkreis gemachte Ablesung (Abl.) nicht den richtigen Winkel an, da die Ablesung vom Nullpunkt des Kreises aus gezählt ist, während der Winkel von $\text{Abl.}_{\text{Ind.}}$, der Nullstellung für die Winkelmessung aus, gezählt werden muß. Die Ablesung muß also noch um den Abstand des Nullpunktes des Teilkreises von $\text{Abl.}_{\text{Ind.}}$ verbessert werden. Liegt $\text{Abl.}_{\text{Ind.}}$ auf der Hauptteilung oder links von Limbusnull, wie in Fig. 35 (§ 76), so ist die Ablesung zu groß und der Unterschied $\text{Abl.}_{\text{Ind.}}$ — Limbusnull muß abgezogen werden, d. h. die Indexverbesserung ist negativ.

Es ist also

$$\text{J. V.} = -\text{Abl.}_{\text{Ind.}}.$$

Liegt dagegen $\text{Abl.}_{\text{Ind.}}$ auf der Überteilung oder rechts vom Nullpunkt, wie in Fig. 36 (§ 76), so ist die Ablesung zu klein und muß um das entsprechende Stück vergrößert werden, d. h. die Indexverbesserung ist positiv. Da der Nullpunkt auch mit 360° bezeichnet werden kann, so ist in diesem Falle $\text{J. V.} = 360° - \text{Abl.}_{\text{Ind.}}$.



Wir haben also allgemein

$$J.\,V. = \begin{Bmatrix} 0^\circ \\ 360^\circ \end{Bmatrix} - Abl._{Ind.}$$

und

$$Winkel = Abl. + J.\,V.,$$

wo das + Zeichen eine algebraische Addition bezeichnet.

Beispiele.

1. In Fig. 35 wird bei der Deckung der beiden Bilder desselben Gegenstandes abgelesen: $Abl._{Ind.} = 0^\circ\, 16'\, 30''$; danach wird ein Winkel gemessen und die Ablesung: $Abl. = 30^\circ\, 4'\, 10''$ gemacht. Dann ist:

$$J.\,V. = 0^\circ - 0^\circ\, 16'\, 30'' = -16'\, 30'',$$
$$Winkel = 30^\circ\, 4'\, 10'' - 16'\, 30'' = 29^\circ\, 47'\, 40''.$$

2. In Fig. 36 wird bei Bestimmung der Indexverbesserung abgelesen: $Abl._{Ind.} = 359^\circ\, 32'\, 10''$ und bei der folgenden Winkelmessung: $Abl. = 54^\circ\, 41'\, 40''$. Daher ist:

$$J.\,V. = 360^\circ - 359^\circ\, 32'\, 10'' = +27'\, 50'',$$
$$Winkel = 54^\circ\, 41'\, 40'' + 27'\, 50'' = 55^\circ\, 9'\, 30''.$$

Die Indexverbesserung ist sehr veränderlich und muß daher vor oder nach jeder Winkelmessung bestimmt werden. Wenn man dazu die beiden Bilder des weit entfernten Gegenstandes zur Deckung bringt, so kontrolliert man gleichzeitig auch die Senkrechtstellung des Kimmspiegels, wie schon unter 2 erwähnt ist.

Zur Bestimmung der Indexverbesserung benutzt man bei astronomischen Beobachtungen das Gestirn, dessen Höhe oder dessen Abstand vom Monde oder einem irdischen Gegenstande man messen will. Man bedient sich dabei, soweit es möglich ist, derselben Blendgläser und desselben Fernrohrs, die auch bei der Winkelmessung selbst verwendet werden.

§ 82. Da es bei der Benutzung der Sonne schwierig ist, das gespiegelte Bild mit dem direkt gesehenen zur Deckung zu bringen, so verfährt man folgendermaßen:

Man bringt zuerst den Unterrand der gespiegelten Sonne mit dem Oberrand der direkt gesehenen und dann den Oberrand der gespiegelten mit dem Unterrand der direkt gesehenen in Berührung und liest jedesmal die Stellung der Alhidade ab. Aus diesen Ablesungen, von denen die eine auf dem Hauptbogen, die andere auf dem Überbogen, unter 360°, liegt, leitet man nach der obigen Formel zwei Indexverbesserungen ab, deren arithmetisches Mittel die wahre Indexverbesserung ist.

Zur Kontrolle berechne man auch die halbe Differenz der beiden Ablesungen. Sie muß gleich dem im Nautischen Jahrbuch angegebenen und nötigenfalls wegen Strahlenbrechung (§ 101) berichtigten Sonnendurchmesser sein.

Beispiel.

Am 29. Oktober 1904 waren die beiden Ablesungen bei der Berührung entgegengesetzter Sonnenränder 0° 19′ 10″ und 359° 14′ 30″. Daraus folgt:

	Kontrolle.
J. V.₋₁ = − 19′ 10″	Abl.Ind. 1 = 360° 19′ 10″
J. V.₋₂ = + 45′ 30″	Abl.Ind. 2 = 359° 14′ 30″
Summe = + 26′ 20″	Differenz = 1° 4′ 40″
wahre J. V. = + 13′ 10″	1/2 Differenz = 0° 32′ 20″
	⊙ Halbmesser 29. X. 04 = 0° 16′ 8″ N. J.
	⊙ Durchmesser = 0° 32′ 16″

Für manche Zwecke, z. B. Doppelwinkelmessung zwischen irdischen Gegenständen, ist es wünschenswert, die Indexverbesserung nahe gleich Null zu machen, damit man sie vernachlässigen kann. Man stellt dazu die Alhidade auf Null ein und bringt durch Drehen der Schraube *w* (Fig. 39) den Kimmspiegel in eine solche Lage, daß sich die beiden Bilder eines weit entfernten Gegenstandes decken. Bei astronomischen Beobachtungen bestimme man jedoch immer die Indexverbesserung und berücksichtige sie rechnerisch.

4. Die Parallelstellung des Fernrohrs zur Sextantenebene.

Sie muß bei Beobachtungen, die größte Genauigkeit anstreben, z. B. bei Vermessungen, ebenfalls öfters berichtigt werden (§ 79, Nr. 5).

C. Der Prismenkreis.

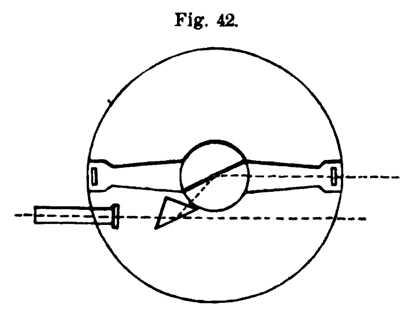
a. Bau und Wirkungsweise des Instruments.

§ 83. Die Prismenkreise sind Reflexionsinstrumente, bei denen der feste Spiegel durch ein Prisma ersetzt ist.

Infolge des physikalischen Gesetzes der Totalreflexion des Lichtes an der Grenze zwischen Glas und Luft wirkt das Prisma wie ein Spiegel, der bei den gewöhnlich benutzten rechtwinklig-gleichschenkligen Prismen der Hypotenusenfläche parallel zu denken ist.

Das Prisma ist (Fig. 42) so vor dem Fernrohr angebracht, daß der vom Fernrohr durch das Prisma gehende Weg eines Lichtstrahls die vertikale Achse eines um diese drehbaren Spiegels trifft. Es wird also das vom Spiegel reflektierte Bild nur dann dem Beobachter sichtbar, wenn die Reflexion des Spiegels genau in dieser Richtung erfolgt.

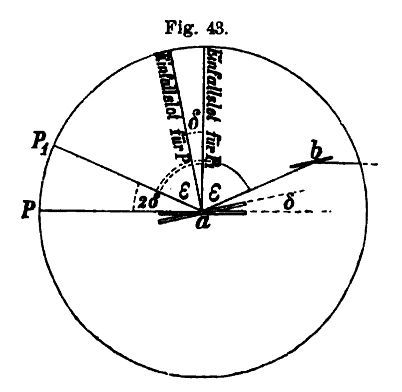
Fig. 42.



Für die Nullstellung ist es erforderlich, daß, wie in Fig. 42 dargestellt, der drehbare Spiegel mit der Hypotenusenfläche des Prismas parallel sei, ähnlich wie beim Sextanten. Dies ist bei dem gebräuchlichen Prismeninstrument der Fall, wenn der Lichtstrahl einen Winkel von etwa 20° mit dem Spiegel bildet.

Eine Drehung der Alhidade und damit des Spiegels um einen Winkel δ (Fig. 43) verkleinert den Winkel ε zwischen dem Einfallslot und dem unveränderlichen Weg des reflektierten Lichtstrahls nach dem Prisma um einen gleichen Winkel δ. Der Winkel zwischen dem einfallenden und dem nach dem Prisma zurückgestrahlten Lichtstrahl 2ε wird so um 2δ verkleinert, folglich verursacht die Drehung des Spiegels um einen Winkel δ eine Veränderung des Winkels zwischen der Richtung nach dem direkt gesehenen und dem gespiegelten Bilde im Betrag von 2δ. Dies ist dasselbe Gesetz wie beim Sextanten. Der Limbus des Prismenkreises muß deshalb auch so beschaffen sein, daß jeder Grad der Limbusteilung den Wert eines halben Bogengrades hat.

Fig. 43.



Die Art der Winkelmessung mit dem Prismenkreis zeigen die Figuren 44 bis 46. Winkel bis 130° werden wie beim Sextanten gemessen (Fig. 44). Bei Winkeln über 130° gelangen keine zu reflektierenden Bilder mehr in den Spiegel, da das Prisma und der Kopf des Beobachters im Wege sind. Bewegt man aber die Alhidade über 180° der Teilung hinaus (Fig. 45 u. 46), so fällt von der linken Seite des Beobachters jetzt Licht auf den Spiegel, und man mißt Winkel von 180° bis 290°. Winkel von 180° bis 290° bedeuten aber nichts anderes als Winkel von 180° bis 70°, indem nur das gespiegelte Bild jetzt nicht mehr zur rechten Seite des direkt gesehenen liegt (vom Beobachter), sondern zur linken. Man kann somit Winkel von jeder beliebigen Größe mit Hilfe des Prismenkreises messen, da Winkel von 290° bis 360° dasselbe bedeuten, wie Winkel von 70° bis 0°.

Fig. 44.

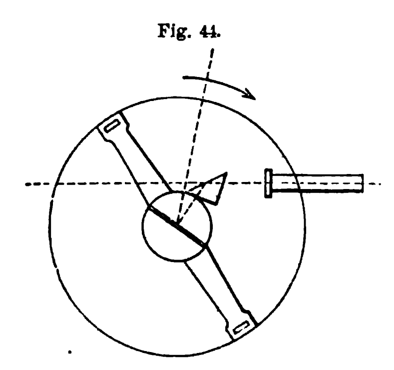


Fig. 45.

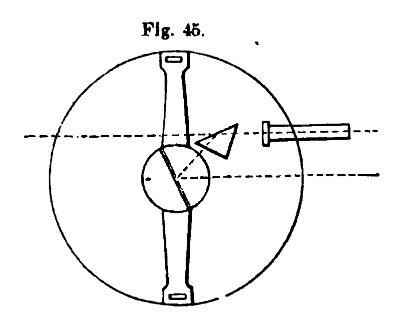
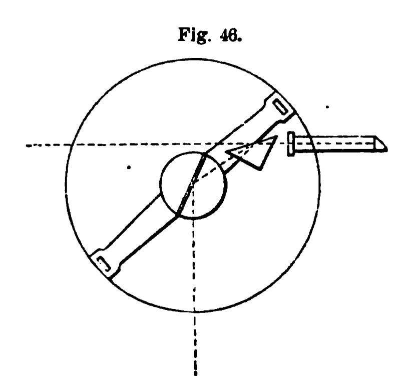


Fig. 46.



Der Prismenkreis hat folgende Bestandteile:

1. den Instrumentenkörper mit Handgriff,
2. die Alhidade mit zwei Nonien, Lupe und Einstellvorrichtung,
3. den Spiegel,
4. das Prisma,
5. den Fernrohrträger,
6. die Fernrohre,
7. die Vorschlaggläser.

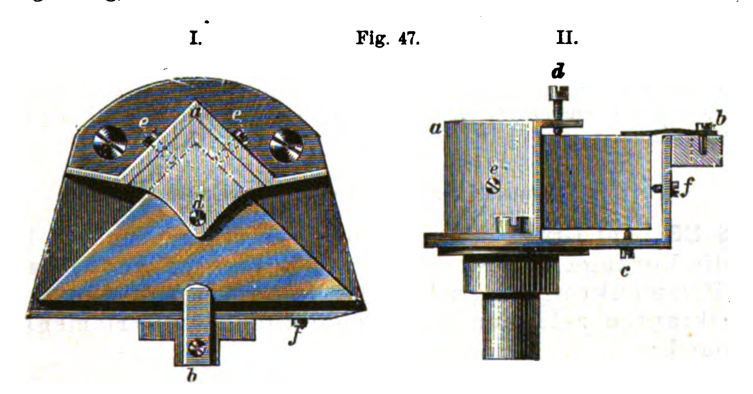
1. Der Instrumentenkörper ist ein aus Metall gefertigter, durch radiale Speichen verstrebter Kreis von 26 cm Durchmesser. Er trägt einen in die Peripherie eingelassenen silbernen Limbus, dessen Teilung von 0° bis 130° und von 180° bis 290° reicht und auf $^1/_6$ Grade durchgeführt ist. Unter dem Kreis läuft eine Rippe zur Führung des Schlittens der Einstellvorrichtung. Genau im Mittelpunkt des Kreises befindet sich eine konisch gebohrte Zapfenbuchse zur Aufnahme der Drehungsachse der Alhidade. Auf der Rückseite sitzt im Mittelpunkt des Instrumentenkörpers eine mit Muttergewinde versehene Hülse, welche zum Aufschrauben des Instruments auf ein Stativ dient. Die Hülse trägt seitlich den hölzernen Handgriff.

2. Die Alhidade bildet einen Durchmesser des Kreises, der sich um einen in der konischen Zapfenbuchse gelagerten Zapfen dreht. Sie trägt an beiden Enden Nonien, die demjenigen des Sextanten gleich sind; an einem Ende befindet sich die beim Sextanten beschriebene Einstellvorrichtung. Eine im Mittelpunkt des Instrumentenkörpers über dem Spiegel befestigte, an drehbarem Arm um den ganzen Umkreis des Instruments bewegliche Lupe mit mattem Glas ist für beide Nonien benutzbar.

3. Der Spiegel von länglich rechteckiger Form sitzt über dem Drehpunkt der Alhidade, in einem Winkel von 20° zu ihr gestellt, in einem Rahmen mit runder, mit der Alhidade durch drei Schrauben verbundener Fußplatte. Er wird durch drei Nasen im Rahmen gehalten und kann durch eine Schraube in der Hinterwand senkrecht gestellt werden.

4. Das Prisma von rechtwinklig gleichschenkliger Form sitzt in einer Messingfassung, die durch einen festverschraubten Fuß mit dem Instrumentenkörper

I. Fig. 47. II.



verbunden ist. Die Fassung (Fig. 47, I u. II) besteht aus einer an der Hypotenusenseite des Prismas rechtwinklig aufgebogenen Fußplatte und einer mit dieser verschraubten Blende (*a*) für den rechten Winkel des Prismas, die zusammen mit einer über die Hypotenuse greifenden Zunge (*b*) das Prisma in seiner Fassung halten.

Die Senkrechtstellung des Prismas wird durch zwei nahe den Hypotenusenkanten unter der Fußplatte sitzende Schrauben (*c*) und eine Schraube (*d*) auf der Blende über dem rechten Winkel berichtigt.

Zwei kleine horizontale Schrauben (*e*) in der Blende, je eine auf eine Kathete des Prismas wirkend, und eine horizontale Schraube (*f*) in der Aufbiegung der Fußplatte, welche seitlich auf die Hypotenuse des Prismas wirkt, gestatten eine geringe horizontale Drehung des Prismas. Bei neueren Instrumenten fehlt die letzterwähnte Vorrichtung zuweilen.

5. Der Fernrohrträger ist gleich demjenigen des Oktanten ohne Vorrichtung zum Verstellen des Gewinderinges. Das Fernrohr wird mit seinem Objektivende in den Gewindering eingeschraubt.

6. Die Fernrohre. In eine Hülse mit Objektivglas kann je nach Bedarf ein Rohr mit astronomischem Okular und doppeltem Fadenkreuz oder ein Rohr mit terrestrischem Okular eingesetzt werden. Vor die Okulare des Fernrohrs kann eine exzentrische Scheibe mit vier Bohrungen geschraubt werden, von denen drei farbige Gläser enthalten. Ein Glasprisma, das für beide Okulare paßt, findet Verwendung, wenn bei Messungen von Winkeln nahe an 180° der Kopf des Beobachters im Wege ist.

7. Die Vorschlaggläser, je drei für das direkt gesehene und das doppelt reflektierte Bild, sitzen zwischen dem Fernrohr und dem Prisma an einem gemeinschaftlichen, um 180° drehbaren Träger. Sie bilden halbkreisförmige Scheiben und ergänzen sich zu einem Kreise.

b. Die Prüfung des Prismenkreises.

§ 84. Die Untersuchung des Prismenkreises erstreckt sich auf dieselben Punkte und wird auch ebenso ausgeführt wie diejenige des Sextanten.

Die Senkrechtstellung der Prismenkante zur Instrumentenebene wird, ebenso wie die Stellung des kleinen Spiegels am Sextanten, dadurch geprüft, daß man das direkt gesehene und das gespiegelte Bild eines Gegenstandes zur Deckung bringt. Läßt sich die Richtigstellung durch die Schrauben *c* und *d* nicht erreichen, so ist das Prisma fehlerhaft und zu verwerfen. Eine Abweichung des Prismenwinkels von 90° wird durch die Indexverbesserung unschädlich gemacht; die Indexverbesserung kann durch die Schrauben *e* und *f* entfernt werden (Fig. 47).

Die Ausschaltung des Exzentrizitätsfehlers durch Ablesung beider Nonien ist der wichtigste Vorteil des Prismenkreises. Der gemessene Winkel ist gleich der halben Summe der an beiden Nonien abgelesenen Winkel. Er ist frei von Exzentrizität.

c. Vergleich von Sextant und Prismenkreis.

§ 85. Auf Grund der vorhergegangenen Betrachtungen lassen sich die Vorzüge und Nachteile der Sextanten und Oktanten bzw. Prismenkreise folgendermaßen kennzeichnen; die Sextanten und Oktanten zeichnen sich gegenüber dem Prismenkreis aus durch:

1. Leichtigkeit und Handlichkeit.
2. Die Helligkeit der Bilder bei kleinen Winkeln, da dann die Strahlen beinahe senkrecht auf die Spiegel fallen. Hierdurch wird die Bestimmung der Indexverbesserung erleichtert.
3. Die sicherere Lagerung des Fernrohrs.



Zugunsten des Prismenkreises sprechen dagegen folgende Eigenschaften:

1. Die Helligkeit des Bildes nimmt mit zunehmender Winkelgröße zu.
2. Winkel von jeder Größe können gemessen werden.
3. Die einfache Ausschaltung des Exzentrizitätsfehlers sowie die Herabminderung des Einflusses von Teilungsfehlern erhöhen die Zuverlässigkeit der Messungen.

Für die gewöhnlichen Zwecke der Navigation wird einem geprüften und fehlerfreien Sextanten der Vorzug gegeben. Für Messungen von Monddistanzen und genauen Messungen an Land ist die Verwendung eines Prismenkreises besser.

D. Behandlung und Gebrauch der Winkelmeß-Instrumente.

a. Die Behandlung.

§ 86. Die Winkelmeß-Instrumente erfordern eine sorgfältige Behandlung. Sie sind vor Stoß und Fall zu schützen und der Sonne nicht unnütz auszusetzen. Beim Anfassen des Instruments ist die Berührung der empfindlichen Limbusteilung zu vermeiden. Nach dem Gebrauch ist das Instrument zu reinigen.

Spiegel, Blendgläser, Fernrohrlinsen und Limbus werden mit einem Haarpinsel, und nur wenn sie feucht geworden sind, mit einem weichen Lederlappen oder einem weichen staubfreien Leinwandlappen gereinigt.

Die Reinigung des Instrumentenkörpers erfolgt durch trockenes Abwischen mit Leder- oder Leinwandlappen.

Die Klemm- und Feinschraube, sowie die Gewinde der Fernrohre und des Fernrohrträgers sind von Zeit zu Zeit mit säurefreiem Öl leicht einzufetten. Roststellen entfernt man durch eine Mischung von pulverisierter Holzkohle und Öl.

Fettig gewordene Gläser werden durch Abwischen mit Spiritus gereinigt. Andere als die genannten Putzmittel dürfen nicht verwendet werden. Allzuhäufiges Reinigen und unnötiges Herumschrauben am Instrument ist zu vermeiden, ebenso verkehrtes Anfassen und Hinlegen des Instruments.

Das Auseinandernehmen der Fernrohre zur inneren Reinigung ist möglichst einzuschränken. Das Zusammenschrauben ist mit Vorsicht auszuführen, damit die Gewinde nicht beschädigt werden.

Gegen Seewasser sind die Gläser zu schützen. Naß gewordene Gläser sind sorgfältig zu trocknen und dürfen in feuchtem Zustand der Sonne nicht ausgesetzt werden, da sie sonst bräunliche Flecke bekommen.

Für die sichere und feste Lagerung des außer Gebrauch befindlichen, im Kasten verstauten Instrumentes bei Seegang ist Sorge zu tragen.



An den Korrektionsschrauben rühre man nur, wenn dies für die Brauchbarkeit des Instruments erforderlich ist.

Größere Reparaturen sind lediglich durch bewährte Mechaniker auszuführen. Die Beseitigung sogenannter Schönheitsfehler ist ihnen zu untersagen, weil dabei der Instrumentenkörper erwärmt werden muß und dadurch leicht äußerlich nicht erkennbare Fehlerquellen entstehen können.

Auf die Reparatur, besonders wenn sie im Auslande stattgefunden hat, muß eine Untersuchung des Instruments folgen.

b. Das Beobachten mit den Winkelmeß-Instrumenten.

§ 87. Zum Gebrauch wird das Winkelinstrument ohne Berührung des Limbus vorsichtig aus dem Kasten genommen.

Die Senkrechtstellung des Indexspiegels wird kontrolliert, bei Sonnenbeobachtungen die entsprechenden Blendgläser vorgeschlagen und das Okular des Fernrohrs auf deutliches Sehen eingestellt.

Man benutzt für genaue Messungen das astronomische Fernrohr, für Nachtbeobachtungen das Doppelfernrohr oder ein Fernrohr mit großem Objektiv, für Messung terrestrischer Winkel das terrestrische Fernrohr.

Zum Beobachten eines Höhenwinkels erfaßt man das Instrument mit der rechten Hand am Handgriff, hält es vertikal und visiert das Gestirn an, löst die Klemmschraube der Einstellvorrichtung mit der linken Hand und senkt die Sehlinie langsam nach dem Horizont, wobei das gespiegelte Bild des Gestirns durch langsames Vorwärtsbewegen der Alhidade im Gesichtsfelde gehalten wird. Berührt das gespiegelte Bild den direkt gesehenen Horizont, so wird die Alhidade durch die Klemmschraube festgestellt, das Fernrohr eingeschraubt und mit Hilfe der Stellschraube so gestellt, daß Gestirn und Kimm beide deutlich sichtbar sind, ein Fadenpaar des Fadenkreuzes wird parallel der Instrumentenebene gestellt. Jetzt sieht man durch das Fernrohr wieder nach der Kimm und bringt das Bild des Gestirns unter Benutzung der Feinschraube mit dem Horizont in Berührung, wobei man dem Instrument eine pendelartig hin und her gehende Drehung um den vom Gestirn herkommenden Lichtstrahl als Achse gibt, wobei das Gestirn immer an der Stelle des Gesichtsfeldes bleiben muß, an der man die Deckung bewerkstelligen will (also meist die Mitte, siehe § 79, Nr. 5). Das Gestirn beschreibt bei dieser Bewegung einen Kreisbogen und die Alhidade ist mittels der Feinschraube so zu stellen, daß dieser Kreisbogen die Kimm gerade berührt. Man ist dann sicher, daß wirklich der kleinste Winkel, d. i. die Höhe in dem Scheitelkreise, gemessen ist. Soll die Zeit der Beobachtung ermittelt werden, so ruft der Beobachter im Augenblick der Berührung »Null« und ein anderer schreibt die genaue Zeit nach der Beobachtungsuhr auf.



Nach dem Ablesen der Höhe wird die Indexverbesserung bestimmt und die Senkrechtstellung des Kimmspiegels kontrolliert, die Alhidade auf 0 gestellt und die Feinschraube so gedreht, daß sie der Alhidade gleich weite Bewegung nach beiden Seiten gestattet. Das Fernrohr wird ausgeschraubt und abgerieben, Limbus und Gläser werden mit dem Pinsel oder einem weichen Lederlappen gereinigt. Hierauf wird das Instrument im Kasten verstaut.

§ 88. Zur Messung von Gestirnshöhen über der Kimm wählt man zweckmäßig einen hohen Standpunkt, weil die von einem solchen gesehene Horizontlinie bei bewegter See nicht durch Wellen verdeckt wird und die später eingehender zu besprechende Verbesserung für Kimmtiefe zuverlässiger ist als bei geringer Augeshöhe. Zuweilen jedoch, bei unklarem Horizont, aber gut sichtbarer Sonne, erhält man bei sehr niedriger Augeshöhe, also kleinem Gesichtskreis, eine schärfere Horizontlinie. Die Augeshöhe muß auf 0,5 m genau bekannt sein.

1. Die Beobachtung von Sonnenhöhen ist die leichteste. Da es bei den scheibenförmig erscheinenden Gestirnen, wie Sonne und Mond, nicht möglich ist, den Gestirnsmittelpunkt in sichere Berührung mit dem Horizont zu bringen, wird die Höhe eines Randes gemessen.

Durch das astronomische Fernrohr sieht man die Gegenstände verkehrt, also das Wasser oben, den Himmel unten. Bringt man die gespiegelte Sonnenscheibe mit dem Horizont so in Berührung, daß ihr durchs Fernrohr gesehener oberer Rand genau mit der Kimm abschneidet, so mißt man die Sonnenunterrandshöhe. Liegt die Sonnenscheibe im Wasser und sitzt mit dem Rand auf der Kimm auf, so mißt man die Oberrandshöhe. Der schärferen Beobachtung halber wird die Messung der Unterrandshöhe vorgezogen und die Oberrandshöhe nur gemessen, wenn der Unterrand durch Wolken verdeckt ist. Indem man, der Bewegung der Sonne mit der Feinschraube folgend, ihren Rand in scharfer Berührung mit dem Horizont hält, muß man vermeiden, ihr vorauszueilen. Dies ist besonders bei der Beobachtung von Meridianhöhen wichtig, da sonst der Augenblick des Beginns des Fallens nicht zu bestimmen ist.

2. Die Beobachtung von Mondhöhen erfolgt in gleicher Weise wie diejenige von Sonnenhöhen, nur daß stets der hell erleuchtete Rand mit der Kimm in Berührung gebracht wird. Wenn die Sichel nahezu senkrecht steht, ist es meist nicht möglich zu entscheiden, ob der obere oder der untere Rand der beleuchtete ist. Man wartet dann am besten eine bis zwei Stunden, bis sich die Sichel geneigt hat. Bei voller Mondscheibe beobachtet man am sichersten, wenn der scheinbar größte Durchmesser der Scheibe senkrecht steht. Der Horizont unter dem Mond ist häufig schwer festzuhalten, wenn dazwischenliegende Wolken das Wasser beschatten. In der Regel

wird der Horizont durch eine scharfe Linie von glänzendem Wasser bezeichnet.

Mittelpunktshöhen von Sonne und Mond werden nur dann beobachtet, wenn die Ränder dieser Gestirne nicht zu erkennen sind, sie sind nur schätzungsweise genau.

3. Bei Planeten und Fixsternen bringt man den Mittelpunkt des Gestirnsbildes auf den Horizont. Bei Nacht erfordert das Herabbringen dieser Gestirne auf den Horizont wegen der leichten Möglichkeit der Verwechslung mit anderen Sternen besondere Vorsicht. Das Ablesen des Teilkreises besorgt in der Nacht der zweite Mann, nachdem er die Beobachtungszeit notiert hat, damit der Beobachter nicht die Fähigkeit verliert, den Horizont im Dunkeln zu erkennen. Soll der Beobachter selbst ablesen, so ist es zweckmäßig, eine besondere Beobachtungslaterne zu benutzen, welche ihr Licht nur auf den Nonius wirft.

Der geeignetste Zeitpunkt für Sternbeobachtungen ist die Dämmerung, oder wenn der Mond den Horizont beleuchtet.

Sucht man die Meridianhöhe eines sehr nahe dem Zenit stehenden Gestirns, so muß man durch Feststellung der Nord-Südlinie die Meridianebene ungefähr bestimmen, in welcher der Höhenwinkel zu messen ist.

§ 89. Voraussetzung für richtige Winkelmessung und Bestimmung der Indexverbesserung ist, daß die von dem direkt gesehenen Gegenstand auf den großen Spiegel und unmittelbar nach dem Auge des Beobachters gelangenden Lichtstrahlen als parallel angesehen werden können, d. h. daß die Entfernung des direkt gesehenen Gegenstandes vom Instrument im Vergleich zum Abstand der beiden Spiegel außerordentlich groß ist. Diese Entfernung muß mindestens 1000 m betragen. Die Entfernung des gespiegelten Gegenstandes ist gleichgültig.

Die Genauigkeit der Messung, die ein geübter Beobachter an Bord mit einem guten exzentrizitätsfreien Winkelmeß-Instrument erreicht, beträgt etwa 30″. Es ist oft zweckmäßig, an Stelle einer einzelnen Höhe das Mittel aus einer Reihe zeitlich kurz aufeinander folgender Höhenmessungen zu nehmen, um einen Fehlerausgleich zu bewirken. Vorbedingung für die Zulässigkeit dieses Verfahrens ist, daß die Höhenänderung proportional der Zeitänderung erfolgt. Diese Bedingung kann innerhalb eines begrenzten Zeitraums — von etwa 10 Minuten — als zutreffend angesehen werden, solange sich das Gestirn nicht zu nahe am Meridian befindet — etwa bis zu einem Azimut von 15° —. Die Gewissenhaftigkeit und Sorgfalt beim Messen der einzelnen Höhen darf durch die Reihenbeobachtung nicht beeinträchtigt werden, auch darf die Zuverlässigkeit der Messungen nicht durch die Ermüdung des Beobachters leiden. Die Beobachtungsreihe soll daher in der Regel aus nicht



mehr als fünf Messungen bestehen. Man messe stets jede Höhe so sorgfältig, daß das Ergebnis auch als einzelne Höhe für die Besteckrechnung geeignet ist, denn man kommt häufig in die Lage, sich mit einer einzigen Höhe begnügen zu müssen. Manchmal, besonders unter ungünstigen Umständen, wird die eine oder andere Messung besser oder schlechter glücken als die übrigen. Ein geübter Beobachter, welcher ein großes Maß von Selbstkenntnis und Selbstkontrolle besitzt, ist imstande, den gegenseitigen Wert seiner Messungen zu beurteilen.

Die Reihenbeobachtung bietet keinen Schutz gegen die Folgen von Hauptfehlern, wie z. B. Messung über dem falschen Horizont, da solche Fehler meist allen Messungen gemeinschaftlich sind.

E. Hilfsinstrumente zur Messung von Gestirnshöhen.

I. Für Bordgebrauch.

a. Die Sextanten von Fleuriais und Laurent.

§ 90. Sie bezwecken die Erleichterung der Nachtbeobachtung. Fleuriais schaltet zu dem Zwecke zwischen beiden Spiegeln ein doppeltbrechendes Prisma ein, das das gespiegelte Bild verdoppelt. Die Kimm ist zwischen die beiden Bilder zu bringen. Laurent zieht das gespiegelte Bild durch eine zwischen den Spiegeln angebrachte Zylinderlinse zu einer Linie auseinander.

b. Winkelmeß-Instrumente mit einem künstlichen Horizont im Apparat selbst.

§ 91. Sie sollen bei unsichtbarer Kimm, besonders auch bei Nacht Verwendung finden. Ein solches Instrument ist der Kreiselsextant oder Sextant mit Gyroskop-Kollimator.

Das Instrument ist erfunden von dem französischen Admiral Fleuriais; es enthält zum Ersatz des Horizonts einen auf einem rasch rotierenden Kreisel in einem Gehäuse neben dem kleinen Spiegel angebrachten Kollimator. Dieser besteht aus zwei plankonvexen, senkrecht stehenden Linsen, die ein horizontales Liniensystem, aus einer Mittellinie mit fünf oberen und fünf unteren Hilfslinien bestehend, tragen. Die Auseinanderstellung der Linien entspricht einem Bogenwert von 10′ der Limbusteilung. Der Kreisel ruht mit seiner unten zugespitzten Achse auf einem gehärteten Stahlhütchen; er ist so geformt, daß sein Schwerpunkt unter dem Aufhängepunkt liegt. Infolgedessen richtet sich bei der schnellen Drehung die Kreiselachse senkrecht auf, die Mittellinie des Systems kommt in eine genau horizontale Lage und zeigt den wahren Horizont in Augeshöhe des Beobachters an. Eine in der Regel vorhandene kleine Neigung der Kreiselachse bewirkt, daß sich das Liniensystem bei der Drehung des Kreisels um dasselbe Maß über die dem Horizonte entsprechende Mittelstellung hebt wie unter sie senkt. Das auf den Horizont herabgebrachte Bild eines Gestirns erscheint also bei festgestellter Alhidade bald unter, bald über der Mittellinie. Das Mittel aus dem Höchstbetrag der Abweichung, die an den Hilfslinien abgelesen wird, auf die Alhidadenstellung angewendet, gibt die scheinbare Höhe des Gestirns.

Demselben Zwecke dienen der Libellenquadrant von Butenschön und der neuerdings versuchte Sextant mit U-Rohr, System Boy-Ed, von Sprenger. Das erstere Instrument läßt die horizontale Lage durch das Einspielen der Mitte einer Libellenblase auf die Fadenkreuzmitte im Fernrohr erkennen. Der Winkel zwischen der Horizontalen und dem Lichtstrahl vom Gestirn wird im Augenblick des Einspielens der Blase eingestellt und an einem Quadranten abgelesen.

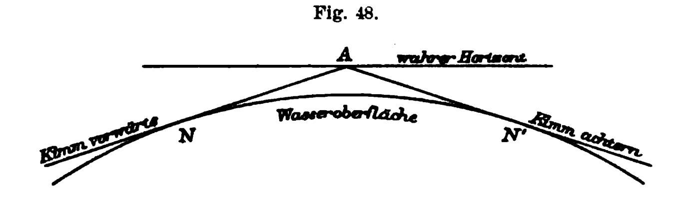
An dem Sextanten von Boy-Ed ist ein zum Rechteck gebogenes, halb mit Flüssigkeit gefülltes Glasrohr in einem pendelnden Rahmen vor dem unbelegten Teile des Kimmspiegels derart angebracht, daß die kurzen Seiten des Rechtecks senkrecht stehen. Die beiden Flüssigkeitskuppen in diesen Schenkeln, über die man hinwegvisiert, bilden eine horizontale Linie. Das gespiegelte Bild des Gestirns wird durch Drehen der Alhidade in diese Linie gebracht.

c. Vorrichtungen und Instrumente zur Messung der Kimmtiefe.

§ 92. Die Höhenbeobachtungen über der Kimm leiden nicht nur an der häufig auftretenden Schwierigkeit, die Kimm deutlich zu erkennen, sondern auch an der Unsicherheit, mit der die Kimmtiefe bekannt ist. Die Kimmtiefe ist nämlich, außer von der Augeshöhe, von den meteorologischen Verhältnissen, namentlich von der Temperatur der Wasseroberfläche und der unteren Luftschichten abhängig (§ 100).

Man hat deshalb neuerdings versucht, die Kimmtiefe unmittelbar durch Messung zu bestimmen, und zwar indem man den Winkel zwischen der vorwärts und rückwärts gelegenen Kimm mißt. Ist dieser Winkel gleich NAN', so ist, wie aus Fig. 48 ersichtlich, die Kimmtiefe gleich $\frac{NAN'}{2} - 90°$. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Kimmtiefen nach vorn und nach rückwärts gleich sind. Ob diese Voraussetzung in jedem einzelnen Falle zutrifft, läßt sich mit Sicher-

Fig. 48.



heit nicht feststellen, doch kann man auf offener See darauf rechnen; einen Anhalt dafür bieten Kimmtiefenmessungen in verschiedenen Richtungen. Die Messung wird ausgeführt mit dem Prismenkreis, mit besonderen dafür hergestellten Instrumenten, oder mit Sextanten, die mit Hilfsvorrichtungen dazu versehen sind.

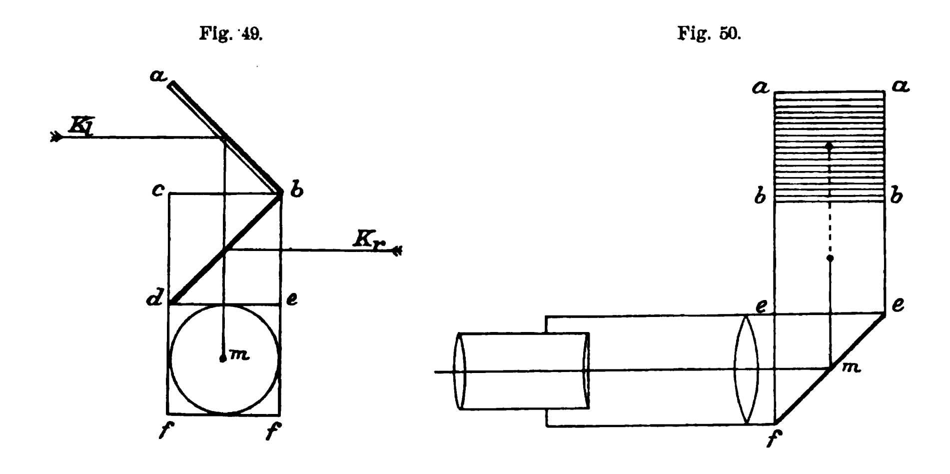
§ 93. Der Kimmtiefenmesser von Pulfrich besteht aus einem Spiegel (*ab*), drei Prismen (*bcd, bde, edff*) und einem Fernrohr und ist in Fig. 49 von vorn und in Fig. 50 in Seitenansicht dargestellt. Zwischen den beiden zuerst genannten Prismen befindet sich eine Silberschicht (*bd*), die streifenförmig zur Hälfte weggekratzt ist und daher sowohl die auffallenden Lichtstrahlen zurückwirft wie jeder Spiegel, aber auch die von hinten kommenden Lichtstrahlen durchläßt, wie eine durchsichtige Glasplatte. Die Wirkung des Instruments ist die folgende:





Der von rechts kommende Kimmstrahl K_r fällt durch die Seite *be* in das Prisma ein, wird durch die stehengebliebenen Streifen der Silberschicht *bd* nach unten nach *m* gespiegelt und bei *m* wieder in die horizontale, aber zu seiner ursprünglichen Richtung rechtwinklige Richtung abgelenkt und in das Fernrohr

Fig. 49. Fig. 50.



geworfen. Der von links kommende Kimmstrahl K_l wird durch den Spiegel *ab* nach unten geworfen, dringt durch das Prisma *bcd*, die Streifen, wo die Silberschicht *bd* weggekratzt ist, und das Prisma *bde* hindurch und gelangt ebenfalls nach *m*, von wo er zusammen mit dem von rechts kommenden Kimmstrahl in das Fernrohr gespiegelt wird. Der Beobachter sieht also im Fernrohr in der Richtung voraus die Bilder der rechts und links querab liegenden Kimmen, wie in Fig. 51 und 52.

Fig. 51. Fig. 52.

Wenn der Spiegel *ab* senkrecht zu der halbspiegelnden Silberschicht *bd* steht, so entspricht der Abstand der beiden Kimmbilder (2 *Kt.* in Fig. 51 und 52) der Summe der Kimmtiefen rechts und links querab.

Da nun vorausgesetzt wird, daß diese beiden Kimmtiefen gleich sind, so ist der Abstand gleich der doppelten Kimmtiefe. Um diese zu messen, wird der Spiegel *ab* mittels einer Mikrometerschraube um die Achse *bb* gedreht, bis die beiden Kimmlinien im Gesichtsfeld in eins zusammenfallen. Die Drehung, die an einer Trommel abgelesen wird, ist gleich der Kimmtiefe.

Erscheint bei der Nullstellung der Trommel Luft zwischen den beiden Kimmbildern, wie in Fig. 51, so liegt die Kimm unter dem wahren Horizont, erscheint dagegen Wasser zwischen den beiden Bildern, wie in Fig. 52, so liegt die Kimm über dem wahren Horizont.

In einer anderen Ausführungsform ist der Spiegel *ab* genau in der Nullage, d. h. senkrecht zu *bd*, vom Mechaniker fest eingebaut. Die Messung des Abstandes der beiden Kimmbilder geschieht dann mittels einer im Gesichtsfelde befindlichen Skala.

Für den Gebrauch des Instruments an Bord ist ein Standort erforderlich, von dem beide Kimmen gleichzeitig sichtbar sind.



§ 94. Hilfsvorrichtungen am Sextanten, wie sie von Ferguson, Kohlschütter, Blish, Koß und anderen vorgeschlagen sind, bestehen aus Spiegeln oder Prismen, mit deren Hilfe man den Winkel zwischen der vorwärtigen und rückwärtigen Kimm oder die Höhe des Gestirns über jeder der beiden messen kann.*)

II. Für Gebrauch an Land. Der künstliche Horizont.

a. Grundgedanke und Wirkungsweise des künstlichen Horizonts.

§ 95. Bei Beobachtungen an Land, wo die Kimm meist nicht zu sehen ist, und wo es auf größere Genauigkeit ankommt (Chronometerkontrolle, Vermessungen) bedient man sich zu Höhenmessungen des künstlichen Horizontes.

Ein künstlicher Horizont ist eine horizontal liegende ebene Fläche, in welcher der zu bestimmende Höhenpunkt sich spiegelt.

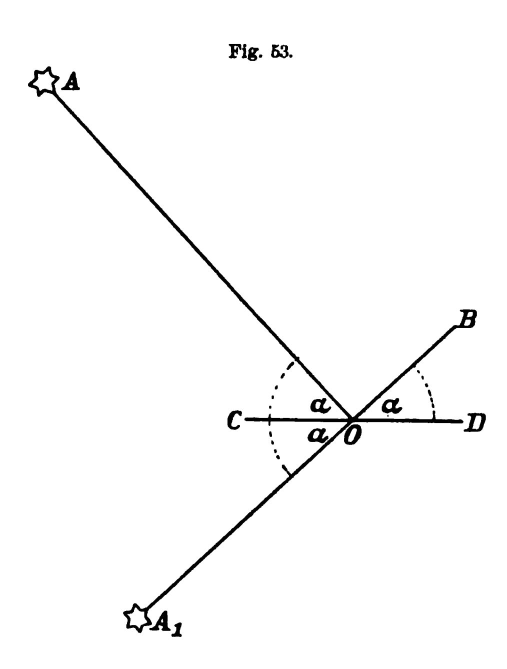


Fig. 53.

Der Winkel, unter dem ein von diesem Höhenpunkte (*A* Fig. 53) ausgehender Strahl die Spiegelebene (*CD*) trifft, ist der Höhenwinkel über dem künstlichen Horizont (α). Der in das Auge gelangende zurückgeworfene Strahl (*OB*) verläßt den Spiegel unter demselben Winkel α, das Bild im Spiegel erscheint also in A_1, d. h. um den Betrag des Höhenwinkels (α) unter dem Horizont. Der mit dem Sextanten gemessene Winkel zwischen einem Höhenpunkte und seinem Spiegelbilde ($\measuredangle\ A\,O\,A_1$ in Fig. 53) ist daher gleich der doppelten Höhe des Höhenpunktes über dem künstlichen Horizont.

Die Höhe selbst ist also gleich dem halben Winkel zwischen dem Höhenpunkt und seinem im künstlichen Horizont gespiegelten Bilde.

Aus den Gesetzen der Spiegelung folgt, daß ein Fehler in der horizontalen Stellung des künstlichen Horizonts mit seinem vollen

*) Von der Beschreibung dieser Instrumente wird hier Abstand genommen. Näheres darüber findet sich in den Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie 1903 S. 552, 1904 S. 84 und 514.



Betrage in die gesuchte Höhe eingeht. Eine genau horizontale Lage der spiegelnden Fläche ist demnach die Hauptanforderung an jeden künstlichen Horizont.

Die Höhenmessung über dem künstlichen Horizont bietet gegenüber derjenigen über dem natürlichen Horizont folgende Vorteile:

1. Die Kenntnis der Augeshöhe ist nicht erforderlich.
2. Der unsichere Faktor der terrestrischen Strahlenbrechung fällt bei der Verbesserung der gemessenen Höhe fort.
3. Beobachtungsfehler kommen, da die gemessenen Winkel halbiert werden, nur mit ihrem halben Betrage zur Geltung.

Die Oberfläche einer in Ruhe befindlichen spiegelnden Flüssigkeit liefert unmittelbar eine horizontale Spiegelfläche und wird daher auch meist zur Herstellung des künstlichen Horizonts benutzt. Am besten eignet sich reines Quecksilber. In Ermanglung dessen wird mit Kienruß geschwärztes Öl, Steinkohlenteer, Sirup und zur Not auch mit Tinte geschwärztes Wasser in großen flachen Gefäßen, z. B. Eßteller, verwendet.

Außer diesen Flüssigkeitshorizonten sind auch Glashorizonte in Gebrauch.

In der Kaiserlichen Marine sind Quecksilberhorizonte in zwei Formen, als Troghorizont und als Dosenhorizont, eingeführt.

b. Beschreibung der künstlichen Horizonte.

§ 96. 1. Der Troghorizont ist eine mit einer flachen rechtwinkligen Vertiefung von etwa 15 cm Länge, 8 cm Breite und 6 mm Tiefe versehene Eisenplatte. Die Vertiefung ist mit versilbertem Kupfer ausgefüttert und mit salpetersaurem Quecksilber angequickt. An der einen Seite befindet sich eine schräge durch einen Stahlstöpsel verschließbare Bohrung zum Entleeren der Schale. In die flache Schale gießt man so viel Quecksilber, daß eine ebene spiegelnde Fläche hergestellt wird. Das Quecksilber ist in einer hölzernen Büchse mit einer oberen und einer unteren Verschraubung enthalten. Zum Füllen des Troges öffnet man die kleine obere Verschraubung und gießt das Quecksilber durch kleine Bohrlöcher, die gleichzeitig das Filtrieren bewirken, in die Schale. Die große untere Verschraubung dient, nachdem die kleine Verschraubung geschlossen ist, zum Einfüllen des Quecksilbers in die Büchse bei der Entleerung des Troges.

Vor der Entleerung oder bei kleinen Ortsveränderungen des Troggefäßes ist, um das Verschütten von Quecksilber zu vermeiden, die dem Horizont mitgegebene viereckige, gläserne Verschlußplatte aufzusetzen. Die Entleerung erfolgt dann durch Herausziehen des Stahlstöpsels und Neigung des Troges.

Die Glasplatte darf bei Beobachtungen über dem Horizont niemals aufgesetzt sein, da sie lediglich für den vorerwähnten Zweck gefertigt und weder eben noch parallel geschliffen ist.



Zum Schutz der Quecksilberfläche gegen Staub und Wind ist ein Glasdach (oder Glimmerdach) beigegeben, dessen Flächen planparallel sind. Die Scheiben sind mit I und II bezeichnet. Die Benutzung dieses Daches ist zwar unbequem, aber bei Wind notwendig; Fehler im Schliff der Scheiben sind nicht ausgeschlossen. Gegen die Folgen der letzteren schützt man sich durch mehrere Beobachtungen mit Umstellen des Glasdaches um 180° nach jeder Beobachtung.

Der Troghorizont hat außer der Billigkeit den Vorzug einer großen spiegelnden Fläche, aber den Nachteil, daß leicht Quecksilber verloren geht.

2. Der Dosenhorizont soll diesem Übelstand abhelfen. Er besteht aus einer runden Metallbüchse, die auf der oberen Seite eine flache kupferne mit salpetersaurem Quecksilber angequickte Schale mit einem Loch in der Mitte trägt. Das Loch führt in einen mit Quecksilber gefüllten Ledersack, der durch Herauf- oder Herunterschrauben einer unter ihm befindlichen Holzplatte zusammengedrückt oder erweitert werden kann, sodaß entweder Quecksilber in die Schale eintritt oder aus ihr in den Sack abfließt.

Die Schale wird zum Verpacken mit einem Deckel verschraubt, der einen Lederstopfen für den Quecksilbersack trägt.

Zum Schutz gegen Staub und Wind ist ebenso wie beim Troghorizont ein Glasdach vorhanden, das bei der Messung in beiden Stellungen zu benutzen ist.

Man verwendet zweckmäßig eine sehr flache Quecksilberschicht, da eine solche nicht so leicht in Unruhe versetzt wird und deshalb schärfere Bilder gibt als eine stärkere. Um dies möglich zu machen, müssen die Horizonte mittels ihrer Fußschrauben annähernd horizontal gestellt werden.

Um die von der Kapillarität herrührende Krümmung an den Rändern zu vermindern, ist an diesen eine gewisse Tiefe der Quecksilberschicht erforderlich. Die zweckmäßigste Form des Quecksilberbeckens besteht deshalb in einer flachen Schale mit am Rand herumlaufender tieferer Rille.

Zur Füllung des künstlichen Horizonts benutze man möglichst reines Quecksilber. Der Holzfilter der gewöhnlich zur Aufbewahrung des Quecksilbers dienenden Buchsbaumbüchse hält nur gröbere Unreinigkeiten zurück. Ein Filter aus weißem Schreibpapier mit eingestochenen feinen Löchern ist wirksamer.

Die Nachteile der Flüssigkeitshorizonte bestehen in Wellenbewegungen der spiegelnden Fläche, verursacht durch Erschütterungen, ferner in Aufkrümmungen der Oberfläche an den Rändern infolge von Kapillaritätswirkung.

Den Wellenbewegungen sucht der Secretansche Horizont, der gewissermaßen einen in einem Quecksilberbade schwimmenden Quecksilberhorizont darstellt, vorzubeugen.



3. Die Glashorizonte bestehen aus eben geschliffenen dunkeln Glasplatten, die mit Hilfe einer Libelle horizontal gestellt werden. Da der Fehler der Horizontstellung mit seinem vollen Betrage in die Höhe eingeht, muß der künstliche Glashorizont sehr fein gearbeitet sein und außerdem sehr sorgfältig aufgestellt werden.

Die runde Glasplatte ruht in einer Vertiefung eines zylindrischen Holzsockels und kann durch drei im Sockel angebrachte Horizontierschrauben horizontal gestellt werden. Hierzu wird eine Röhrenlibelle oder, wenn eine solche nicht vorhanden ist, im Notfalle auch eine gute Dosenlibelle gebraucht.

Die Röhrenlibelle besteht aus einem tonnenförmig ausgeschliffenen Glasrohre, das bis auf eine kleine Luftblase mit einer leicht beweglichen Flüssigkeit (Alkohol oder Äther) gefüllt und in einer Messinghülse befestigt ist, die Füße zum Aufsetzen der Libelle auf die Glasplatte hat. Auf der Außenseite des Glasrohres ist eine Teilung angebracht, an der man die Stellung der beiden Enden der Luftblase abliest. Das arithmetische Mittel dieser Ablesungen gibt den Ort des Blasenmittelpunktes an.

Die Röhrenlibelle bestimmt nur die horizontale Lage einer Linie. Will man die Glasplatte, also eine Ebene, horizontal stellen, so muß man die Libelle in zwei um 90° verschiedenen Richtungen in folgender Weise zum Einspielen bringen:

Die Libelle wird derart auf die Glasplatte aufgesetzt, daß ihre Achse parallel zu der Verbindungslinie zweier Horizontierschrauben ist, und durch diese Schrauben zum Einspielen in der Mitte der Teilung gebracht. Dann dreht man sie um 90°, sodaß ihre Achse jetzt auf die dritte Horizontierschraube hinweist, und bringt sie durch diese ebenfalls zum Einspielen. Darauf setzt man die Libelle wieder in die erste Lage und liest die Stellung der Blasenenden ab. Das arithmetische Mittel der Ablesungen sei n_1; man dreht sie nun um 180°, sodaß sie wieder in dieselbe Richtung, aber mit vertauschten Füßen, zu stehen kommt, und liest wieder an den Blasenenden ab. Das arithmetische Mittel sei n_2. Dann ist $\frac{1}{2}(n_1 + n_2)$ der Einspielpunkt der Libelle,*) und man hat die Horizontierschrauben so zu drehen, daß die Blasenmitte auf diesen Einspielpunkt fällt. Nachdem die Libelle wieder um 90° gedreht ist, wird auch in dieser Stellung die Blasenmitte allein durch Drehen der dritten Horizontierschraube auf den Einspielpunkt gebracht. Zum Schluß prüft man das Einspielen der Blase auf diesen Punkt nochmals in allen Libellenstellungen nach. Die Glasplatte ist dann horizontal.

Die Dosenlibelle ist ein flaches zylindrisches Messinggefäß mit schwach gewölbtem Glasdeckel, das bis auf eine kleine Luftblase mit Alkohol oder Äther gefüllt ist. Auf dem Glase sind mehrere konzentrische Kreise eingeätzt, mit deren Hilfe man die zentrische Stellung der Luftblase schätzen kann.

Die Libelle wird auf die Glasplatte aufgesetzt und die Blase durch die Horizontierschrauben in zentrische Stellung gebracht. Dann dreht man die Libelle nacheinander um 180° und 90°. Behält die Blase dabei ihre zentrische Stellung bei, so ist die Libelle gut und die Glasplatte horizontal. Verändert die Blase ihre Lage, so ist die Libelle fehlerhaft und muß durch eine andere ersetzt werden oder man muß in ähnlicher Weise wie bei Benutzung einer Röhrenlibelle verfahren. Die Dosenlibelle ist im allgemeinen weniger genau als die Röhrenlibelle.

---

*) Dies gilt für den Fall, daß die Bezifferung der Teilung von einem Ende der Röhre zum andern durchgeht. Läuft die Bezifferung dagegen von der Mitte aus nach beiden Seiten, so ist $\frac{1}{2}(n_1 - n_2)$ der Einspielpunkt.

c. Das Beobachten über dem künstlichen Horizont.

§ 97. 1. Vor Beginn der Beobachtungen überzeuge man sich davon, daß der künstliche Horizont in brauchbarem Zustande ist, wobei folgendes zu beachten ist:

Verwendet man einen Quecksilberhorizont, so muß die Schale überall gut angequickt sein. Zeigen sich dunkle Stellen, so schüttet man etwas Quecksilber und verdünnte Salpetersäure (oder Salz- oder Schwefelsäure) darauf und reibt die unreinen Stellen mit diesem Gemisch mittels einer weichen Bürste oder eines Läppchens unter Vermeidung von starkem Druck, bis die Schale überall den reinen weißen Amalgamglanz zeigt.

Verwendet man Steinkohlenteer, Sirup oder geschwärztes Öl, so gieße man die als Horizont dienende flache Schüssel oder den Teller bis zum Rande voll, um eine möglichst große spiegelnde Fläche zu bekommen. Da der Teer sowohl wie der Sirup häufig Unreinigkeiten oder Luftblasen enthalten, so tut man gut, sie mehrere Stunden vor den Beobachtungen in dem flachen Gefäß unter zeitweiligem Abstreichen stehen zu lassen, damit alle störenden Beimengungen zu Boden sinken oder an die Oberfläche steigen, wo sie durch das Abstreichen beseitigt werden.

Kurz vor jeder Beobachtung werden sowohl die Quecksilberhorizonte als die Teer- und Siruphorizonte durch Abstreichen mittels eines breiten Stückes Karton oder starken Papiers (Postkarte) von neuem gereinigt.

Die Beobachtung über dem künstlichen Horizont erleidet dadurch Beschränkungen, daß der größte für Spiegelinstrumente meßbare Winkel ungefähr 130° beträgt, also die zu messende Höhe 65° nicht überschreiten darf, und daß bei Höhen unter 10° das Ergebnis infolge der Unsicherheit der Strahlenbrechung und wegen des spitzen Winkels, den der auffallende Lichtstrahl mit der spiegelnden Fläche macht, unzuverlässig wird.

2. Beim Messen von Sonnenhöhen wird folgendermaßen verfahren:

Nachdem das Instrument, wie in § 87 beschrieben, zur Beobachtung vorbereitet ist, wird es auf das Spiegelbild der Sonne im Horizont gerichtet und darauf die Alhidade soweit verschoben, bis das in den Instrumentenspiegeln doppelt gespiegelte Sonnenbild im Gesichtsfeld erscheint und die ungefähre Berührung der Sonnenbilder hergestellt ist. Nachdem das Fernrohr eingeschraubt ist, werden die Ränder der beiden Sonnenbilder an der dafür bestimmten Stelle des Gesichtsfeldes zu scharfer Berührung gebracht, wobei man dem Instrument eine hin- und hergehende Drehung um die Fernrohrachse gibt, damit die beiden Bilder aneinander vorbeischlagen. Die genaue Berührung der Ränder läßt sich auf diese Weise schärfer feststellen. Der genaue Zeitpunkt der Berührung wird auf den Nullruf des Beobachters hin von einem anderen abgelesen und aufgeschrieben.

Über dem künstlichen Horizont sind Messungen von Oberrands- und Unterrandshöhen gleich bequem, indessen muß man sich vor Verwechslungen der beiden Ränder hüten, was durch Beachtung der folgenden Bemerkungen erleichtert wird.

Man vergegenwärtige sich, daß der kleinere Winkel stets der Unterrandshöhe entspricht, sowie daß sich vormittags die mit den Unterrändern zur Berührung gebrachten Sonnenbilder voneinander entfernen, während sie sich nachmittags bedecken. Das Umgekehrte ist der Fall, wenn die Oberränder zur Berührung gebracht werden. Es ist somit, um sicher zu gehen, zweckmäßig, abwechselnd Ober- und Unterrandshöhen zu beobachten oder die Sonnenbilder infolge der eigenen Höhenänderung des Gestirns bis zur nächsten Randberührung durcheinander laufen zu lassen. Doch nehme man nicht zu viele Höhen hintereinander, da sonst die Ergebnisse infolge von Ermüdung ungenau werden. In Fig. 54 ist die Stellung der Bilder zueinander und ihre Bewegung vormittags und nachmittags veranschaulicht.

Fig. 54.

Es ist zweckmäßig, die im Horizont gespiegelte Sonne (Horizontsonne) durch die Wahl eines besonders gefärbten Blendglases schon äußerlich zu unterscheiden von der in den Spiegeln doppelt gespiegelten Sonne (Spiegelsonne), für die ein anders gefärbtes Vorschlagglas gewählt wird.

Bei der Bestimmung der Indexverbesserung werden dieselben Vorschlaggläser wie bei der Höhenmessung benutzt.

Bei unruhigem Horizont mißt man besser die Mittelpunktshöhe dadurch, daß man die Bilder sich decken läßt.

Mondhöhen werden im allgemeinen nicht über dem künstlichen Horizont gemessen, da es bei diesen Beobachtungen meist auf größere Genauigkeit ankommt, die die Mondhöhen nicht haben. Sollen sie ausnahmsweise beobachtet werden, so mißt man die Höhe des beleuchteten Randes in der für Sonnenhöhen üblichen Weise.

3. Bei Planeten- und Fixsternhöhen bringt man die Bilder zur Deckung, indem man sie bei der pendelnden Drehung des Sextanten durcheinander hindurchschlagen läßt.

Beim Aufsuchen des Bildes des Sterns im künstlichen Horizont kommen leicht Verwechslungen mit benachbarten Sternen vor; man kann sie in folgender Weise vermeiden:

Man nähere sich dem Horizont zunächst so weit, daß man mit bloßem Auge einen größeren Teil des Himmels darin überschaut und suche unter den sich zeigenden Sternen den zur Beobachtung gewählten auf. Indem man ihn im Auge behält, gehe man wieder in eine bequeme aufrechte Stellung zurück, derart, daß man den gewählten Stern in der Mitte des Horizonts sieht. Dann wird das Instrument direkt auf den Stern gerichtet und die Sehlinie langsam auf den künstlichen Horizont gesenkt, indem man das doppelt gespiegelte Bild durch ein entsprechendes Vorwärtsbewegen der Alhidade im Gesichtsfelde festhält.

Ein anderes Mittel, um Verwechslungen vorzubeugen, ist die genäherte Vorausberechnung der Höhe des Gestirns (siehe § 135 und Bd. I, § 246). Man stellt dann die Alhidade des Sextanten auf das Doppelte der berechneten Höhe ein und richtet das Fernrohr auf das im künstlichen Horizont sichtbare Gestirnsbild. Das an den Instrumentenspiegeln doppelt gespiegelte Bild erscheint dann bei senkrechter Haltung des Sextanten ebenfalls im Gesichtsfelde.

4. Bei Flüssigkeitshorizonten muß man die Bilder wegen des Einflusses der Kapillarität möglichst in die Mitte des Horizonts bringen. Deshalb und um das Bild nicht so leicht aus dem Horizont zu verlieren, stellt man ihn auf einer festen Unterlage so hoch auf, daß er möglichst nahe an den Sextanten herankommt. Man kann sich dazu eines Tisches mit darauf gestelltem Stuhle, eines Pfeilers oder des auf seinem Stativ befindlichen Normalkompasses bedienen.



Teil III.

Verbesserung der durch Beobachtung gefundenen Gröfsen.

— —

A. Verbesserung der beobachteten Höhen.

§ 98. Höhenbeobachtungen sind an Bord erforderlich, um den Ort des Schiffes festzustellen. Dazu wird die wahre Höhe eines Gestirns, d. h. das Bogenstück zwischen dem wahren Horizont und dem Gestirnsmittelpunkt auf dem durch das Gestirn gehenden Vertikalkreis oder, was dasselbe ist, der Winkel am Erdmittelpunkt zwischen dem wahren Horizonte und der Richtungslinie nach dem Mittelpunkt des Gestirnes gebraucht.

Da es an Bord nicht möglich ist, diesen Winkel direkt zu messen, sondern nur der Winkel zwischen dem scheinbaren Gestirnsort und der Kimm gemessen werden kann, so erfordert die am Sextanten abgelesene Höhe eine Reihe von Verbesserungen. Dies sind:

1. Die Indexverbesserung.
2. Die Verbesserung für die Kimmtiefe. Diese Verbesserung fällt weg, wenn die Höhe über dem künstlichen Horizont gemessen ist.
3. Die Verbesserung für die astronomische Strahlenbrechung oder Refraktion.
4. Die Verbesserung für die Parallaxe, d. h. den Unterschied zwischen der Richtung vom Gestirn nach dem Beobachtungspunkt auf der Erdoberfläche und derjenigen nach dem Erdmittelpunkt. Dieser Unterschied fällt für die Fixsterne fort.
5. Die Verbesserung für den Halbmesser bei solchen Gestirnen, deren Scheibenform die Messung der Höhe des Randes verlangt, wie bei Sonne und Mond.

I. Die einzelnen Verbesserungen.

1. Die Indexverbesserung.

§ 99. Die Indexverbesserung (J. V.) ist bereits in §§ 81 u. 82 besprochen, wo auch gezeigt worden ist, wie sie bestimmt wird. Sie wird mit dem ermittelten Vorzeichen an die abgelesene Höhe (h_a) angebracht, wodurch die gemessene Höhe (h_g) erhalten wird.

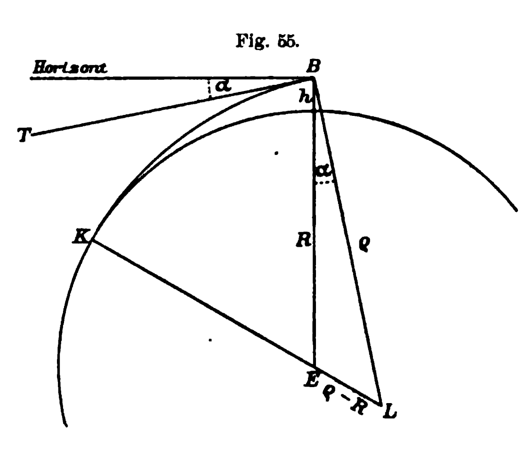
$$h_g = h_a + \text{J. V.}$$

2. Die Kimmtiefe.

§ 100. Die Kimmtiefe ist der Winkel, den der vom natürlichen Horizonte oder der Kimm ausgehende und in das Auge des Beobachters gelangende Lichtstrahl mit der durch dasselbe Auge gelegten wahren Horizontebene (§ 16) bildet. Infolge der Unregelmäßigkeiten in der Dichtigkeit der Luft ist dieser Winkel starken Veränderungen unterworfen. (Es sind Fälle beobachtet, wo die Kimm sich 3′ unter ihrer normalen Lage befand und solche, wo sie 15′ darüber lag.) Am sichersten ist es daher, kurz vor oder nach jeder Höhenmessung auch noch die Kimmtiefe zu messen. Dies kann mittels des Prismenkreises oder des Kimmtiefenmessers von Pulfrich oder der zu diesem Zwecke am Sextanten angebrachten Vorrichtungen geschehen (§§ 92 bis 94).

Man kann indessen auch eine Formel für die Kimmtiefe entwickeln unter der in vielen Fällen nahe zutreffenden Annahme, daß die Bahn des Kimmstrahles (KB Fig. 55) ein Kreisbogen sei. Ist ϱ der Radius dieses Kreisbogens, R der Erdradius, h die Augeshöhe und α die Kimmtiefe, d. h. der Winkel zwischen dem Horizont und der Tangente (BT) des Kimmstrahles, so folgt aus dem Dreieck: Erdmittelpunkt (E), Mittelpunkt der Lichtbahn (L) und Beobachter (B Fig. 55)

Fig. 55.



$$(\varrho - R)^2 = \varrho^2 + (R + h)^2 - 2\varrho\,(R + h)\ \cos\alpha.$$

Setzt man $\dfrac{R}{\varrho} = k$, wo k Koeffizient der terrestrischen Refraktion heißt, so geht die Gleichung über in

$$2R + hk\left(\frac{h}{R} + 2\right) = 2\,(R + h)\ \cos\alpha.$$

Da $\dfrac{h}{R}$ im Verhältnis zu 2 verschwindend klein ist, so folgt:

$$2R + 2hk = 2(R + h)\cos\alpha; \quad \cos\alpha = \frac{R + hk}{R + h};$$

$$1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{R + h - R - hk}{R + h} = \frac{h\,(1 - k)}{R + h} = \frac{\frac{h}{R}(1 - k)}{1 + \frac{h}{R}},$$



oder, da $\frac{h}{R}$ neben dem Summanden 1 im Nenner als verschwindend klein angesehen werden kann und α klein ist:

$$2\,\frac{\alpha^2}{4}\,arc^2\,1' = \frac{h}{R}\,(1-k)\ ;\quad \alpha = \frac{1}{arc\,1'}\sqrt{\frac{2h\,(1-k)}{R}}\,.$$

Der Koeffizient der terrestrischen Refraktion k ist veränderlich, er schwankt zwischen $+1$ und $-0{,}8$, der beste Mittelwert ist $k = 0{,}11$, woraus

$$\alpha = 1{,}82'\sqrt{h}$$

folgt, wenn h in Metern ausgedrückt ist und α Bogenminuten bedeutet.

Die hiernach für verschiedene Augeshöhen berechneten Werte der Kimmtiefe sind im Nautischen Jahrbuch in Tafel 15a (6 bis 1906) zusammengestellt; sie sind stets von der gemessenen Höhe abzuziehen.

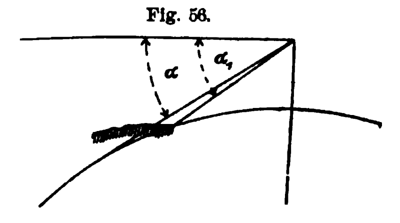
Nach den Beobachtungen von Koss, K. u. K. österreich. Korvetten-Kapitän, ist die Kimmtiefe im wesentlichen von dem Unterschied der Lufttemperatur in Augeshöhe und der Temperatur der Wasseroberfläche abhängig, bei Windstille und flauer Brise von Stärke 1 oder 2 von dem Unterschied der Lufttemperaturen in Augeshöhe und dicht am Wasser. Will man dies berücksichtigen, so ist noch eine Zusatzverbesserung (v_Δ) an die gemessenen Höhen anzubringen, die aus Tafel 8 oder 8a der Nautischen Tafeln oder aus Tafel 15b des Nautischen Jahrbuches zu entnehmen ist. Tafel 8 ist berechnet nach der Formel

$$v_\Delta = 0{,}39'\,\Delta,$$

wo Δ = Lufttemperatur weniger Wassertemperatur ist. Bei Benutzung der Tafel 8a bilde man Lufttemperatur in Augeshöhe weniger Lufttemperatur an der Wasseroberfläche; diese Tafel ist nur anzuwenden, wenn die Luft oben wärmer ist als unten.

In Ermangelung eines Seehorizontes kann man die Scheidelinie zwischen Wasser und Land, die Strandkimm, an Stelle des natürlichen Horizontes benutzen, falls ihre Entfernung vom Beobachtungsstandpunkt genau bekannt ist. Da die Strandkimm dem Beobachter näher liegt als der Seehorizont, so ist die einer bestimmten Augeshöhe entsprechende Strandkimmtiefe größer als die Kimmtiefe des Seehorizonts, wie Fig. 56 zeigt, wo α die Kimmtiefe des natürlichen Horizonts, α_1 die Kimmtiefe der Strandkimm ist. Letztere ist infolge unregelmäßiger Strahlenbrechung außerordentlich veränderlich und unsicher und sollte nur in den äußersten Notfällen benutzt werden. Alsdann erfordert die gemessene und in gewöhnlicher Weise für Kimmtiefe verbesserte Höhe noch eine Zusatzverbesserung (v_s), die aus Tafel 9 der Nautischen Tafeln zu entnehmen und von der gemessenen Höhe abzuziehen ist.

Fig. 56.



Durch Anbringung der Kimmtiefe und gegebenenfalls der Zusatzverbesserungen an die gemessene Höhe (h_g) erhält man die scheinbare Höhe (h_s),

$$h_s = h_g - a + v_\Delta,$$

und bei Beobachtungen über der Strandkimm,

$$h_s = h_g - a - v_s.$$

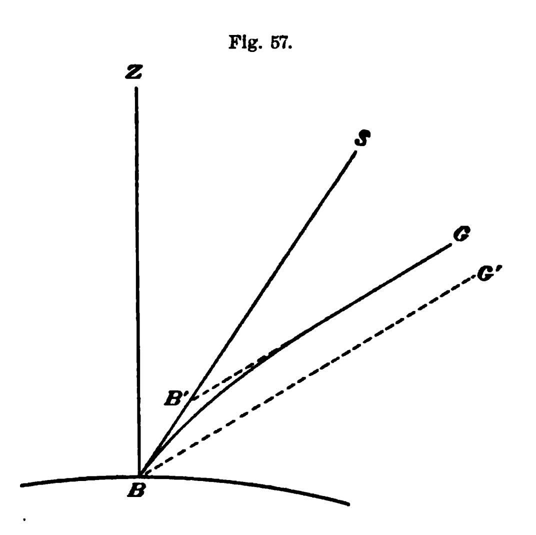
Ist die Höhe über dem künstlichen Horizont gemessen, so geht die scheinbare Höhe aus der gemessenen Höhe durch Division mit 2 hervor, da in diesem Falle der Winkel zwischen dem Gestirn und seinem um den gleichen Betrag unter dem Horizont liegenden Spiegelbild gemessen wird (§ 95). Die Verbesserung für Kimmtiefe fällt fort.

$$h_s = \tfrac{1}{2} h_g.$$

3. Die Strahlenbrechung.

§ 101. Die Strahlenbrechung beruht auf dem physikalischen Gesetz, daß ein von einem Gestirn auf die Erde fallender Lichtstrahl beim Eintritt in die Atmosphäre der Erde eine Brechung nach seinem Einfallslot hin erleidet. Diese Brechung nimmt beim Fortschreiten des Lichtstrahls in der Atmosphäre infolge der wachsenden Dichtigkeit der Luftschichten nach dem Erdboden hin zu. Der Weg eines Lichtstrahls in der Atmosphäre ist demzufolge eine Kurve, und der Beobachter auf der Erdoberfläche sieht das Gestirn (G) in der Richtung einer Tangente (BS Fig. 57), welche in seinem Auge an diese Kurve gelegt ist, während die wahre Richtung nach dem Gestirn $B'G$ oder die ihr parallele Richtung BG' ist. Das Gestirn erscheint daher in seinem Vertikalkreise um den Winkel $SB'G = SBG'$ gehoben. Dieser Winkel heißt astronomische Refraktion oder Strahlenbrechung.

Fig. 57.



Die Strahlenbrechung wird durch den Luftdruck und die Lufttemperatur beeinflußt und ist von der scheinbaren Höhe abzuziehen. Dabei sind folgende Punkte zu beachten:



1. Die Strahlenbrechung eines vom Zenit kommenden Lichtstrahls ist Null. Mit der Abnahme der Höhe nimmt die Strahlenbrechung nahezu im Verhältnis der Kotangente der Höhe zu und erreicht im Horizont ihren größten Wert von etwa 34′.

2. Bei kleinen Höhen wird die Refraktion infolge der Änderungen durch den Barometer- und Thermometerstand unsicher. Höhen unter 10° sind deshalb bei astronomischen Beobachtungen zu vermeiden.

3. Verbesserungen der Strahlenbrechung für Barometer- und Thermometerstand sind bei kleinen Höhen stets, bei größeren Höhen dann zu berücksichtigen, wenn große Genauigkeit verlangt wird (Beobachtungen über dem künstlichen Horizont zur Chronometerkontrolle oder bei Vermessungen), oder die atmosphärischen Verhältnisse von den der Tafelberechnung zugrunde gelegten (im Nautischen Jahrbuch Temperatur von + 10° Cels., Barometerstand 760 mm) sehr abweichen.

Die Tafeln 16a, b u. c (7a, b u. c bis 1906) des Nautischen Jahrbuches enthalten die Strahlenbrechung sowie ihre Verbesserung für Barometer- und Thermometerstand.

Die elliptische Gestalt der Sonnen- und Mondscheibe in der Nähe des Horizonts ist eine Folge der Strahlenbrechung dadurch, daß der in kleinerer Höhe befindliche Unterrand der Scheibe stärker gehoben wird, als der in größerer Höhe befindliche Oberrand. Der Betrag der hierdurch hervorgerufenen scheinbaren Verkürzung des vertikalen Sonnen- und Mondhalbmessers ist für verschiedene Höhen in Tafel 1a u. b (8 und 9a u. b bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs angegeben. Bei der Höhenverbesserung werden diese Tafeln nicht gebraucht.

4. Die Parallaxe.

§ 102. In Fig. 58 ist M der Erdmittelpunkt, B der Beobachter, Z sein Zenit und G das Gestirn. Für den Beobachter hat das Gestirn den scheinbaren Zenitabstand $GBZ = z_s$, der das Komplement der scheinbaren für Refraktion verbesserten Höhe ist, während der wahre auf den Erdmittelpunkt bezogene Zenitabstand $GMZ = z_w$ ist, dessen Komplement die wahre Höhe (h_w) ist. Der Unterschied beider ist der kleine Winkel $MGB = p$, der Höhenparallaxe heißt; die Höhenparallaxe ist daher auch der Unterschied zwischen scheinbarer und wahrer Höhe. Die letztere ist stets größer als die erstere.

Da im Nautischen Jahrbuch die Koordinaten der Gestirne auf den Erdmittelpunkt bezogen sind, so ist in die nautischen Rechnungen auch die wahre für den Erdmittelpunkt geltende Höhe einzuführen. Zu der scheinbaren und für Refraktion verbesserten Höhe ist daher noch die Höhenparallaxe (p) zu addieren.

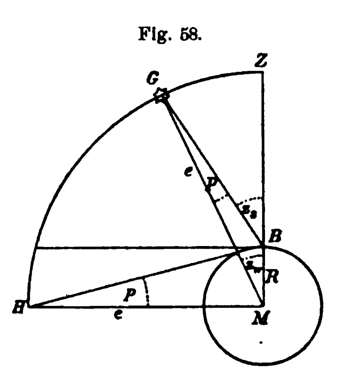
$$h_w = h_s - Refr. + p.$$

Die Größe der Höhenparallaxe hängt von der scheinbaren Höhe des Gestirns ab. Sie ist Null, wenn das Gestirn im Zenit steht

(Z Fig. 58) und erreicht ihren größten Wert (P), wenn das Gestirn im Horizont (H) steht. In diesem Falle heißt sie Horizontalparallaxe.

Die Horizontalparallaxe (P) ändert sich mit der Entfernung (e) der Gestirne von der Erde. Für Fixsterne ist sie wegen deren großer Entfernung unmerklich klein; für die Sonne kann sie konstant gleich 8,8″ angenommen werden; für den Mond, wo sie im Mittel 57′ beträgt, ist sie von 12 zu 12 Stunden auf Seite II der Monatsephemeriden des Nautischen Jahrbuchs angegeben; für die Planeten, wo sie bei Venus und Mars bis 18″ steigen kann, findet man sie für jeden zehnten Tag auf Seite XI und XII der Monatsephemeriden des Nautischen Jahrbuchs. Für navigatorische Zwecke ist die Parallaxe bei Mondhöhen stets zu berücksichtigen, bei Sonnen- und Planetenhöhen nur, wenn es auf große Genauigkeit ankommt (Beobachtungen über dem künstlichen Horizont zur Chronometerkontrolle oder bei Vermessungen).

Fig. 58.



Die Höhenparallaxe (p) wird folgendermaßen aus der Horizontalparallaxe (P) berechnet:

In Fig. 58 ist e die Entfernung des Gestirns vom Erdmittelpunkt,
R der Erdradius,
z_s der scheinbare Zenitabstand,
$h_s = 90° - z_s$ die scheinbare Höhe.

Es ist nach der Sinusregel in $\triangle\, GBM$:

$$\frac{\sin p}{R} = \frac{\sin z_s}{e},$$

$$\sin p = \frac{R \cdot \cos h_s}{e}.$$

Da aber $\frac{R}{e} = tg\, P$ ist ($\triangle\, HMB$), so wird

$$\sin p = tg\, P \cdot \cos h_s.$$

Sowohl p als P sind sehr kleine Größen, sodaß man $\sin p = p \cdot arc\, 1''$ und $tg\, P = P \cdot arc\, 1''$ setzen kann. Daher ist

$$p \cdot arc\, 1'' = P \cdot arc\, 1'' \cdot \cos h_s,$$

$$p = P \cdot \cos h_s.$$

Die Höhenparallaxe ist also gleich der Horizontalparallaxe multipliziert mit dem Kosinus der scheinbaren Höhe des Gestirns.

Statt die Höhenparallaxe zu berechnen, kann man sie aus Tafeln entnehmen, die der Sonne und der Planeten aus Tafel 2 und 3 des Nautischen Jahrbuchs (10 und 11 bis 1906) oder Tafel der Zusatzverbesserung für Planeten unter Tafel 11 der Nautischen Tafeln (die des Mondes aus Tafel XXII der Nautischen Tafeln von Ligowski).

5. Die Verbesserung für Halbmesser.

§ 103. Unter Halbmesser eines Gestirns wird der Winkel verstanden, unter dem der wirkliche Halbmesser des Gestirns von der Erde aus erscheint. Bei Beobachtung solcher Gestirne, deren Scheiben-



form die unmittelbare Messung der Mittelpunktshöhe ausschließt, wie Sonne und Mond, ist dieser Winkel zur Unterrandshöhe zuzulegen und von der Oberrandshöhe abzuziehen, um die Mittelpunktshöhe zu erhalten. Je nachdem der Scheitelpunkt des Winkels im Erdmittelpunkt oder im Auge des Beobachters liegt, unterscheidet man den wahren und den scheinbaren Halbmesser.

Die wahren Halbmesser für Sonne, Mond und Planeten sind im Nautischen Jahrbuch angegeben und werden allein bei der Beschickung der Höhenmessungen gebraucht. Die Mittelpunktshöhen werden durch einen Strich durch die Mitte des Gestirnszeichens kenntlich gemacht, die Randhöhen durch einen Strich oben oder unten. Ist r der wahre Halbmesser, so ist z. B.

$$\ominus\, h_w = \underline{\odot}\, h_w + \odot\, r,$$
$$\text{☾̶}\, h_w = \overline{☾}\, h_w - ☾\, r.$$

Der Halbmesser eines Gestirns wächst mit der Abnahme der Entfernung. Der von einem Beobachter an der Erdoberfläche gesehene scheinbare Halbmesser (r_1) ist daher größer, als der vom Erdmittelpunkt aus gesehene wahre Halbmesser (r) des Gestirns. Der Unterschied zwischen dem wahren und dem scheinbaren Halbmesser, die Vergrößerung des Halbmessers, kommt nur beim Monde in Betracht und ist in Tafel 4 (12 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs enthalten.

II. Anwendungen.

1. Gesamtverbesserung und Zusatzverbesserung.

§ 104. Nach dem vorhergehenden wird die wahre Mittelpunktshöhe aus der am Winkelmeßinstrument abgelesenen Randhöhe nach folgender Formel abgeleitet, wenn über der Kimm beobachtet worden ist:

$$h_w = h_a + \text{J. V.} - Kt. - Refr. + Par. \pm Halbm.$$

Der größeren Bequemlichkeit wegen hat man die Glieder *Kt.*, *Refr.*, *Par.* und *Halbm.* zusammengefaßt und in Tafeln der Gesamtverbesserungen (G. V.) gebracht, zu denen in einigen Fällen noch Zusatzverbesserungen (Z. V.) kommen, sodaß an die abgelesenen Höhen im allgemeinen nur die Indexverbesserung und die Gesamtverbesserung anzubringen sind, zu denen nur gegebenenfalls noch Zusatzverbesserungen hinzutreten. Im einzelnen verfährt man folgendermaßen:

2. Beschickung der Sonnenhöhen.

§ 105. Ist, wie gewöhnlich, eine Sonnenunterrandshöhe gemessen worden, so findet man die Gesamtverbesserung aus Tafel 10 der Nautischen Tafeln mit den Eingängen: Augeshöhe und gemessene Höhe. Die Zusatzverbesserung wegen Änderung des Halbmessers ist so klein, daß sie stets wegbleiben kann, dagegen tut man gut,

die im § 100 mit $v_\triangle$ bezeichnete und in Tafel 8 und 8a der N. T. enthaltene Zusatzverbesserung wegen Änderung der Kimmtiefe mit der Temperatur anzubringen, sodaß man zu bilden hat:

$$\ominus h_w = \underline{\odot}\, h_a + \text{J. V.} + v_\triangle + \text{G. V.}$$

Ist der Sonnenoberrand beobachtet worden, so kommt noch die in Tafel 10 gegebene Zusatzverbesserung hinzu.

$$\ominus h_w = \overline{\odot}\, h_a + \text{J. V.} + v_\triangle + \text{G. V.} + \text{Z.V. f. } \overline{\odot}.$$

Die Rechnung erfolgt nach dem Schema:

	Abgelesene Höhe	$h_a =$		° ′
	Index-Verbesserung	J. V. =		+ od. — ′
	Gemessene Höhe	$h_g =$		° ′
N.T. 8 od. 8a	Verb. wegen Änd. d. Kimmtiefe $v_\triangle$ = + oder — ′		=	′
N.T. 10	Gesamtverbesserung G.V. = + ′			
N.T. 10	Zusatzverbesserung für $\overline{\odot}$ Z.V. = — ′			
	Wahre Sonnenmittelpunktshöhe	$\ominus h_w =$		° ′

Die Zusatzverbesserung für $\overline{\odot}$ fällt bei Unterrandhöhen fort.

Bei der Rechnung werden Zehntel-Minuten mitgenommen und am Schluß auf volle Minuten abgerundet.

Beispiele.

1. Unterrand. Am 29. November 1904 wurde die Höhe des Sonnenunterrandes bei 12 m Augeshöhe und 7° Cels. Lufttemperatur zu 21° 4′ 10″ abgelesen auf einem Instrument, dessen Index-Verbesserung + 1′ 20″ betrug. Die Wasseroberflächentemperatur wurde mit dem Wasserthermometer zu 10,5° Cels. bestimmt. Es herrschte frische Brise.

		$\underline{\odot} h_a$ = 21° 4,2′		Luft = 7°
		J. V. = + 1,3		Wasser = 10,5
		$\underline{\odot} h_g$ = 21 5,5		$\triangle$ = 3,5 Wasser wärmer
N.T. 8	$v_\triangle$ = — 1,4′	} = + 5,9		
N.T. 10	G.V. = + 7,3			
		$\ominus h_w$ = 21 11,4 = 21° 11′.		

2. Oberrand. Am 12. Juli 1904 wurde die Höhe des Sonnenoberrandes bei 8,5 m Augeshöhe und 21,5° Cels. Lufttemperatur zu 53° 18′ 40″ abgelesen. Die Indexverbesserung war vorher zu — 0,4′ bestimmt worden. Es herrschte Windstille und deshalb wurde die Lufttemperatur dicht an der Wasseroberfläche gemessen. Sie betrug 19° Cels.

		$\overline{\odot} h_a$ = 53° 18,7′	
		J. V. = — 0,4	Luft oben = 21,5°
		$\overline{\odot} h_g$ = 53 18,3	„ unten = 19,0
N.T. 8a	$v_\triangle$ = + 5′		oben — unten = + 2,5
N.T. 10	G.V. = + 10	} = — 16,8	
N.T. 10	Z.V.f. $\overline{\odot}$ = — 31,8		
		$\ominus h_w$ = 53 1,5 = 53° 2′.	

3. Beschickung der Planeten- und Fixsternhöhen.

§ 106. Das Verfahren ist dasselbe, wie bei den Sonnenhöhen, nur tritt anstelle der Tafel 10 die Tafel 11 der N. T., Gesamtverbesserung für Fixsterne. Die Zusatzverbesserung für Planeten kann wegen ihrer Kleinheit bei Beobachtungen über der Kimm stets fortbleiben. Es ist daher zu bilden:

$$h_w = h_a + \text{J. V.} + v_\Delta + \text{G. V.}$$

Das Schema bleibt dasselbe wie oben.

Beispiel.

Am 3. Juli 1904 wurde die Höhe des Jupiter zu 35° 3′ 20″ abgelesen an einem Instrument, dessen Indexverbesserung gleich + 0′ 10″ war. Augeshöhe 9,3 m. Wasser- und Lufttemperaturen sind nicht beobachtet worden.

	♃ h_a =	35° 3,3′
	J.V. =	+ 0,2
	♃ h_g =	35 3,5
N. T. 11	G.V. =	— 6,9
	♃ h_w =	34 56,6 = 34° 57′.

4. Beschickung der Mondhöhen.

§ 107. Die Benutzung von Mondhöhen zur Ortsbestimmung auf See ist durch die Tafeln der Gesamtverbesserungen (N. T. 12 und 13) ebenso bequem gemacht, wie die Benutzung der Sonnen- oder Sternshöhen, und es sollte daher häufig davon Gebrauch gemacht werden.

Das Verfahren unterscheidet sich von dem unter 2 und 3 besprochenen nur dadurch, daß der horizontale Tafeleingang nicht die Augeshöhe sondern der wahre Mondhalbmesser ist, und daß daher für andere Augeshöhen als die den Tafeln zugrunde gelegte Höhe von 10 m eine Zusatzverbesserung nötig wird. Den wahren Mondhalbmesser entnimmt man aus Seite II der Monatsephemeriden des Nautischen Jahrbuches, wobei man flüchtig zwischen den von 12 zu 12 Stunden gegebenen Werten einschaltet. Damit und mit der gemessenen Randhöhe findet man die Gesamtverbesserung, für Unterrandbeobachtungen aus Tafel 12, für Oberrandbeobachtungen aus Tafel 13 der N. T., wobei mit Hilfe der Proportionalteile bequem eingeschaltet werden kann.

Man bildet also:

$$☾ h_w = ☾ h_a + \text{J. V.} + v_\Delta + \text{G. V.} + \text{Z. V. f. Ah.},$$

und ebenso für den Oberrand. Das Schema bleibt dasselbe.

Beispiele.

1. Unterrand. Am 6. August 1904 um $14^h\,13^m$ m. Gr. Zt. wurde die Höhe des Mondunterrandes zu 22° 54′ 40″ und die Indexverbesserung zu — 0′ 40″ bestimmt. Wasser- und Lufttemperatur sind nicht gemessen worden. Die Augeshöhe des Beobachters betrug 12,5 m.

	☾ h_a = 22° 54,7′	☾ r 6. VIII. 12h = 15′ 44″	N. J.
	J. V. = − 0,7	7. VIII. 0 = 15 52	S. II.
	☾ h_g = 22 54,0	Diff. = + 8	
N. T. 12	G.V. 22° u. 15′ 40″ = + 60,8′		
	Prop. Teile für 0,9° = − 0,3	$+8'' \times \frac{2}{12} = +1$	
	für 5″ = + 0,4	☾ r = 15 45	
	Z.V. f. 12,5 m Ah. = − 0,7 } = + 1 0,2		
	☾ h_w = 23 54,2 = 23° 54′.		

2. Oberrand. Aus 7,5 m Augeshöhe wurde bei einer Lufttemperatur von 27,5° und einer Wasseroberflächentemperatur von 28,5° die Höhe des Mondoberrandes zu 79° 37′ 10″ abgelesen. Beobachtungszeit: 1904 August 22. 8h m. Gr. Zt., Indexverbesserung gleich + 1,2′.

	☾ h_a = 79° 37,2′	☾ r 22. VIII. 0h = 15′ 0″	N. J.
	J. V. = + 1,2	12 = 14 56	S. II.
	☾ h_g = 79 38,4	Diff. = − 4	
	N. T. 8 v_Δ = − 0,4′	$-4'' \times \frac{8}{12} = -3$	
N. T. 13	G. V. 79° u. 14′ 50″ = − 10,3	☾ r = 14 57	
	Prop. Teile für 0,6° = − 0,5 } = − 10,5		
	für 7″ = − 0,1	Luft = 27,5°	
	Z. V. für 7,5 m Ah. = + 0,8	Wasser = 28,5	
	☾ h_w = 79 27,9 = 79° 28′.	Δ = 1,0 Luft kälter.	

5. Beschickung der Höhen, wenn die Kimmtiefe gemessen ist oder über dem künstlichen Horizont beobachtet wurde.

§ 108. a) Die größten Fehler in der astronomischen Ortsbestimmung werden durch die Veränderlichkeit der Kimmtiefe (§ 100) hervorgerufen; es ist deshalb stets vorzuziehen, die Kimmtiefe direkt zu messen (§§ 92 bis 94), umsomehr, als dadurch auch die Fehler in der angenommenen Augeshöhe wegfallen; selbstverständlich muß dabei aber die Messung der Kimmtiefe in derselben Augeshöhe erfolgen, wie die Höhenmessung. Ferner ist zu berücksichtigen, daß in den in den Tafeln gegebenen Gesamtverbesserungen die mittlere Kimmtiefe bereits enthalten ist. Die letztere ist daher, wenn die Beobachtung mit der gemessenen Kimmtiefe verbessert wird, zu der Gesamtverbesserung wieder hinzuzufügen. Es ist in diesem Falle ganz gleichgültig, mit welcher Augeshöhe man die Gesamtverbesserung den Tafeln entnimmt, nur muß man mit derselben Augeshöhe die mittlere Kimmtiefe aus Tafel 15a (6 bis 1906) des Nautischen Jahrbuches entnehmen und zu der scheinbaren Höhe addieren. Am einfachsteh ist es, die Gesamtverbesserung immer für die mittlere Augeshöhe von 10 m*) zu entnehmen und 5,7′ (berechnete mittlere Kimmtiefe für 10 m) zur scheinbaren Höhe zuzulegen.

Man hat daher zu bilden:

$$h_w = h_s + \text{J. V.} - Kt. + \text{G. V. f. 10 m Ah.} + 5{,}7' + \text{Z. V.}$$

*) Weil in den N. T. bei der Gesamtverbesserung für den Mond die Augeshöhe 10 m zugrunde gelegt ist.



Beispiele.

1. Am 22. August 1904 um 8ʰ m. Gr. Zt. war die Höhe des Mondoberrandes zu 79° 37′ 10″ auf einem Instrument mit der Indexverbesserung + 1,2′ abgelesen worden. Gleichzeitig hatte ein anderer Beobachter mit dem Prismenkreise den Winkel von Kimm zu Kimm durch das Zenit zu 180° 10′ 20″ abgelesen und die Indexverbesserung des Prismenkreises zu — 40″ bestimmt (siehe § 107, Beispiel 2).

Abgel. Winkel von Kimm zu Kimm =	180° 10′ 20″
J. V. =	— 40
Gemess. Winkel von Kimm zu Kimm =	180 9 40
Gemess. Kimmtiefe =	+ 4 50

	☾ h_a = 79° 37,2′	☾ r 22.VIII. 0ʰ = 15′ 0″	N. J. S. II	
	J. V. = + 1,2	12 = 14 56		
	☾ h_g = 79 38,4	Diff. = — 4		
	Kt. = + 4,8	$-4'' \times \frac{8}{12}$ = — 3		
	☾ h_s = 79 33,6	☾ r = 14 57		
N. T. 13	G.V. 79° u. 14′ 50″ = — 10,3′			
	Prop. Teile für 0,6° = — 0,5			
	Prop. Teile für 7″ = — 0,1	= — 5,2		
N. J. 15a (6 bis 1906)	m. Kt. für 10 m Ah. = + 5,7			
	☾ h_w = 79 28,4 = 79° 28′.			

2. Am 5. August 1904 wurde eine Sonnenunterrandshöhe zu 14° 12′ 30″ abgelesen, während die Kimmtiefe sofort danach mit dem Pulfrichschen Kimmtiefenmesser zu 2,4′ bestimmt wurde, und zwar war die Kimm stark gestört und lag über dem wahren Horizont. Die Indexverbesserung betrug + 2′ 20″, die Augeshöhe war nicht genau bekannt.

	⊙ h_a = 14° 12,5′	
	J. V. = + 2,3	
	⊙ h_g = 14 14,8	
	Kt. = — 2,4	
	⊙ h_s = 14 17,2	
N. T. 10	G. V. für 10 m Ah. = + 6,6′	= + 12,3
N. J. 15a (6 bis 1906)	mittl. Kt. für 10 m Ah. = + 5,7	
	⊙ h_w = 14 29,5 = 14° 30′.	

b) Bei Beobachtungen über dem künstlichen Horizont kann man in derselben Weise verfahren mit dem Unterschied, daß man nicht die Kimmtiefe von der gemessenen Höhe abzieht, sondern letztere halbiert, um die scheinbare Höhe zu erhalten. Diese beschickt man ebenfalls mit der Gesamtverbesserung für 10 m Augeshöhe und addiert außerdem die mittlere Kimmtiefe für 10 m Ah., nämlich 5,7′, hinzu.

In den meisten Fällen wird es sich bei Beobachtungen über dem künstlichen Horizont um größere Genauigkeit handeln, und dann ist es vorzuziehen, die Verbesserungen der Gleichung

$$h_w = \frac{1}{2}(h_a + \text{J.V.}) - \textit{Refr.} + \textit{Par.} \pm \textit{Halbm.}$$

einzeln aus den entsprechenden Tafeln (§§ 101 bis 103) zu entnehmen und in die Rechnung einzuführen.

Beispiel.

Am 16. September 1904 wurde die Höhe des Sonnenunterrandes über dem künstlichen Horizont zu 35° 16′ 30″ abgelesen an einem Instrument, dessen Indexverbesserung gleich + 0′ 40″ war.

	$\underline{\odot}$ h_a =		35° 16,5′
	J. V. =		+ 0,7
	$\underline{\odot}$ h_g =		35 17,2
	$\underline{\odot}$ h_s =		17 38,6
N. J. Tafel 16a (7a bis 1906)	*Refr.* =	− 3,0′	
„ 2 (10 bis 1906)	p =	+ 0,1	= + 13,0
N. J. Seite I.	$\odot r$ =	+ 15,9	
	$\ominus$ h_w =		17 51,6.

B. Verbesserung der beobachteten Zeiten.

§ 109. Zu jeder Höhenbeobachtung an Bord ist im allgemeinen auch die Kenntnis der mittleren Greenwicher Zeit erforderlich; dazu liest ein zweiter Beobachter im Augenblick der Höhenmessung die Beobachtungsuhr ab, wie in §§ 87 und 97 erläutert ist. Bezeichnet man die Uhrzeit dieser Beobachtungsuhr mit U und diejenige der Schiffschronometer mit Chr. oder mit I, II oder III, nach der Nummer des betreffenden Chronometers, so erhält man die Chronometerzeit der Höhenbeobachtung, indem man Chr. — U (oder I — U, II — U, III — U) zu der beobachteten Zeit hinzufügt. Die Werte von Chr. — U (I — U, II — U, III — U) werden durch die Uhrvergleiche zwischen der Beobachtungsuhr und dem betreffenden Chronometer geliefert, die vor und nach jeder Höhenmessung vorzunehmen sind. (Über die Ausführung dieser Vergleiche siehe Teil VI, Das Chronometer.) Die Differenz zwischen der mittleren Greenwicher Zeit und der durch ein Chronometer angegebenen Zeit, m. Gr. Zt. — Chr. (m. Gr. Zt. — I, m. Gr. Zt. — II, m. Gr. Zt. — III), heißt Stand des Chronometers. Durch Hinzufügung des Chronometerstandes zur Chronometerzeit erhält man die mittlere Greenwicher Zeit der Höhenbeobachtung.

Es ist also:

m. Gr. Zt. = U + (Chr. — U) + (m. Gr. Zt. — Chr.).

Der Stand der Chronometer (m. Gr. Zt. — Chr., auch mit S bezeichnet) muß stets bis auf wenige Sekunden bekannt sein und wird deshalb durch gewissenhafte Beobachtungen so häufig als möglich bestimmt und durch tägliche Vergleiche der Chronometer untereinander kontrolliert. (Weiteres siehe Teil VI, Das Chronometer.)

Beispiel.

Der Uhrvergleich vor der Höhenbeobachtung hat ergeben, daß die Uhrzeit $8^h\,51^m\,32^s$ der Chronometerzeit $4^h\,13^m\,7^s$ des Chronometers I entsprach; derjenige nach der Beobachtung lieferte: Uhrzeit $9^h\,33^m\,15^s$ gleich Chronometerzeit $4^h\,54^m\,58^s$.



Es war ferner nach dem Chronometerjournal m. Gr. Zt. — I = + $0^h\ 11^m\ 41^s$. Welches ist die mittlere Greenw. Zeit einer Höhenmessung, die nach der Beobachtungsuhr um $9^h\ 15^m\ 48^s$ erfolgt war?

Vor der Beob. I =	4^h	13^m	7^s		nach der Beob. I =	4^h	54^m	58^s
U =	8	51	32		U =	9	33	15
I — U =	— 4	38	25,		I — U =	— 4	38	17,

im Mittel: I — U = — $4^h\ 38^m\ 21^s$.

Bei der Höhenbeob. U =	9^h	15^m	48^s
I — U =	— 4	38	21
I =	4	37	27
m. Gr. Zt. — I =	+ 0	11	41
m. Gr. Zt. =	4	49	8.

C. Verbesserung der aus dem Nautischen Jahrbuch entnommenen Größen.

§ 110. Die Koordinaten der Gestirne, Zeitgleichung usw. sind im Nautischen Jahrbuch nur für den mittleren Greenwicher Mittag oder, wie beim Monde, für volle Stunden mittl. Gr. Zt. angegeben. In die nautischen Rechnungen sind aber diejenigen Werte dieser Größen einzusetzen, die im Augenblick der Beobachtung statthaben. Da dies im allgemeinen nicht der mittl. Gr. Mittag ist, so muß man zwischen den im Jahrbuch gegebenen Werten einschalten. Zur Erleichterung dieser Vorbereitungsrechnung ist in den meisten Spalten der Ephemeriden des Jahrbuchs auch gleich die Änderung des betreffenden Wertes in 1^h (oder 1^m) angegeben, und man hat diese Änderung mit dem in Stunden (Minuten) ausgedrückten Zeitraum, der seit dem vorhergehenden mittl. Gr. Mittag (volle Gr. Stunde) verflossen ist, zu multiplizieren und mit dem entsprechenden Vorzeichen zu dem vorhergehenden Tafelwert hinzuzufügen. Zu diesem Behufe muß man sich stets eine, wenn auch nur angenäherte, Kenntnis der mittl. Gr. Zeit, zu der die Beobachtung stattgefunden hat, verschaffen.



Teil IV.

Sphärische Astronomie.

A. Die Grundaufgaben der sphärischen Astronomie.

§ 111. Durch Beobachtung an Bord findet man nach dem vorstehenden nur die Höhen der Gestirne und die zugehörigen Zeiten, während im Nautischen Jahrbuch nur die Koordinaten »gerade Aufsteigung und Abweichung« gegeben sind. Da man aber in der Navigation auch die Kenntnis anderer Koordinaten, als der genannten gebraucht, so ergibt sich die Aufgabe, die unbekannten Koordinaten eines Gestirnsortes aus seinen bekannten Koordinaten zu berechnen. Damit beschäftigt sich die sphärische Astronomie, deren Grundaufgabe demnach die Verwandlung der Koordinaten eines Koordinatensystems der Himmelskugel in die eines anderen ist.

1. Stundenwinkel (Zeit) und gerade Aufsteigung.

§ 112. Die einfachste Verwandlung ist die von einem der Äquatorsysteme in das andere, weil beiden die Grundebene und die eine Koordinate, nämlich die Abweichung, gemeinsam sind. Die bei dieser Verwandlung vorkommenden Aufgaben sind daher nur die folgenden:

1. Berechnung des Stundenwinkels, wenn die gerade Aufsteigung gegeben ist.

2. Berechnung der geraden Aufsteigung, wenn der Stundenwinkel gegeben ist.

Ihnen schließt sich als dritte Aufgabe an:

3. Berechnung der Zeit, wenn Stundenwinkel und gerade Aufsteigung gegeben sind.

Fig. 59.

In Fig. 59 stelle der Kreis den Äquator, PGr den Meridian von Greenwich, PM den Ortsmeridian, Fp den Frühlingspunkt, m.⊙ die mittlere Sonne und PG den Stundenkreis des Gestirnes dar, dann ist nach der Figur

$$\sphericalangle MPG = \sphericalangle MPFp - \sphericalangle GPFp,$$

oder in Worten

Stundenwinkel des Gestirns = Stundenwinkel des Frühlingspunkts — gerade Aufsteigung des Gestirns,

oder, da der Stundenwinkel des Frühlingspunkts gleich der Frühlingspunktszeit (Sternzeit) am Ort ist (§ 45),

$$\bigstar t = \text{Fp. O. Zt.} - \bigstar\alpha,$$

und umgekehrt

$$\bigstar\alpha = \text{Fp. O. Zt.} - \bigstar t.$$

Diese Gleichungen enthalten die Lösung der beiden Aufgaben und sind die Grundgleichungen für den Übergang zwischen gerader Aufsteigung und Stundenwinkel.

Daraus geht hervor, daß man zu dieser Verwandlung die Kenntnis der Frühlingspunkts-Ortszeit nötig hat. Diese muß aus den Angaben der Schiffschronometer, die meist mittlere Greenwicher Zeit anzeigen, berechnet werden. Die Formeln gehen dann nach § 60 oder nach Fig. 59 über in:

$$\bigstar t = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.} \odot\alpha \mp \lambda - \bigstar\alpha$$

und

$$\bigstar\alpha = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.} \odot\alpha \mp \lambda - \bigstar t,$$

wo — für Westlänge, + für Ostlänge gilt.

Ist das Gestirn die Sonne, so vereinfachen sich diese Ausdrücke, da nach § 61 w. $\odot\alpha$ — m. $\odot\alpha$ = Ztgl. gesetzt ist und die Zeitgleichung direkt aus dem N. J. entnommen werden kann. Es ist daher:

$$\odot t = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.} \mp \lambda \begin{cases} - \text{ für Westlänge,} \\ + \text{ für Ostlänge.} \end{cases}$$

In diesen Gleichungen ist auch bereits die Lösung der dritten Aufgabe enthalten, für die man die Formeln folgendermaßen umstellen muß:

$$\begin{aligned} \text{Fp. O. Zt.} &= \bigstar t + \bigstar\alpha, \\ \text{m. O. Zt.} &= \bigstar t + \bigstar\alpha - \text{m.} \odot\alpha, \\ \text{m. Gr. Zt.} &= \bigstar t + \bigstar\alpha - \text{m.} \odot\alpha \pm \lambda \begin{cases} + \text{ für Westlänge,} \\ - \text{ für Ostlänge.} \end{cases} \end{aligned}$$

Für die Sonne werden sie durch Einführung der Zeitgleichung einfacher:

$$\begin{aligned} \text{m. O. Zt.} &= \odot t + \text{Ztgl.}, \\ \text{m. Gr. Zt.} &= \odot t + \text{Ztgl.} \pm \lambda \begin{cases} + \text{ für Westlänge,} \\ - \text{ für Ostlänge.} \end{cases} \end{aligned}$$

2. Das Poldreieck.

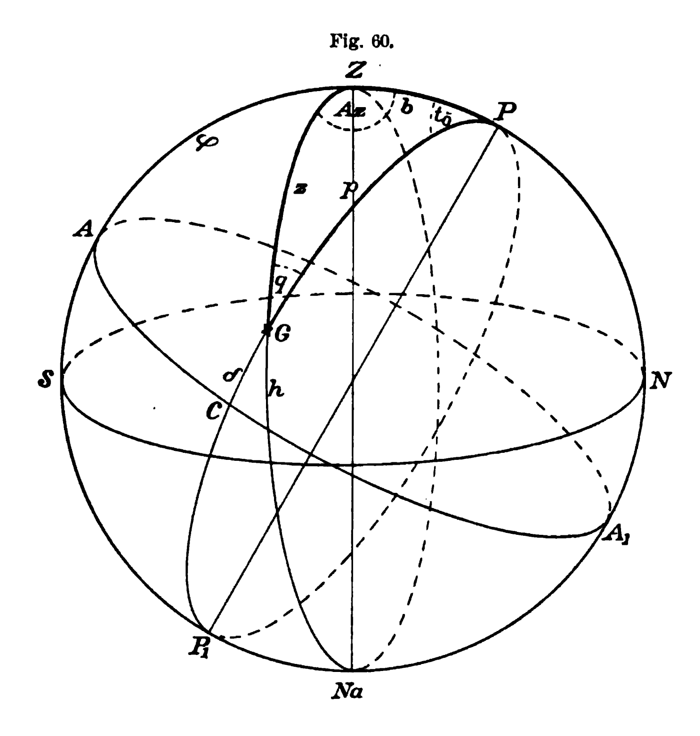
§ 113. Die Verwandlung der Koordinaten des ersten Äquatorsystems, Stundenwinkel und Abweichung, in diejenigen des Horizontsystems, Azimut und Höhe, und umgekehrt erfolgt mittels des Pol-



dreiecks, wie bereits im § 29 auseinandergesetzt worden ist. Es wird daher genügen, folgendes in Erinnerung zu bringen:

Das Poldreieck wird gebildet aus Zenit, Pol und Gestirn, seine Seiten (Fig. 60) sind Bögen des Ortsmeridians, des Stundenkreises und des Vertikalkreises des Gestirns. Sie heißen: $PZ = b = 90° - \varphi$ = Breitenkomplement, $PG = p = 90° - \delta$ = Polabstand und $ZG = z = 90° - h$ = Zenitabstand.

Fig. 60.



Die Winkel des Poldreiecks sind $ZPG = t$ = Stundenwinkel, $PZG = Az$ = Azimut und $ZGP = q$ = Winkel am Gestirn.

In den nachstehenden Formeln soll die Zählweise dieser Stücke grundsätzlich folgendermaßen erfolgen:

Die Breite (φ) soll vom Äquator aus nach Norden hin positiv, nach Süden zu negativ, das Breitenkomplement (b) dementsprechend vom Nordpol aus von 0° bis 180° gezählt werden.

Die Abweichung (δ) soll desgleichen für Gestirne auf der Nordseite des Äquators positiv, für solche auf der Südseite des Äquators negativ genommen werden (siehe Vorzeichen im Nautischen Jahrbuch). Der Polabstand (p) wird demnach vom Nordpol aus von 0° bis 180° gerechnet.



Die Höhe (h) soll positiv sein, wenn der Mittelpunkt des Gestirns sich über dem wahren Horizont und negativ, wenn er sich darunter befindet. Der Zenitabstand geht vom Zenit aus von 0° bis 180°.

Eine Ausnahme bildet die Meridianhöhe (H) und der Meridianzenitabstand (Z); über ihre Vorzeichen siehe § 165.

Der Stundenwinkel (t) soll vom oberen Meridian nach Westen hin von 0° bis 360° oder von 0^h bis 24^h gezählt werden, ausnahmsweise auch nach Osten und Westen von 0° bis 180° oder 0^h bis 12^h, er muß dann aber als solcher benannt und durch Indices als $t_ö$ oder t_w gekennzeichnet werden.

Das Azimut (Az) wird von Norden nach Osten hin von 0° bis 360° oder von Norden nach Osten und Westen von 0° bis 180° gezählt und muß im letzteren Falle besonders als $Az_ö$ oder Az_w benannt, oder durch Beifügung der Abkürzungen O oder W bezeichnet werden.

Der Winkel am Gestirn (q) wird ausgehend vom Stundenkreise in derselben Drehungsrichtung wie Stundenwinkel und Azimut von 0° bis 360° gezählt.

§ 114. Im Falle der Benutzung von Hilfstafeln muß zuweilen von dieser einheitlichen Zählweise abgegangen werden, und zwar dann, wenn die Tafeln nur für einen Quadranten gegeben sind. Man setzt dann die Breite immer positiv und zählt die Abweichung positiv, wenn sie mit der Breite gleichnamig, und negativ, wenn sie ungleichnamig ist. Das Breitenkomplement läuft dann von 0° bis 90°, und der Polabstand wird vom oberen Pol von 0° bis 180° gezählt. Das Azimut wird von Norden und Süden nach beiden Seiten hin von 0° bis 90° und zuweilen auch der Stundenwinkel vom oberen und unteren Meridian ausgehend nach beiden Seiten von 0^h bis 6^h gerechnet.

§ 115. Die Grundformeln für die Koordinatenverwandlungen ergeben sich aus den Formeln der sphärischen Trigonometrie, indem man die Bezeichnungen der Seiten und Winkel des Poldreiecks darin einführt. Es sind folgende Gleichungen geltend für die einheitliche Bezeichnungsweise:

I. Sinussatz:

$\sin z \cdot \sin Az = -\sin p \cdot \sin t$; nach Einsetzen von h, φ u. δ, $\cos h \cdot \sin Az = -\cos\delta \cdot \sin t$.
$\sin p \cdot \sin q = -\sin b \cdot \sin Az$; „ „ „ h, φ u. δ, $\cos\delta \cdot \sin q = -\cos\varphi \cdot \sin Az$.
$\sin b \cdot \sin t = \sin z \cdot \sin q$; „ „ „ h, φ u. δ, $\cos\varphi \cdot \sin t = \cos h \cdot \sin q$.

II. Kosinussatz:

$$\cos z = \cos p \cdot \cos b + \sin p \cdot \sin b \cdot \cos t$$
oder $$\sin h = \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos t.$$
$$\cos p = \cos b \cdot \cos z + \sin b \cdot \sin z \cdot \cos Az$$
oder $$\sin\delta = \sin\varphi \cdot \sin h + \cos\varphi \cdot \cos h \cdot \cos Az.$$
$$\cos b = \cos z \cdot \cos p + \sin z \cdot \sin p \cdot \cos q$$
oder $$\sin\varphi = \sin h \cdot \sin\delta + \cos h \cdot \cos\delta \cdot \cos q.$$

III.

$$\left\{\begin{aligned} &\sin z \cdot \cos Az = \cos p \cdot \sin b - \sin p \cdot \cos b \cdot \cos t \\ \text{oder } &\cos h \cdot \cos Az = \sin \delta \cdot \cos \varphi - \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos t. \\ &\sin z \cdot \cos q = \cos b \cdot \sin p - \sin b \cdot \cos p \cdot \cos t \\ \text{oder } &\cos h \cdot \cos q = \sin \varphi \cdot \cos \delta - \cos \varphi \cdot \sin \delta \cdot \cos t. \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} &\sin p \cdot \cos q = \cos b \cdot \sin z - \sin b \cdot \cos z \cdot \cos Az \\ \text{oder } &\cos \delta \cdot \cos q = \sin \varphi \cdot \cos h - \cos \varphi \cdot \sin h \cdot \cos Az. \\ &\sin p \cdot \cos t = \cos z \cdot \sin b - \sin z \cdot \cos b \cdot \cos Az \\ \text{oder } &\cos \delta \cdot \cos t = \sin h \cdot \cos \varphi - \cos h \cdot \sin \varphi \cdot \cos Az. \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} &\sin b \cdot \cos t = \cos z \cdot \sin p - \sin z \cdot \cos p \cdot \cos q \\ \text{oder } &\cos \varphi \cdot \cos t = \sin h \cdot \cos \delta - \cos h \cdot \sin \delta \cdot \cos q. \\ &\sin b \cdot \cos Az = \cos p \cdot \sin z - \sin p \cdot \cos z \cdot \cos q \\ \text{oder } &\cos \varphi \cdot \cos Az = \sin \delta \cdot \cos h - \cos \delta \cdot \sin h \cdot \cos q. \end{aligned}\right.$$

IV. Kotangentensatz:

$$\begin{aligned} \sin t \cdot \operatorname{cotg} Az &= -\operatorname{cotg} p \cdot \sin b + \cos b \cdot \cos t &&= -\operatorname{tg} \delta \cdot \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \cos t. \\ \sin t \cdot \operatorname{cotg} q &= \operatorname{cotg} b \cdot \sin p - \cos p \cdot \cos t &&= \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \delta - \sin \delta \cdot \cos t. \\ \sin Az \cdot \operatorname{cotg} q &= -\operatorname{cotg} b \cdot \sin z + \cos z \cdot \cos Az &&= -\operatorname{tg} \varphi \cdot \cos h + \sin h \cdot \cos Az. \\ \sin Az \cdot \operatorname{cotg} t &= -\operatorname{cotg} z \cdot \sin b + \cos b \cdot \cos Az &&= -\operatorname{tg} h \cdot \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \cos Az. \\ \sin q \cdot \operatorname{cotg} t &= \operatorname{cotg} z \cdot \sin p - \cos p \cdot \cos q &&= \operatorname{tg} h \cdot \cos \delta - \sin \delta \cdot \cos q. \\ \sin q \cdot \operatorname{cotg} Az &= -\operatorname{cotg} p \cdot \sin z + \cos z \cdot \cos q &&= -\operatorname{tg} \delta \cdot \cos h + \sin h \cdot \cos q. \end{aligned}$$

Wenn drei Stücke des Poldreiecks bekannt sind, so lassen sich die übrigen nach obigen Gleichungen berechnen.

Da die Abweichung im Nautischen Jahrbuch gegeben ist (§ 110), so läßt sich der Stundenwinkel und die Zeit, oder die Breite, oder das Azimut, oder die Höhe feststellen, wenn nur noch zwei andere Stücke des Poldreiecks bekannt sind.

§ 116. In der ausübenden Navigation kommen folgende Hauptrechnungen vor:

1. Berechnung von t und der Zeit der Beobachtung aus δ, φ und h,
2. „ „ φ aus δ, t (der Zeit) und h,
3. „ „ Az „ $\left\{\begin{array}{l}\delta,\ h \text{ und } \varphi, \\ \delta,\ t \text{ (der Zeit) und } \varphi, \\ \delta,\ t \text{ (der Zeit) und } h,\end{array}\right.$
4. „ „ h „ δ, t (der Zeit) und φ,

denen sich noch folgende seltener gebrauchte anschließen:

5. Berechnung von t (der Zeit) und h aus $\left\{\begin{array}{l}\delta,\ \varphi \text{ und } Az, \\ \delta,\ \varphi \text{ und } q,\end{array}\right.$
6. „ „ α und δ aus φ, h, Az und der Zeit.

Die Lösung dieser Aufgaben kann nach den Gleichungen des vorigen Paragraphen erfolgen, ist aber infolge der unbequemen Form der meisten dieser Gleichungen nicht zu empfehlen; man hat sie daher für die einzelnen Fälle in entsprechender Weise umgeformt, wie in den nachfolgenden Abschnitten gezeigt wird.



B. Bestimmung des Stundenwinkels und der Zeit aus Breite, Abweichung und Höhe.

I. Die Formeln.

§ 117. Im folgenden wird unter h die zur wahren Mittelpunktshöhe des Gestirns berichtigte Höhe verstanden, δ ist die dem Nautischen Jahrbuch entnommene und für die mittlere Greenwicher Zeit der Beobachtung verbesserte Abweichung, die Breite (φ) geht aus der Seekarte oder dem gegißten Besteck hervor. Das Poldreieck ergibt dann die Gleichung:

$$\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t.$$

Setzt man $\cos t = 1 - 2\sin^2\frac{t}{2}$, so folgt:

$$\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta - \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot 2\sin^2\frac{t}{2},$$

demnach:

$$2\sin^2\frac{t}{2} = \frac{\sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta - \sin h}{\cos\varphi \cdot \cos\delta} = \frac{\cos(\varphi - \delta) - \sin h}{\cos\varphi \cdot \cos\delta},$$

$$2\sin^2\frac{t}{2} = [\cos(\varphi - \delta) - \sin h] \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta.$$

Setzt man hierin:

1. $$u = \varphi - \delta$$

und $\sin h = \cos z$, so erhält man:

$$\sin^2\frac{t}{2} = {}^1/_2\,(\cos u - \cos z) \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta, \text{ oder}$$

2. $$\sin^2\frac{t}{2} = \sin\frac{z+u}{2} \cdot \sin\frac{z-u}{2} \cdot \sec\varphi \cdot \sec\delta.$$

Diese Gleichung ist für das Gedächtnis und die logarithmische Rechnung gleich bequem. Sie liefert zwei Werte von t, einen östlich und einen westlich vom Meridian. Welcher von ihnen der richtige ist, muß aus den Umständen bei der Beobachtung oder anderswie entschieden werden.

Die Bildung der Hilfsgrößen $u = \varphi - \delta$ nach Gleichung 1 und $(z + u)$ sowie $(z - u)$ hat algebraisch unter strenger Berücksichtigung entweder der in § 113 oder der in § 114 festgesetzten Vorzeichen zu erfolgen. Der Wert $^1/_2\,(z - u)$ wird zweckmäßig dadurch gebildet, daß man $^1/_2\,(z + u)$ von z oder u von $^1/_2\,(z + u)$ abzieht.

Beispiele.

$\varphi = +27°$	$\varphi = +\ 15°$	$\varphi = -38°$	$\varphi = -15°$
$\delta = +42$	$\delta = -\ 18$	$\delta = +13$	$\delta = -41$
$u = -15$	$u = +\ 33$	$u = -51$	$u = +26$
$z = \ \ 49$	$z = \ \ 68$	$z = \ \ 70$	$z = \ \ 52$
$z+u = +34$	$z+u = +101$	$z+u = +19$	$z+u = +78$
$^1/_2(z+u) = +17$	$^1/_2(z+u) = +\ 50$	$^1/_2(z+u) = +10$	$^1/_2(z+u) = +39$
$^1/_2(z-u) = +32$	$^1/_2(z-u) = +\ 18$	$^1/_2(z-u) = +60$	$^1/_2(z-u) = +13.$

Man hat in verschiedenen Navigationsbüchern auch noch andere Gleichungen zur Berechnung des Stundenwinkels aufgestellt, die mehr oder minder auf einen ähnlichen Ausdruck hinauskommen, z. B.:

$$\sin^2 {}^1/_2 t = \cos s \cdot \sin (s-h) \cdot \sec \varphi \cdot \operatorname{cosec} p, \text{ oder}$$

$$\operatorname{tang} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\cos s \cdot \sin (s-h)}{\sin (s-\varphi) \cdot \cos (s-p)}}, \text{ wenn } s = \frac{\varphi + p + h}{2} \text{ ist, oder}$$

$$\operatorname{tang} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin (S-\varphi) \cdot \sin (S-\delta)}{\cos S \cdot \cos (S-z)}}, \text{ wenn } S = \frac{\varphi + \delta + z}{2} \text{ ist.}$$

Wenn Stundenwinkel und Azimut gesucht werden, erfordert folgendes System mit den Hilfswinkeln x und y nur geringe Rechnung:

$$tg\, x = tg \frac{p+z}{2} \cdot ctg \frac{b}{2} \text{ und } tg\, y = tg \frac{p-z}{2} \cdot ctg \frac{b}{2},$$

$$ctg^2 \frac{t}{2} = tg\,(135° - x) \cdot tg\,(45° + y) \text{ und } ctg^2 \frac{Az}{2} = \frac{tg\,(135° - x)}{tg\,(45° + y)}.$$

II. Der Gang der Rechnung.

§ 118. Der Gang der Rechnung, um aus der beobachteten Gestirnshöhe die Ortszeit zu erhalten, gestaltet sich, wie folgt:

1. Berechnung des Stundenwinkels t nach den Gleichungen 1 und 2.

2. Übergang vom Gestirnsstundenwinkel auf die Ortszeit (§ 112) nach den Formeln

$$\text{m. O. Zt.} = * t + * a - \text{m.} \odot a,$$

oder bei Beobachtung der Sonne

$$\text{m. O. Zt.} = \odot t + \text{Ztgl.}$$

Um die Greenwicher Zeit zu erhalten, ist die westliche Länge (λ) zu der Ortszeit zu addieren.

Man erhält auf diesem Wege die Ortszeit stets in westlichem Stundenwinkel ausgedrückt. Übersteigt er 24^h, so sind 24^h von ihm abzuziehen, übersteigt er 12^h, so erhält man durch Abzug von 12^h die bürgerliche Vormittagszeit.

Die schematische Anordnung der Rechnung wird durch nachstehende Beispiele erläutert.

Beispiele.

1. Am 1. Oktober 1904 wurde in 19° 51′ *S*-Br. und ungefähr 37° 30′ *W*-Lg. um etwa $7^3/_4{}^h$ V.M. beobachtet: $\odot h_a = 25°\ 12'\ 30''$, U = $10^h\ 8^m\ 57^s$, Ah. = 8m, J. V. = $-4'\ 50''$, I — U = $-0^h\ 0^m\ 3^s$, m. Gr. Zt. — I = $-0^h\ 6^m\ 48^s$. Gesucht der Stundenwinkel und die mittlere Ortszeit.



U =	10^h	8^m	57^s	
I — U = —			3	
I =	10	8	54	
m. Gr. Zt. — I = —		6	48	
m. Gr. Zt. =	10	2	6	1. X.

☉ δ 1. X. =	— 3°	7,3′
Änd. f. 1^h =	— 0,97′	
Änd. f. — 2^h =		+ 1,9
☉ δ =	— 3	5

Ztgl. 1. X. =	— 10^m	16^s
Änd. f. 1^h =	— $0{,}8^s$	
Änd. f. — 2^h =		+ 2
Ztgl. =	— 10	14

☉ h_a =	25°	12,5′
J. V. = —		4,8
☉ h_g =	25	7,7
G. V. = +		8,9
⊖ h_w =	25	17
z =	64	43

$u = \varphi - \delta, \quad sin^2\, {}^1/_2\, t = sec\, \varphi \cdot sec\, \delta \cdot sin\, {}^1/_2\, (z + u) \cdot sin\, {}^1/_2\, (z - u)$

φ =	— 19°	51′	$log\ sec$ = 0,02 660
δ =	— 3	5	$log\ sec$ = 0,00 063
u =	— 16	46	
z =	64	43	
$z + u$ =	47	57	
${}^1/_2\,(z+u)$ =	23	58	$log\ sin$ = 9,60 875
${}^1/_2\,(z-u)$ =	40	45	$log\ sin$ = 9,81 475
			$log\ sin^2\ {}^1/_2\, t$ = 9,45 073
			t = — 4^h 16^m 46^s

☉ t a. O. =	— 4^h	16^m	46^s	
Ztgl. = —		10	14	
m. O. Zt. =	— 4	27	0	
=	7	33	0	V. M. 1. X.

2. Am 16. November 1904 wurde in ungefähr 11° 55′ *N*-Br. und 24° 0′ *W*-Lg. gegen 11^h N. M. beobachtet: ☾ h_a = 31° 28′ 40″, westlich vom Meridian, U = $10^h 34^m 29^s$, Ah. = 8m, J. V. = — 5′ 30″, II — U = + $2^h 18^m 40^s$, m. Gr. Zt. — II = — $0^h 9^m 19^s$. Gesucht der ☾ Stundenwinkel und die mittlere Ortszeit.

U =	10^h	34^m	29^s	
II — U = +	2	18	40	
II =	12	53	9	
m. Gr. Zt. — II = —	0	9	19	
m. Gr. Zt. =	12	43	50	16. XI.

☾ r 16. XI. 12^h =	14′ 47″
17. XI. 0 =	14 47
☾ r =	14 47

☾ h_a =	31°	28,7′
J. V. = —		5,5
☾ h_g =	31	23,2
G. V. 31° u. 14′ 40″ = + 53,4′; Prop. Teile für 0,4° = — 0,2; für 7″ = + 0,5; Z. V. f. 8 m Ah. = + 0,6	=	+ 54,3
☾ h_w =	32	17,5
=	32	18
z =	57	42

$u = \varphi - \delta,$
$sin^2\, {}^1/_2\, t = sec\, \varphi \cdot sec\, \delta \cdot sin\, {}^1/_2\, (z + u) \cdot sin\, {}^1/_2\, (z - u)$

φ =	+ 11°	55′	$log\ sec$ = 0,00 946
δ =	— 5	31	$log\ sec$ = 0,00 202
u =	+ 17	26	
z =	57	42	
$z + u$ =	75	8	
${}^1/_2\,(z+u)$ =	37	34	$log\ sin$ = 9,78 510
${}^1/_2\,(z-u)$ =	20	8	$log\ sin$ = 9,53 682
			$log\ sin^2\ {}^1/_2\, t$ = 9,33 340

☾ t =	3^h	41^m	16^s	
☾ α =	23	8	24	
Fp. O. Zt. =	26	49	40	
m. ☉ α =	15	42	36	
m. O. Zt. =	11	7	4	N. M. 16. XI.

m. ☉ α 16. XI. =	15^h	40^m	31^s
Änd. f. $12^h 44^m$ = +		2	5
N. J. Taf. 12. (3. bis 1906)			
m. ☉ α =	15	42	36

☾ α 16. XI. 12^h =	23^h	7^m	1^s
Änd. f. 1^m = +	$1{,}89^s$		
Änd. f. $43{,}8^m$ = +		1	23
☾ α =	23	8	24

☾ δ 16. XI. 12^h =	— 5°	37,7′
Änd. f. 1^m = +	0,150′	
Änd. f. $43{,}8^m$ = +		6,6
☾ δ =	— 5	31,1

3. Am 16. September 1904 wurde in 13° 57′ *N*-Br. und 25° 0′ *W*-Lg. um ungefähr $6^1/_2{}^h$ N.M. beobachtet: Arcturus, westlich vom Meridian, $U = 8^h\ 13^m\ 34^s$, $\star\ h_a = 33°\ 21{,}7'$, Ah. = 8 m, J.V. = — 4′ 30″, $I - U = -0^h\ 0^m\ 7^s$, m. Gr. Zt. — I = $-0^h\ 7^m\ 1^s$. Gesucht der Stundenwinkel und die mittlere Ortszeit.

U =	8^h	13^m	34^s	
I — U =	— 0	0	7	
I =	8	13	27	
m. Gr. Zt. — I =	— 0	7	1	
m. Gr. Zt. =	8	6	26	16. IX.

$u = \varphi - \delta,$

$sin^2\ {}^1/_2\, t = sec\,\varphi \cdot sec\,\delta \cdot sin\ {}^1/_2\,(z + u) \cdot sin\ {}^1/_2\,(z - u)$

φ =	+ 13°	57′	log sec = 0,01 300
δ =	+ 19	41	log sec = 0,02 615
u =	— 5	44	
z =	56	49	
$z + u$ =	51	5	
$^1/_2\,(z + u)$ =	25	32	log sin = 9,63 451
$^1/_2\,(z - u)$ =	31	17	log sin = 9,71 539
			log $sin^2\ {}^1/_2\, t$ = 9,38 905

$\star\, t$ =	3^h	57^m	20^s	
$\star\, \alpha$ =	14	11	17	
Fp. O. Zt. =	18	8	37	
m. $\odot\alpha$ =	11	41	21	
m. O. Zt. =	6	27	16	N.M. 16. IX.

$\star\, h_a$ =	33°	21,7′
J.V. =	—	4,5
$\star\, h_g$ =	33	17,2
G.V. =	—	6,6
$\star\, h_w$ =	33	10,6
=	33	11
z =	56	49

m. $\odot\alpha$ 16. IX. =	11^h	40^m	1^s
Änd. f. $8^h\ 6^m$ =	+	1	20
m. $\odot\alpha$ =	11	41	21

$\star\, \alpha$ 16. IX. = $14^h\ 11^m\ 17^s$
$\star\, \delta$ 16. IX. = + 19° 41′

III. Fehlereinflüsse bei Bestimmung des Stundenwinkels.

§ 119. Die den nautischen Rechnungen zugrunde gelegten Angaben sind stets mehr oder minder mit Beobachtungsfehlern behaftet, oder aus anderen Ursachen ungenau, sodaß das Rechnungsergebnis nur als ein Näherungswert anzusehen ist. Es ist von Wichtigkeit, festzustellen, unter welchen Umständen und in welchem Umfange solche schädlichen Einwirkungen auf das Ergebnis zu erwarten sind, wie man sie nach Möglichkeit herabmindern kann und wann sie ihr geringstes Maß erreichen.

Für diese Untersuchungen kommen die Grundsätze der Differenzialrechnung zur Anwendung, indem man die möglichen Fehler als Differenziale auffaßt und die Abhängigkeit der Fehler der gesuchten Größen von den Fehlern der Rechnungsgrundlagen bestimmt.

Der Berechnung des Stundenwinkels liegen die Stücke: Höhe, Breite und Abweichung zugrunde. Die Wirkung fehlerhafter Angaben in diesen ist daher zu prüfen.

1. Einfluß eines Fehlers in der Höhe.

Differenziert man die Grundgleichung (§ 115 II)

$$sin\, h = sin\,\varphi \cdot sin\,\delta + cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot cos\, t$$

unter der Voraussetzung, daß φ und δ konstant seien, so folgt:

$$d \sin h = d\,(\sin \varphi \cdot \sin \delta) + d\,(\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t)$$
$$\cos h \cdot dh = \quad 0 \quad - \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t \cdot dt,$$

also: $$dh = -\frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t}{\cos h} \cdot dt^{*})$$

oder: $$dt = -\frac{\cos h}{\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t} \cdot dh$$

oder, wenn dh in Bogenminuten und dt in Zeitsekunden ausgedrückt werden: $$dt = -\frac{4 \cdot \cos h}{\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t} \cdot dh.$$

Führt man in diese Gleichungen das Azimut (Az) oder den Winkel am Gestirn (q) ein, indem man

$$\frac{\sin t}{\cos h} = -\frac{\sin Az}{\cos \delta} = \frac{\sin q}{\cos \varphi}$$

setzt, so erhält man:

$$1.\ \begin{cases} \mathbf{dh = \cos \varphi \cdot \sin Az \cdot dt \quad = - \cos \delta \cdot \sin q \cdot dt} \\ \mathbf{dt = \sec \varphi \cdot cosec\, Az \cdot dh = - \sec \delta \cdot cosec\, q \cdot dh,} \end{cases}$$

oder, wenn dh in Bogenminuten und dt in Zeitsekunden ausgedrückt sind,

$$dt = \begin{cases} 4 \cdot \sec \varphi \cdot cosec\, Az \cdot dh \\ -4 \cdot \sec \delta \cdot cosec\, q \cdot dh \end{cases}$$

oder, wenn man das Verhältnis der Höhenänderung zur Stundenwinkeländerung darstellen will:

$$1a.\ \mathbf{\frac{dh}{dt} = \cos \varphi \cdot \sin Az = - \cos \delta \cdot \sin q,}$$

wobei zu beachten ist, daß hier dh und dt in ein und demselben Maß, also z. B. beide in Bogenminuten ausgedrückt sein müssen.

Bei Benutzung der Gleichungen 1. und 1a. ist streng auf das Vorzeichen zu achten, das den Funktionen von Az und q nach dem

---

*) Um dieses Ergebnis auch dem der Differenzialrechnung Unkundigen verständlich zu machen, soll seine Ableitung auf rein trigonometrischem Wege, welche auch für andere ähnliche Herleitungen als Beispiel dienen kann, hier Platz finden.

Ist die der Höhenänderung dh entsprechende Stundenwinkeländerung dt, so gilt:

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$$
$$\sin (h + dh) = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos (t + dt)$$
$$\sin h - \sin (h + dh) = \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot [\cos t - \cos (t + dt)]$$
$$\sin h - \sin h \cdot \cos dh - \cos h \cdot \sin dh = \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot (\cos t - \cos t \cdot \cos dt + \sin t \cdot \sin dt).$$

Da dh und dt sehr klein sind, so sind:

$\cos dh$ und $\cos dt = 1$, $\sin dt = dt \cdot arc\, 1'$, $\sin dh = dh \cdot arc\, 1'$,

also: $- \cos h \cdot dh \cdot arc\, 1' = \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t \cdot dt \cdot arc\, 1'$,

oder: $$dh = -\frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin t}{\cos h} \cdot dt.$$

9*

Quadranten zukommt, in dem diese Winkel liegen. Alle drei Winkel t, Az und q müssen hier von 0° bis 360° gezählt werden.

Die Gleichung zeigt, daß der Zeitfehler (dt) am geringsten ist, wenn $\cos\varphi$ und $\sin Az$ oder, wenn $\cos\delta$ und $\sin q$ den größten Betrag haben, d. i. = 1 sind.

Der Stundenwinkelfehler (dt) ist daher am kleinsten, wenn das Azimut gleich 90° bzw. der Winkel am Gestirn = 90° ist, d. h. wenn das Gestirn im Ersten Vertikal bezw. in der größten Digression steht.

Aus Gleichung 1a. folgt ferner:

Die Höhenänderung eines Gestirns ist am stärksten im Ersten Vertikal bzw. in der größten Digression.

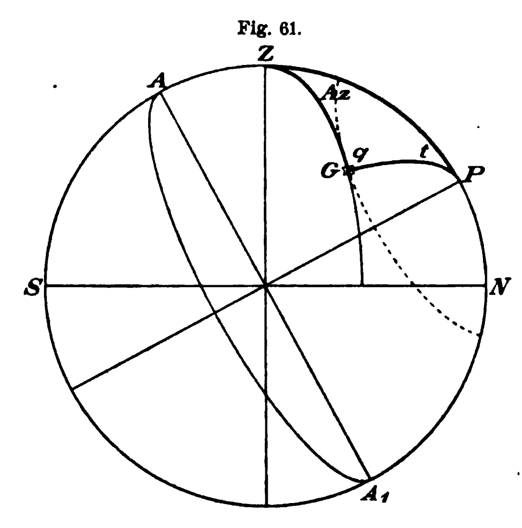
Hieraus ergibt sich:

Höhenfehler haben einen um so geringeren Einfluß auf den errechneten Stundenwinkel, je kleiner φ und δ sind, und je weniger Az und q von 90° abweichen.

Höhen, die zur Zeitbestimmung dienen sollen, sind im Ersten Vertikal oder möglichst nahe daran zu messen.

Gestirne, deren Abweichung gleichnamig der Breite und größer als sie ist, gehen zwischen Pol und Zenit durch den Meridian und kommen nicht in den Ersten Vertikalkreis. Sie sind dann zu beobachten, wenn sie sich in der größten Digression befinden, d. h. wenn ihr Azimut am größten ist. Dies ist der Fall, wenn das Gestirn an dem Punkt steht, wo sich sein Vertikalkreis und sein Abweichungsparallel berühren, also wenn der Winkel am Gestirn (q) = 90° ist. (Fig. 61.)

Fig. 61.



Die gleiche Überlegung zeigt, daß die Höhenänderung eines Gestirns am langsamsten ist, wenn Azimut und Stundenwinkel gleich 0 sind, d. h. wenn das Gestirn im Meridian steht.

Die Gleichungen zeigen ferner, daß die Vorbedingungen für Zeitbestimmungen auf niedrigen Breiten günstiger sind, als auf hohen Breiten, sowie endlich, daß Gestirne mit kleiner Abweichung solchen von großer Abweichung bei sonst gleichen Verhältnissen vorzuziehen sind.



2. Einfluß eines Fehlers in der Breite.

Wird die Höhengleichung: $\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$ unter der Voraussetzung differenziert, daß h und δ konstant sind, so ergibt sich:

$$d \sin h = d (\sin \varphi \cdot \sin \delta) + d (\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t)$$

$$0 = \cos \varphi \cdot d \varphi \cdot \sin \delta + \cos \delta \cdot d (\cos \varphi \cdot \cos t)$$

$$0 = \cos \varphi \cdot d \varphi \cdot \sin \delta$$

$$- \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sin t \cdot dt - \cos \delta \cdot \cos t \cdot \sin \varphi \cdot d \varphi,$$

$$\cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sin t \cdot dt = d \varphi \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta - \cos \delta \cdot \cos t \cdot \sin \varphi).$$

Nach den trigonometrischen Grundformeln III (§ 115) ist aber:

$$\cos h \cdot \cos Az = \cos \varphi \cdot \sin \delta - \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos t,$$

und nach dem Sinussatz (§ 115 I):

$$\cos \delta \cdot \sin t = - \cos h \cdot \sin Az. \quad \text{Daher:}$$

$$\cos h \cdot \sin Az \cdot \cos \varphi \cdot dt = - d \varphi \cdot \cos h \cdot \cos Az, \quad \text{also:}$$

$$2. \begin{cases} dt = - \operatorname{cotg} Az \cdot \sec \varphi \cdot d \varphi \\ d\varphi = - \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} Az \cdot dt \end{cases} \quad \text{und}$$

$$2\text{a.} \quad \frac{dt}{d\varphi} = - \operatorname{cotg} Az \cdot \sec \varphi.$$

Hier sind dt und $d\varphi$ in ein und demselben Maße, z. B. beide in Winkelminuten auszudrücken.

Die Gleichung zeigt, daß $dt = 0$ wird, wenn $\operatorname{cotg} Az = 0$ ist, d. h. wenn das Azimut $= 90°$ ist, welchen Betrag auch $d\varphi$ haben mag. Es ergibt sich daher für die Zeit- und Längenbestimmung, daß die Beobachtung des Gestirns im Ersten Vertikal erfolgen muß, wenn man die aus der Unsicherheit der Breite hervorgehenden Zeitfehler möglichst einschränken will, und daß die Bedingungen in niedrigen Breiten im allgemeinen günstiger sind als in hohen Breiten.

Man sieht, daß die Bedingungen, die die Unsicherheit der Breite unschädlich machen, dieselben sind, wie die, die den Einfluß der Höhenfehler auf sein kleinstes Maß zurückführen, was für die Beobachtungspraxis von großer Bedeutung ist.

Für den Ausdruck $- \operatorname{cotg} Az \cdot \sec \varphi$ ist in den Nautischen Tafeln eine Tabelle (Tafel 16c) zusammengestellt, aus der der Fehler des Stundenwinkels oder der Länge, wenn der Breitenfehler eine Winkelminute beträgt, für alle Breiten und Azimute entnommen werden kann.

Die Tabelle läßt sofort erkennen, daß die Unsicherheit der Zeit- und Längenbestimmung mit dem Abstand des Gestirns vom Ersten Vertikal und auf hohen Breiten erheblich zunimmt.

3. Einfluß eines Fehlers in der Abweichung.

Die Abweichung ist in der Regel hinreichend genau bekannt. Da diese Koordinate in den Stundenwinkelgleichungen in derselben Funktion auftritt wie die Breite, so muß ein Fehler in der Abweichung auch in gleicher Weise wirken wie ein Breitenfehler.

C. Kulminationszeit und Zeit der größten Höhe.

I. Die Kulminationszeit.

§ 120. Jedes Gestirn kommt im Laufe eines Tages je zweimal in sämtliche Meridianebenen. Wenn das Gestirn durch den oberen Meridian des Ortes geht, so steht es in der oberen Kulmination, sein Stundenwinkel ist in diesem Augenblick $= 0^h$ und seine gerade Aufsteigung ist gleich der Frühlingspunkts-Ortszeit (§ 60). Geht das Gestirn durch den unteren Meridian des Ortes, so steht es in der unteren Kulmination, sein Stundenwinkel ist dann $= 12^h$ und die Frühlingspunkts-Ortszeit ist um 12^h von der geraden Aufsteigung des Gestirns verschieden.

Da die Messung von Meridianhöhen der Gestirne, wie später erläutert wird, ein besonders wertvolles Mittel zur einfachen Bestimmung der Ortsbreite bietet, so ist die Bestimmung der Kulminationszeit der Gestirne in der ausübenden Nautik vornehmlich von Wert, um eine passende Auswahl der Beobachtungszeiten für Messung der Meridianhöhe treffen zu können; ferner braucht man die Kulminationszeit, wenn es sich um die Bestimmung der Auf- oder Untergangszeit eines Gestirns handelt.

1. Die Kulminationszeit der Fixsterne.

§ 121. Für die Gestirne ohne eigene Bewegung (Fixsterne) ist der Zeitpunkt der Kulmination unmittelbar durch die gerade Aufsteigung gegeben, denn da

$$\text{Fp. O. Zt.} = {*}\alpha + {*}t$$

ist (§ 112), so ergibt sich, wenn $t = 0$ wird, für:

a) die obere Kulmination: $\text{Fp. O. Zt.} = {*}\alpha$,

wenn $t = 12^h$ wird, für:

b) die untere Kulmination: $\text{Fp. O. Zt.} = {*}\alpha \pm 12^h$,

oder wenn man die mittlere Ortszeit haben will:

a) für die obere Kulmination: $\text{m. O. Zt.} = {*}\alpha - \text{m.}\odot\alpha$,

b) für die untere Kulmination: $\text{m. O. Zt.} = {*}\alpha \pm 12^h - \text{m.}\odot\alpha$,

oder schließlich, wenn man die mittlere Greenwicher Zeit zur Vorausberechnung der Kulmination vorzieht:

a) für die obere Kulmination: $\text{m. Gr. Zt.} = {*}\alpha - \text{m.}\odot\alpha \pm \lambda$,

b) für die untere Kulmination: $\text{m. Gr. Zt.} = {*}\alpha \pm 12^h - \text{m.}\odot\alpha \pm \lambda$,

wo + für Westlänge, — für Ostlänge gilt.

Da für den Zweck, welchem die Bestimmung der Kulminationszeit in der Regel dient — nämlich sich zur Messung von Meridianhöhen bereit zu halten — fast stets Näherungswerte genügen, kann

man die im Nautischen Jahrbuch gegebenen geraden Aufsteigungen ohne weitere Berichtigung verwenden.

Sollte für besondere Fälle eine genaue Angabe gefordert werden, so ist die gerade Aufsteigung der mittleren Sonne für die mittlere Greenwicher Zeit des zuerst angenähert bestimmten Meridiandurchgangs einzuschalten und die Rechnung mit letzterem Wert zu wiederholen. Die Zeit der unteren Kulmination findet man am einfachsten durch Zulegen bzw. Abziehen von 12^h Frühlingspunktszeit $= 11^h\,58^m\,2^s$ mittlere Zeit zu bzw. von der Zeit der oberen Kulmination.

Besondere Aufmerksamkeit ist an denjenigen Tagen erforderlich, an denen zwei obere Kulminationen des betreffenden Fixsterns stattfinden. Diese Tage, die für jeden Stern nur einmal im Jahre vorkommen, sind daran zu erkennen, daß ihr Datum in der Ephemeride der Fixsterne im Nautischen Jahrbuch in kleinerem Druck links neben den Minuten der geraden Aufsteigung steht, z. B. hat der Stern α Andromedae am 21. März 1904 zwei obere Kulminationen.

Da an Bord meist nach Beobachtungsuhren beobachtet wird, so tut man gut, auch noch die Zeit der Beobachtungsuhr vorauszuberechnen, zu der die Kulmination stattfindet. Man findet sie mit Hilfe des Standes eines Chronometers und des Unterschiedes der Uhr gegen dieses Chronometer nach der Gleichung:

$$U = \text{m. Gr. Zt.} - (\text{m. Gr. Zt.} - \text{Chr.}) - (\text{Chr.} - U).$$

Beispiel.

Zu welcher Uhrzeit kulminiert der Stern α Ursae majoris (Dubhe) am 16. September 1904 auf 9° 25′ *W*-Lg. und 59° 18′ *N*-Br. im oberen und unteren Meridian, wenn m.Gr.Zt. — I = — $0^h\,41^m\,23^s$ und I — U = + $0^h\,42^m\,24^s$ ist?

	h	m	s	
★α 16. IX. =	10	57	47	
m. ⊙α 16. IX. =	11	40	1	
ungef. m. O. Zt. d. ob. Kulm. =	23	18		15. IX. = $11^h\,18^m$ V. M. 16. IX.

Diese Kulmination fällt in den Tag, ist also nicht zu beobachten.

	h	m	
½ Sterntag =	11	58	
ungef. m. O. Zt. d. unt. Kulm. =	11	16	16. IX.
Länge in Zeit =	0	38 *W*	
ungef. m. Gr. Zt. d. unt. Kulm. =	11	54	16. IX.

Die genaue Zeit der Kulmination erhält man durch Entnahme des genauen für die ungefähre Zeit der Kulmination geltenden m. ⊙α.

	h	m	s	
★α 16. IX. =	10	57	47	
12^h =	12			
★α + 12^h =	22	57	47	
m. ⊙α =	11	41	58	
m. O. Zt. d. unt. Kulm. =	11	15	49	16. IX.
Länge in Zeit =	0	37	40 *W*	
m. Gr. Zt. d. unt. Kulm. =	11	53	29	16. IX.
m. Gr. Zt. — I =	— 0	41	23	
Chronometerzeit I =	12	34	52	
I — U =	+ 0	42	24	
Uhrzeit d. unt. Kulm. =	11	52	28	16. IX.

	h	m	s	
m. ⊙α 16. IX. =	11	40	1	
Verb. f. $11^h\,54^m$ =		+ 1	57	N. J. Taf. 12
m. ⊙α =	11	41	58	(3 bis 1906)

Auf See will man häufig wissen, welche Sterne innerhalb eines bestimmten Zeitraums, z. B. auf der Abendwache, für die Beobachtung von Meridianhöhen zur Breitenbestimmung in Frage kommen. Als Regel gilt hier:

Addiere die astronomische Anfangs- und Schlußzeit des gegebenen Zeitabschnitts zu der geraden Aufsteigung der mittleren Sonne. Man erhält dann zwei Frühlingspunktszeiten als Grenzwerte, und alle Gestirne, deren gerade Aufsteigung zwischen diesen Grenzen liegt, kulminieren während des betreffenden Zeitabschnitts in oberer Kulmination. Durch Hinzufügen von $\pm$ 12ʰ erhält man die Grenzen für die untere Kulmination.

Beispiel.

Welche hellen Fixsterne kulminieren am 22. Juli 1904 zwischen 8ʰ und 12ʰ N. M. in 35° 42′ *N*-Br. und 14° 53′ *O*-Lg.?

m. O. Zt. 22. VII. =	8ʰ 0ᵐ — 12ʰ 0ᵐ	Mittel der Ortszt. =	10ʰ 0ᵐ
m. ⊙ α =	8 1 — 8 1	Länge in Zt. =	1 0 *O*
Fp. O. Zt. =	16 1 — 20 1	Mittel der Gr. Zt. =	9 0

m. ⊙ α 22. VII. =	7ʰ 59ᵐ 14ˢ
Änd. f. 9ʰ 0ᵐ =	+ 1 29
m. ⊙ α =	8 0 43

Es gehen durch den Meridian:

Stern	α	m. O. Zt. d. Kulm.
α Scorpii (Antares)	16ʰ 23ᵐ	8ʰ 22ᵐ
λ Scorpii	17 27	9 26
ε Sagittarii	18 18	10 17
α Aquilae (Ataïr)	19 46	11 45.

Außerdem kulminiert noch α Lyrae (Wega), kommt aber wegen Zenitnähe nicht in Betracht.

In unterer Kulmination (Grenzen: 4ʰ 1ᵐ — 8ʰ 1ᵐ) sind auf der Breite des Beobachtungsortes keine Sterne zu beobachten.

2. Kulminationszeit der Sonne.

§ 122. Die obere Kulmination der Sonne findet stets um 0ʰ wahre astronomische, oder um 12ʰ Mittag wahre bürgerliche Zeit statt (wahrer Mittag), die untere Kulmination um 12ʰ N. M. wahre bürgerliche Zeit, d. i. um 12ʰ wahre astronomische Zeit (wahre Mitternacht). Die entsprechende mittlere Zeit findet man durch Anwendung der für Greenwicher Zeit, d. i. die Länge in Zeit, verbesserten Zeitgleichung mit dem im Nautischen Jahrbuch gegebenen Vorzeichen. (Diese Zeitgleichung ist der genäherte Stundenwinkel der wahren Sonne im mittleren Mittag.)

Die Uhrzeit der Kulmination findet man wie unter 1, sodaß die vollständige Gleichung zur Bestimmung der Uhrzeit der Kulmination der Sonne lautet:

a) obere Kulmination:

$$U = 0^h + \text{Ztgl.} \pm \lambda - (\text{m.Gr.Zt.} - \text{Chr.}) - (\text{Chr.} - U)$$

b) untere Kulmination:

$$U = 12^h + \text{Ztgl.} \pm \lambda - (\text{m.Gr.Zt.} - \text{Chr.}) - (\text{Chr.} - U)$$

+ bei Westlänge, — bei Ostlänge.

Beispiel.

Wann kulminiert die Sonne am 12. November 1904 in 7° 13′ *N*-Br. und 72° 11′ *O*-Lg., wenn m. Gr. Zt. — I = + 0^h 0^m 42^s und I — U = — 5^h 10^m 1^s ist?

	h	m	s	
w. O. Zt. ⊙ Kulm. =	0^h	0^m	0^s	12. XI.
Ztgl. =	— 15		48	
m. O. Zt. ⊙ Kulm. =	23	44	12	11. XI.
=	(11	44	12	V. M. 12. XI.)
Länge in Zeit =	4	48	44	*O*
m. Gr. Zt. ⊙ Kulm. =	18	55	28	
m. Gr. Zt. — I =	+ 0	0	42	
Chronometerzeit I =	18	54	46	
I — U =	— 5	10	1	
Uhrzeit ⊙ Kulm. =	0	4	47	12. XI.

	m	s
Ztgl. 12. XI. =	— 15^m	47^s
Änd. f. 1^h =	+	$0{,}3^s$
Änd. f. — $4{,}8^h$ =		— 1,4
Ztgl. =	— 15	48

3. Die Kulminationszeit des Mondes.

§ 123. Die mittlere Ortszeit des oberen Meridiandurchgangs des Mondes in Greenwich und ihre Änderung für 1° Länge findet man auf Seite II der Monats-Ephemeriden des Nautischen Jahrbuchs. Die Zählung der mittleren Zeit ist dabei die astronomische, was bei Bestimmung des Datums besonders zu beachten ist.

Die Kulminationszeit des Mondes an einem gegebenen Tage liegt für einen Ort auf Ostlänge zwischen der Greenwicher Kulminationszeit an diesem und dem vorhergehenden Tage, für einen Ort auf Westlänge zwischen der Greenwicher Kulminationszeit an dem gegebenen und dem nachfolgenden Tage.

Die Kulminationszeit findet man daher aus:

m. O. Zt. ☾ Kulm. = m. Zt. ☾ Kulm. i. Gr. + λ × Änder. f. 1° bei Westlänge,

oder:

m. O. Zt. ☾ Kulm. = m. Zt. ☾ Kulm. i. Gr. — λ × Änder. f. 1° bei Ostlänge.

Für λ ist die Länge ohne Vorzeichen einzusetzen. Wenn man Westlänge positiv, Ostlänge negativ annimmt, gilt nur die obere Formel, die dann das Vorzeichen ganz selbsttätig berücksichtigt.

Die Uhrzeit der Kulmination findet man aus ihrer mittleren Ortszeit, wie unter 1 nach der Gleichung:

U = m. O. Zt. $\pm$ λ — (m. Gr. Zt. — Chr.) — (Chr. — U) $\begin{cases} + \text{ bei Westlänge,} \\ - \text{ bei Ostlänge.} \end{cases}$

Sieht man, daß die Kulminationszeit über 12^h ist, also am Vormittag stattfindet, so hat man mit dem bürgerlichen Datum des vorhergehenden Tages in die Ephemeride einzugehen (Beispiel 2). Vorsicht ist dabei nötig, wenn die Kulminationszeit nahe an 12^h liegt, da es dann Tage nach bürgerlicher Zählung gibt, an denen der Mond überhaupt nicht kulminiert (Beispiel 3), weil er sich am Himmel schneller von West nach Ost bewegt als die Sonne (§ 37).

Man vermeidet alle Schwierigkeiten und Irrtümer, wenn man die astronomische Zählung des Datums und der Stunden (§ 58) befolgt.

Bei jedem Neumond gibt es einen Tag, an dem der Mond auch bei astronomischer Zählung des Datums keine obere Kulmination hat, wie z. B. der 12. Juli 1904. Da an solchen Tagen der Mond sowieso nicht beobachtet werden kann, so entstehen daraus keine Schwierigkeiten.



Die Zeit der unteren Kulmination erhält man dadurch, daß man das arithmetische Mittel zwischen den Zeiten der beiden einschließenden oberen Kulminationen bildet und 12^h davon abzieht oder zulegt.

Beispiele.

1. Wann kulminiert der Mond am 19. Juli 1904 auf 158° 10′ *W*-Lg. und 21° 15′ *N*-Br., wenn m.Gr.Zt. — I = + $0^h\ 38^m\ 28^s$ und I — U = + $9^h 59^m 45^s$ ist?

	h	m	
m. Zt. ☾ Kulm. i. Gr. 19. VII. =	5^h	$48{,}5^m$	
Änd. f. 158° =		22,4	
m. O. Zt. ☾ Kulm. auf 158° *W* =	6	10,9	N. M. 19. VII.
Länge in Zeit =	10	32,7	*W*
m. Gr. Zt. ☾ Kulm. auf 158° *W* =	16	43,6	19. VII.
m. Gr. Zt. — I = +	0	38,5	
Chronometerzeit I =	16	5,1	
I — U = +	9	59,8	
Uhrzeit ☾ Kulm. auf 158° *W* =	6	5,3	N. M. 19. VII.

Änd. f.	1° =	$0{,}142^m$
„	„ 100 =	14,2
„	„ 50 =	7,1
„	„ 8 =	1,1
Änd. f. 158	=	22,4

2. Wann kulminiert der Mond am Morgen des 30. Oktober 1904 auf 35° 53′ *N*-Br. und 14° 43′ *O*-Lg., wenn m. Gr. Zt. — I = — $0^h\ 21^m\ 20^s$ und I — U = — $0^h\ 56^m\ 16^s$ ist?

	h	m	
m. Zt. ☾ Kulm. i. Gr. 29. X. =	16^h	$25{,}9^m$	
Änd. f. 15° =		2,2	
m. O. Zt. ☾ Kulm. auf 15° *O* =	16	23,7	29. X.
=	4	23,7	V. M. 30. X.
Länge in Zeit =	0	58,9	*O*
m. Gr. Zt. ☾ Kulm. auf 15° *O* =	15	24,8	29. X.
m. Gr. Zt. — I = —	0	21,3	
Chronometerzeit I =	15	46,1	
I — U = —	0	56,3	
Uhrzeit ☾ Kulm. auf 15° *O* =	16	42,4	29. X.
=	4	42,4	V. M. 30. X.

Änd. f.	1° =	$0{,}149^m$
„	„ 10 =	1,5
„	„ 5 =	0,7
Änd. f. 15	=	2,2

3. Wann kulminiert der Mond am 28. Juni 1904 in Hongkong (114° 16′ *O*-Lg.)?

Da die Kulminationszeit ebenso wie in Beispiel 2 größer als 12^h ist, entnehme man die mittlere Zeit der Kulmination in Greenwich mit dem vorhergehenden Datum.

	h	m	
m. Zt. ☾ Kulm. i. Gr. 27. VI. =	12^h	$9{,}7^m$	
Änd. f. 114° =		16,3	
m. O. Zt. ☾ Kulm. in Hongkong =	11	53,4	27. VI.
=	11	53,4	N. M. 27. VI.

Änd. f.	1° =	$0{,}143^m$
„	„ 100 =	14,3
„	„ 10 =	1,4
„	„ 4 =	0,6
Änd. f. 114	=	16,3

Da diese Zeit aber noch unter 12^h liegt, so ist dies nicht die Kulmination vom 28., sondern die vom 27. Juni. Daher muß die Rechnung nochmals ausgeführt werden.

	h	m	
m. Zt. ☾ Kulm. i. Gr. 28. VI. =	12^h	$59{,}9^m$	
Änd. f. 114° =		15,9	
m. O. Zt. ☾ Kulm. in Hongkong =	12	44,0	28. VI.
=	0	44,0	V. M. 29. VI.

Änd. f.	1° =	$0{,}139^m$
„	„ 100 =	13,9
„	„ 10 =	1,4
„	„ 4 =	0,6
Änd. f. 114	=	15,9

Am 28. Juni nach bürgerlicher Zeitrechnung findet daher in Hongkong keine Kulmination des Mondes statt, da auf diejenige vom 27. VI. um 11^h 53^m N. M. unmittelbar diejenige vom 29. VI. 0^h 44^m V. M. folgt. Diese Schwierigkeit vermeidet man, wie schon gesagt, wenn man astronomisch zählt, denn dann findet man, daß am 27. d. i. in der Nacht vom 27. auf den 28. Juni die Kulmination um 11^h $53{,}4^m$ und am 28. d. i. in der Nacht vom 28. auf den 29. Juni um 12^h $44{,}0^m$ stattfindet.

4. Die Kulminationszeit der Planeten.

§ 124. Für die vier wichtigsten Planeten ist die Kulminationszeit in Greenwich für jeden Tag im Nautischen Jahrbuch angegeben. Da sie sich von einem Tage zum andern nur um wenige Minuten ändert, so genügt die im Nautischen Jahrbuch angegebene Zeit in den meisten Fällen der nautischen Praxis auch für andere Orte.

Dabei ist zu beachten, daß die im Jahrbuch angegebene Zeit astronomisches Datum und astronomische Zählung der Stunden voraussetzt.

Die Zeit der unteren Kulmination erhält man dadurch, daß man das arithmetische Mittel zwischen den Zeiten der beiden einschließenden oberen Kulminationen bildet und 12^h davon abzieht oder zulegt.

Will man genau verfahren, so ist, wie beim Monde, auf Ostlänge vom gegebenen nach dem vorhergehenden, auf Westlänge nach dem folgenden Tage nach der Formel

$$\text{Verbesserung} = \frac{\text{Länge in Zeit} \times \text{Kulminationszeitänderung}}{24}$$

einzuschalten.

Die Uhrzeit der Kulmination findet man aus ihrer mittleren Ortszeit wie unter 1 nach der Gleichung:

$$U = \text{m.O.Zt.} \pm \lambda - (\text{m.Gr.Zt.} - \text{Chr.}) - (\text{Chr.} - \text{U.}) \left\{ \begin{array}{l} + \text{ bei Westlänge,} \\ - \text{ bei Ostlänge.} \end{array} \right.$$

Beispiel.

Wann kulminiert Jupiter (♃) am 1. August 1904 auf 20° 21′ *S*-Br. und 176° 24′ *W*-Lg.?

Länge in Zeit: 176° 24′ = 11^h 45^m 36^s *W*.

Da die Kulminationszeit nach 12^h ist, geht man mit dem Datum des vorhergehenden Tages in die Ephemeride ein.

m. Zt. ♃ Kulm. i. Gr. 31. VII. = 17^h $14{,}6^m$		Änd. i. 24^h = $3{,}7^m$	
Änd. i. $11{,}8^h$ = 1,8		„ „ 1 = 0,15	
m. O. Zt. ♃ Kulm. auf 176° *W* = 17 12,8 31. VII.		Änd. i. 11,8 = 1,8	
= 5 12,8 V. M. 1. VIII.			

II. Die Zeit der größten Höhe.

§ 125. Gestirne mit unveränderlicher Abweichung, d. s. die Fixsterne, stehen in ihrer größten bzw. kleinsten Höhe beim oberen bzw. unteren Meridiandurchgang.

Diejenigen Gestirne dagegen, deren Abweichung sich im Laufe eines Tages merklich ändert, erreichen ihre größte und ihre kleinste Höhe nicht genau beim Meridiandurchgang, sondern kurze Zeit



vorher oder nachher. Dies kommt daher, daß der Betrag der Höhenänderung, der aus der Drehung der Erde folgt, in der Nähe des Meridiandurchgangs der Gestirne in der Regel sehr klein ist und daher geringer wird als der Teil der Höhenänderung, der von der Zu- oder Abnahme der Abweichung herrührt.

Bei der Sonne und den Planeten ist dieser Unterschied für die Berücksichtigung in der Praxis zu unbedeutend. Man sieht daher bei diesen Gestirnen ebenso wie bei den Fixsternen die größte bzw. kleinste erreichte Höhe als die Meridianhöhe an. Beim Monde kann der Unterschied dieser beiden Höhen in ungünstigen Fällen bis auf 2′ anwachsen; man kann ihn daher bei Bordbeobachtungen meist ebenfalls vernachlässigen. Will man dies jedoch nicht, so muß die Höhe genau zu der errechneten Kulminationszeit gemessen werden (§ 123).

Von Einfluß auf die Zeit der größten Höhe ist auch noch die Fahrt des Schiffes. Ist die dadurch bewirkte Ortsveränderung in der Nord—Südrichtung größer als 13 Sm, so kann die beobachtete größte Höhe unter Umständen auch bei Sonne, Planeten und Fixsternen nicht mehr als Meridianhöhe angesehen werden, sodaß man in diesem Falle die Höhe aller Gestirne zu der genau errechneten Kulminationszeit messen muß, wenn man die Meridianhöhe haben will.

Das letztere gilt immer für Fixsterne mit einer Abweichung über 70°.

Macht das Schiff in einer Stunde in der Nordsüdrichtung f Sm Fahrt, und ist dh der in Bogenminuten ausgedrückte Unterschied zwischen der größten Höhe und der Meridianhöhe, so ist

$$dh = \pm \frac{tg\,\varphi - tg\,\delta}{471} \cdot f^2.$$

Man kann mit Hilfe dieser Gleichung die gemessene größte Höhe auf die Meridianhöhe beschicken.

Dieselbe Gleichung gilt auch, wenn man unter f die stündliche Änderung der Abweichung eines Gestirns, ausgedrückt in Bogenminuten, versteht.

D. Bestimmung des Azimuts.

I. Azimut eines Gestirns.

§ 126. Die Kenntnis des Azimuts wird in der Navigation verlangt:

1. Zur Bestimmung der wahren Nord—Südrichtung, um daraus die magnetische Deklination (Mißweisung) an Land oder die Deviation des Kompasses an Bord zu berechnen.

2. Zur Bestimmung der Richtung der Standlinien in der Besteckrechnung.

3. Bei Vermessungen zur Orientierung eines Triangulationsnetzes. Hierbei wird die Kenntnis des Azimuts eines irdischen Gegenstandes erfordert, wovon in § 133 die Rede sein wird.

Die einfachste Bestimmung der Nord—Südlinie geschähe bei der Kulmination der Gestirne. Die scharfe Beobachtung und Festlegung dieser Nord—Südrichtung ist jedoch an Bord nicht möglich. Dagegen läßt sich das Azimut jederzeit aus dem Poldreieck genau berechnen, wenn von diesem drei Stücke bekannt sind. Diese Stücke können sein:

1. Die durch Messung bekannte wahre Höhe, die Abweichung des Gestirns und die Breite.

2. Der Stundenwinkel und die Abweichung des Gestirns sowie die Breite.

3. Die wahre Höhe, der Stundenwinkel und die Abweichung des Gestirns.

Die Deviationsbestimmung an Bord mit Hilfe eines Gestirnsazimuts besteht darin, daß man das Gestirn bzw. den Sonnenmittelpunkt mit dem Regelkompaß peilt, gleichzeitig die Uhrzeit nach einer Beobachtungsuhr vermerkt oder von einem zweiten Beobachter im gleichen Augenblick die Gestirnshöhe messen läßt und das Azimut des Gestirns für die Zeit der Beobachtung berechnet. Da die Genauigkeit der Peilung wegen der Beschaffenheit der Beobachtungsinstrumente nicht mehr als $^1/_{10}{}^\circ$ beträgt, so geht man auch bei der Berechnung des Azimuts nicht über diese Grenze hinaus. Für die Feststellung der Richtung von Standlinien genügt schon ein auf volle Grade genaues Azimut.

Deshalb wird es meist genügen, das Azimut aus Tafeln oder Diagrammen zu entnehmen (§§ 129 u. 146), statt es zu berechnen. Strenge Genauigkeit wird nur bei Vermessungen verlangt, welche besonders behandelt sind (Bd. I, Teil VIII).

1. Azimutberechnung, wenn Höhe und Abweichung des Gestirns und die Breite bekannt sind (Höhenazimut).

§ 127. Sind im Poldreieck h, φ und δ bekannt, so geht man von der Gleichung: $\sin\delta = \sin\varphi\cdot\sin h + \cos\varphi\cdot\cos h\cdot\cos Az$ (§ 115 II) aus und setzt:

$$1.\quad v = \varphi - h.$$

Dann findet man durch dieselben Umformungen, wie bei der Stundenwinkelgleichung (§ 117) die Formel für das Azimut:

$$2.\quad \sin^2\frac{Az}{2} = \sin\frac{p+v}{2}\cdot\sin\frac{p-v}{2}\cdot\sec\varphi\cdot\sec h.$$

Die Rechnung entspricht, wie das Beispiel zeigt, in der Form genau der Stundenwinkelberechnung.

Zur Entnahme der Sonnenabweichung aus dem Nautischen Jahrbuch ist die genäherte Kenntnis der m. Gr. Zt. der Beobachtung erforderlich.

Man kann auch für die Berechnung des Azimuts Gleichungen, entsprechend den im § 117 für den Stundenwinkel aufgestellten, benutzen; sie lauten:

$$\sin\frac{Az}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-\varphi)\cdot\sin(s-h)}{\cos\varphi\cdot\cos h}},\ \text{oder}$$

$$\operatorname{tang}\frac{Az}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-\varphi)\cdot\sin(s-h)}{\cos s\cdot\cos(s-p)}},\ \text{wenn}\ s = \frac{\varphi+p+h}{2}\ \text{ist, oder}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{Az}{2} = \sqrt{\frac{\sin(S-\varphi)\cdot\cos(S-z)}{\cos S\cdot\sin(S-\delta)}},\ \text{wenn}\ S = \frac{\varphi+\delta+z}{2}\ \text{ist.}$$

Schließlich kommen auch noch die im Kleindruck zu § 117 am Schluß aufgestellten Gleichungen in Betracht, wenn Azimut und Stundenwinkel gesucht werden.

Beispiel.

Am 3. September 1904 wurde in 33° 52′ *N*-Br. und 19° 36′ *W*-Lg. um $4^h\,30^m$ N. M. ungef. wahr. Ortszeit beobachtet: ungef. U = $3^h\,43^m$, $\odot h_a$ = 22° 19′ 20″, ⦶ *N* 75,5° *W* nach Kompaß. Augeshöhe betrug 8 m, J. V. = − 3′ 20″, I − U = + $2^h\,11^m\,18^s$, m. Gr. Zt. − I = − $0^h\,7^m\,1^s$, Mißweisung = 19,5° *W*.

ungef. U = 3^h 43^m	$\odot\delta$ 3. IX. = + 7° 37,4′	$\odot h_a$ = 22° 19,3′
I − U = + 2 11	Änd. f. 1^h = − 0,92′	J. V. = − 3,3
I = 5 54	„ „ 5 = − 4,6	$\odot h_g$ = 22 16,0
m. Gr. Zt. − I = − 0 7	„ „ 0,8 = − 0,7	G. V. = + 8,6 (N.T.10)
m. Gr. Zt. = 5 47	„ „ 5,8 = − 5,3	$\odot h_w$ = 22 24,6
= 5,8^h	$\odot\delta$ = + 7 32,1	
φ = + 33° 52′	*log sec* = 0,08 075	
h = 22 25	*log sec* = 0,03 412	
v = + 11 27		wahr. $\odot Az$ = *N* 96,1° *W*
p = 82 28		Mißweisung = 19,5 *W*
$p + v$ = 93 55		magnet. $\odot Az$ = *N* 76,6 *W*
$\frac{1}{2}(p + v)$ = 46 58	*log sin* = 9,86 389	Kompaßazimut = *N* 75,5 *W*
$\frac{1}{2}(p - v)$ = 35 31	*log sin* = 9,76 413	Kompaßdeviation = 1,1 *W*.

$$\log \sin^2 \frac{Az}{2} = 9{,}74\ 289$$

$$Az = -6^h\,24^m\,28^s = -6\ 24{,}5 = -96{,}1^\circ$$

2. Azimutberechnung, wenn die Beobachtungszeit (Gestirnsstundenwinkel), die Abweichung und die Breite bekannt sind (Zeitazimut).

§ 128. Zunächst ist der Gestirnsstundenwinkel t aus der Beobachtungszeit nach der Gleichung (§ 112)

$$1.\quad \begin{cases} t = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.} \mp \lambda & \text{bei der Sonne,} \\ t = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.}\odot\alpha \mp \lambda - \star\alpha & \text{bei den anderen Gestirnen} \end{cases}$$

zu berechnen, wo − bei Westlänge, + bei Ostlänge gilt.

Sind dann φ, δ und t bekannt, so folgt aus der Anwendung der Napierschen Gleichungen auf das Poldreieck:

$$2.\quad \begin{cases} tg\,\dfrac{q + Az}{2} = sec\,\dfrac{\delta + \varphi}{2} \cdot sin\,\dfrac{\delta - \varphi}{2} \cdot ctg\,\dfrac{t}{2} \\ tg\,\dfrac{q - Az}{2} = cosec\,\dfrac{\delta + \varphi}{2} \cdot cos\,\dfrac{\delta - \varphi}{2} \cdot ctg\,\dfrac{t}{2}. \end{cases}$$

Aus den nach diesen Gleichungen errechneten Werten von $\frac{q + Az}{2}$ und $\frac{q - Az}{2}$ erhält man durch algebraische Subtraktion das Azimut; also

$$3.\quad Az = \frac{q + Az}{2} - \frac{q - Az}{2}.$$

Es ist auf das Vorzeichen der Funktionen $ctg\ ^1/_2\, t$, $sin\ ^1/_2\,(\delta - \varphi)$ **und** $cosec\ ^1/_2\,(\delta + \varphi)$ **acht zu geben, die negativ werden, wenn** t, $\delta - \varphi$ **oder** $\delta + \varphi$ **negativ werden.**

Ist eine Reihe von Azimuten zu berechnen, wie z. B. bei einer vollständigen Deviationsbestimmung, so vereinfacht sich die Rechnung nach obigen Formeln dadurch, daß bei gleichbleibendem φ **und** δ **die Beträge** $sec\ ^1/_2\,(\delta + \varphi) \cdot sin\ ^1/_2\,(\delta - \varphi)$ **und** $cosec\ ^1/_2\,(\delta + \varphi) \cdot cos\ ^1/_2\,(\delta - \varphi)$ **Konstante werden.**

Eine andere Formel für die Berechnung des Azimuts liefert der Kotangentensatz (§ 115 IV).

In die Gleichung

$$4.\quad sin\, t \cdot ctg\, Az = -\, tg\, \delta \cdot cos\, \varphi + sin\, \varphi \cdot cos\, t$$

oder

$$ctg\, Az = -\frac{tg\, \delta \cdot cos\, \varphi - sin\, \varphi \cdot cos\, t}{sin\, t}$$

setze ein:

$$5.\quad tg\, N = cos\, t \cdot ctg\, \delta,$$

dann gilt:

$$ctg\, Az = -\frac{tg\, \delta \cdot cos\,(\varphi + N)}{sin\, t \cdot cos\, N}$$

oder:

$$6.\quad tg\, Az = -\, tg\, t \cdot sin\, N \cdot sec\,(\varphi + N).$$

Bei Bildung von $\varphi + N$ ist streng auf die Vorzeichen zu achten, ebenso bei Entnahme der Funktionen.

Beispiel.

Am 12. Dezember 1904 V. M. wurde auf 50° 31′ *S*-Br. und 66° 3′ *W*-Lg. zur Uhrzeit U = $5^h\, 15^m\, 33^s$ die Sonne gepeilt ⦶ *N* 103,4° *O*. Es war I — U = $+\, 4^h\, 36^m\, 35^s$, m. Gr. Zt. — I = $-\, 0^h\, 8^m\, 15^s$, die Mißweisung = 16,5° *O*.

U =	5^h	15^m	33^s
I — U =	+ 4	36	35
I =	9	52	8
m. Gr. Zt. — I =	— 0	8	15
m. Gr. Zt. =	9	43	53 = $9{,}7^h$ V. M. 12. XII.
Ztgl. =		— 6	18
w. Gr. Zt. =	9	50	11
Lg. i. Zt. =	4	24	12 *W*
w. O. Zt. =	5	25	59 V. M. 12. XII.

Ztgl. 12. XII. =	— $6^m\ 15^s$
Änd. f. 1^h =	+ $1{,}2^s$
„ „ — 2,3 =	— 2,8
Ztgl. =	— 6 18
⊙δ 12. XII. =	— 23° 4,6′
Änd. f. 1^h =	— 0,20′
„ „ — 2,3 =	+ 0,5
⊙δ =	— 23 4,1

t =	— 6^h	34^m	1^s		
$^1/_2\, t$ =	— 3	17	0	$log\ ctg$ = 9,93 533 *n*	$log\ ctg$ = 9,93 533 *n*
δ =	— 23°	4′			
φ =	— 50	31			
$\delta + \varphi$ =	— 73	35			
$^1/_2\,(\delta + \varphi)$ =	— 36	48		$log\ sec$ = 0,09 651	$log\ cosec$ = 0,22 256 *n*
$^1/_2\,(\delta - \varphi)$ =	+ 13	43		$log\ sin$ = 9,37 497	$log\ cos$ = 9,98 743

$$log\ tg\,\frac{q + Az}{2} = 9{,}40\,681\,n \qquad log\ tg\,\frac{q - Az}{2} = 0{,}14\,532$$

$$\frac{q + Az}{2} = 165^\circ\ 41' \qquad \frac{q - Az}{2} = 54\ \ 25 \qquad Az = 111\ \ 16$$

wahres ⊙ *Az* =	*N* 111,3° *O*
Mißweisung =	16,5 *O*
magnet. ⊙ *Az* =	*N* 94,8 *O*
Kompaßazimut =	*N* 103,4 *O*
Deviation =	8,6 *W*.



§ 129. Die vorstehende Berechnung liegt den Azimuttafeln von Burdwood und Davis und denjenigen von Ebsen zugrunde, deren Benutzung die Berechnung von Azimuten nach der Gleichung meist entbehrlich machen.

Die Tafeln von Burdwood und Davis liefern das Azimut für jeden Grad der Breite und für Abweichungen von 0° bis 23° mit Stundenwinkeleingängen von 4 zu 4 Minuten vom Aufgang bis zum Untergang, und zwar umfaßt die Tafel von Davis die Breitenzone von 30° *S*-Br. bis 30° *N*-Br., die Tafel von Burdwood die Breitengürtel von 30° bis 60° *N*- und *S*-Br.

Diejenigen Fälle, wo die Gestirnshöhe 60° übersteigen würde, sind wegen der Unsicherheit der Peilung bei so großen Höhen weggelassen.

Die handlichere deutsche Tafel von Ebsen*) gibt das Azimut für jeden Grad der Abweichung von 0° bis 29° in Zwischenräumen von 10 Zeitminuten und für jeden Grad der Breite von 0° bis 72° auf zehntel Grade genau für Gestirnshöhen bis 70°. Sie ist trotz ihres geringeren Umfangs bei völlig genügender Genauigkeit der Tafelwerte umfassender als die älteren englischen Tafeln.

Die vorgenannten Tafeln sind, was die Abweichung betrifft, in erster Linie auf Sonnenbeobachtungen zugeschnitten. Sie erleichtern die wichtige tägliche Kompaßkontrolle und sind schätzenswerte Hilfsmittel für die Besteckrechnung.

Eine Ergänzung für Gestirne mit größerer Abweichung bilden die Tafeln von Littlehales,**) die für Breiten von 0° bis 70° die Abweichungen von 24° bis 70° enthalten. Sie sind ähnlich eingerichtet wie die Ebsenschen Tafeln, nur etwas ausführlicher.

Beim Gebrauch dieser Tafeln hat man der Zählung des Azimuts Aufmerksamkeit zu schenken, da es nicht immer von Nord über Ost oder West, sondern vom sichtbaren Pol aus nach West oder Ost gezählt wird.

Für das obige Beispiel findet man:

in der Ebsenschen Tafel unter $\varphi = 51°$ und $\delta = 23°$ (gleichnamig)

für w. O. Zt. $5^h\,20^m$ V. M.	$Az = S$	67,8°	O
„ „ 5 30 „	$Az = S$	69,6	O, daher durch Einschaltung
für w. O. Zt. 5 26 V. M.	$Az = S$	68,9	O
	$= N$	111,1	O.

Das Azimut wird in der Tafel von Süden gerechnet, weil die Beobachtung auf Südbreite stattfand.

Die Tafel von Burdwood gibt mit Einschaltung in die Mitte $S\,68°\,53'\,O = N\,111°\,7'\,O$.

Für den Polarstern gibt Tafel 10 (1 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs eine bequeme Azimuttabelle.

Das Azimutdiagramm von Weir dient zur Azimutbestimmung auf graphischem Wege. Es gibt mit den Eingängen Breite, Abweichung und Zeit den Azimutwinkel mit hinreichender Genauigkeit für den Seegebrauch, schneller als durch Rechnung.

Noch bequemer ist das Diagramm von Chauvenet (§ 146).

Die Gleichung 4 liegt den Azimuttabellen der Nautischen Tafeln (16a, b, c) zugrunde.

Die Zählung des Azimuts erfolgt dabei von Norden oder Süden nach Osten oder Westen von 0° bis 90°. Die Gleichung 4 ist auf die Form

$$-\sec\varphi\cdot\operatorname{ctg}Az = +\operatorname{tg}\varphi\cdot\operatorname{ctg}t - \operatorname{tg}\delta\cdot\operatorname{cosec}t$$

gebracht und die drei Glieder der Gleichung sind in je einer Tabelle zusammengestellt worden.

---

*) Azimuttabellen, enthaltend die wahren Richtungen der Sonne für Zeitintervalle von 10 Minuten zwischen den Breitenparallelen von 72° Nord bis 72° Süd, berechnet von Julius Ebsen. (Hamburg, Eckardt u. Messtorff.)

**) Hydrographic office. No. 120. The azimuths of celestial bodies etc. by G. W. Littlehales. Washington 1902.

Tafel 16a liefert das Glied

$$a = + tg\,\varphi \cdot ctg\,t,$$

Tafel 16b das Glied

$$b = -\,tg\,\delta \cdot cosec\,t$$

und Tafel 16c das Glied

$$c = -\,sec\,\varphi \cdot ctg\,Az.$$

Bildet man daher

$$c = a + b,$$

so kann man aus Tafel 16c das Azimut finden, zu dem der erhaltene Wert von c gehört.

Bei der Entnahme von a und b sind die Vorzeichen genau zu beachten und die Summe $a + b$ ist algebraisch zu bilden.

Die Regeln, nach denen der Quadrant des Azimuts zu bestimmen ist, sind am Fuße der Tafel 16c angegeben.

Will man das Azimut auf zehntel Grade genau haben, so ist zwischen den Tafelwerten einzuschalten, genügen ganze Grade, wie bei der Besteckrechnung, so reicht es aus, wenn man bei Entnahme von a und b in flüchtiger Weise einschaltet. Liegt der gegebene Koordinatenwert einem Tafeleingang näher als $^1/_4$ des Tafelintervalls, so entnimmt man den diesem Eingang entsprechenden Tafelwert, liegt er jedoch der Mitte des Intervalls näher, so nimmt man das Mittel der einschließenden Tafelwerte. Auf diese Weise hat man nur das arithmetische Mittel zweier Tafelwerte zu bilden, die entweder in derselben Zeile nebeneinander oder in derselben Spalte untereinander oder endlich in benachbarten Zeilen und Spalten über Kreuz stehen. Diese kleine Rechnung läßt sich ohne Schwierigkeit im Kopfe ausführen (Beispiel 2b und 3a).

Rechnet man ganz ohne Einschalten, so sind Fehler bis zu 3° möglich (Beispiel 3).

Ähnlich eingerichtet sind die Azimuttafeln von Fulst*) und Bolte.**)

Beispiele.

1. In dem zuvor behandelten Beispiel findet man

für $\varphi = 50{,}5°$ und $t = 6^h\,34^m$ aus Tafel 16a: $a = -\,0{,}18,$

für $\delta = 23°$ gleichnamig und $t = 6^h\,34^m$ aus Tafel 16b: $b = -\,0{,}43$

$$c = a + b = -\,0{,}61.$$

In Tafel 16c sucht man in der Zeile $\varphi = 50°$ die dem Werte $a + b = 0{,}61$ zunächst gelegene Zahl auf. Dies ist 0,60. Die zugehörige Spaltenüberschrift 69° ist das Azimut. Nach der Vorzeichenregel ist das Azimut mit der Breite gleich-

*) Azimuttafel von Dr. Otto Fulst. Bremen, M. Heinsius Nachfolger.

**) Nautische Tafelsammlung von Dr. F. Bolte. Hamburg, Eckardt u. Messtorff.

namig, da $a+b$ negativ ist, d. h. es ist vom Südpunkt aus zu zählen, sodaß das Ergebnis

$$\odot Az = S\,69^\circ\,O = N\,111^\circ\,O$$

ist.

2. Das Azimut ist zu bestimmen für $\varphi = -45^\circ\,25'$, $t_ö = 1^h\,16^m\,48^s$, $\delta = +19^\circ\,10'$.

a. Die zehntel Grade werden verlangt.

Für $\varphi = 45{,}4^\circ$ findet man aus Tafel 16a

$$\left.\begin{array}{lll} \text{bei } t = 1^h\,15^m: & a = +2{,}99 \\ \;\;\text{„}\;\; t = 1\;\;20\;\;: & a = +2{,}79 \end{array}\right\} \text{die Differenz ist 0,20, daher ist der Schaltteil} = \frac{0{,}20 \times 1{,}8}{5} = 0{,}07, \text{ also}$$

$$\text{bei } t = 1\;\;16{,}8: \quad a = +2{,}92.$$

Für $\delta = 19{,}2^\circ$ ungleichnamig gibt Tafel 16b

$$\left.\begin{array}{lll} \text{bei } t = 1^h\,15^m: & b = +1{,}08 \\ \;\;\text{„}\;\; t = 1\;\;20\;\;: & b = +1{,}02 \end{array}\right\} \text{die Differenz ist 0,06, daher ist der Schaltteil} = \frac{0{,}06 \times 1{,}8}{5} = 0{,}02, \text{ also}$$

$$\text{bei } t = 1\;\;16{,}8: \quad b = +1{,}06.$$

Damit wird

$$a + b = +3{,}98.$$

Nach Tafel 16c ist für $\varphi = 45{,}4^\circ$ und $\left.\begin{array}{l} Az = 19^\circ : c = 4{,}14 \\ Az = 20\;\;: c = 3{,}92 \end{array}\right\}$ Diff. = 0,22.

Die Änderung der Größe c von 0,22 entspricht daher einer Azimutänderung von 1°. Die Änderung von $4{,}14 - 3{,}98 = 0{,}16$ ändert daher das Azimut um $\frac{0{,}16 \times 1^\circ}{0{,}22} = 0{,}7^\circ$. Das gesuchte Azimut ist daher $= 19^\circ + 0{,}7^\circ = 19{,}7^\circ$ und nach der Vorzeichenregel ungleichnamig mit der Breite, also vom Nordpunkt aus zu zählen, sodaß $\underline{Az = N\,19{,}7^\circ\,O}$ gefunden wird.

b. Es genügen ganze Grade.

Für $\varphi = 45{,}4^\circ$ und $t = 1^h\,17^m$ ist $a = +2{,}90$ (Mittel aus 2,95 und 2,85).
Für $\delta = 19{,}2^\circ$ ungleichn. und $t = 1\;\;17$ ist $b = +1{,}04$ (Mittel aus 1,07 und 1,01).

$$a + b = +3{,}94.$$

Mit $\varphi = 45{,}4^\circ\,S$ und $c = +3{,}94$ wird $\underline{Az = N\,20^\circ\,O}$.

3. Das Azimut ist zu bestimmen für $\varphi = 62{,}5^\circ\,N$, $t_w = 2^h\,12{,}5^m$ und $\delta = 22{,}5^\circ\,N$.

a. Mit flüchtigem Einschalten.

Für $\varphi = 62{,}5^\circ$ und $t = 2^h\,12{,}5^m$ ist $a = +2{,}94$ (Mittel aus 2,95 und 2,94).
Für $\delta = 22{,}5^\circ$ gleichn. und $t = 2\;\;12{,}5$ ist $b = -0{,}76$ (Mittel aus 0,75 und 0,76).

$$a + b = +2{,}18.$$

Mit $\varphi = 62{,}5^\circ\,N$ und $c = +2{,}18$: $\underline{Az = S\,45^\circ\,W}$.

b. Ganz ohne Einschalten.

Für $\varphi = 63^\circ$ und $t = 2^h\,10^m$ ist $a = +3{,}08$.
Für $\delta = 22^\circ$ gleichn. und $t = 2\;\;10$ ist $b = -0{,}75$.

$$a + b = +2{,}33.$$

Mit $\varphi = 63^\circ\,N$ und $c = +2{,}33$: $\underline{Az = S\,43^\circ\,W}$.

Der Fehler beträgt im vorliegenden Falle also 2°.

3. Azimutberechnung, wenn die Beobachtungszeit (Stundenwinkel), die Höhe und die Abweichung des Gestirns bekannt sind (Zeithöhenazimut).

§ 130. Kennt man im Poldreieck die Stücke h, t und δ, so folgt aus dem Sinussatz (§ 115) $\cos h \cdot \sin Az = -\cos \delta \cdot \sin t$:

$$\sin Az = -\cos \delta \cdot \sin t \cdot \sec h.$$

Diese einfache Gleichung ist zweckmäßig zur Bestimmung des Azimuts gelegentlich der täglichen Besteckrechnung, wo δ, h und t bekannt sind, und erfordert nur eine kleine, schnell auszuführende Nebenrechnung. Sie wird jedoch in der Nähe des Ersten Vertikals sehr ungenau und ist in einem solchen Falle nur mit Vorsicht anzuwenden.

Da derselbe Sinus sowohl zu einem spitzen Winkel wie zu seinem stumpfen Nebenwinkel gehört, so ist nicht ohne weiteres ersichtlich, ob das Gestirn nördlich oder südlich vom Ersten Vertikal steht. Kann man sich diese Kenntnis nicht durch eine Kompaßpeilung des Gestirns, was in der Regel das einfachste sein wird, oder sonstwie verschaffen, so muß eine der unter 1 und 2 behandelten Methoden angewandt werden.

Auch für obige Gleichung sind verschiedene Azimuttabellen berechnet worden, die sich durch ihre Handlichkeit auszeichnen und von denen diejenige von Weyer*) hier hervorgehoben sei. Diese Tafel, deren Gebrauch durch eine beigegebene Anweisung erläutert wird, umfaßt alle Höhen und Abweichungen bis 90° und Stundenwinkel bis 12^h und ist demnach für alle Gestirne brauchbar.

Beispiel.

Am 10. August 1904 wurde um $8^1/_2{}^h$ V.M. ungefährer Ortszeit in 55° 8′ N-Br. und 18° 32′ O-Lg. beobachtet: U = $8^h\,25^m\,17^s$, ☉ h_a = 35° 5′ 10″, Φ N 119,7° O. Es war J.V. = − 3′ 0″, Ah. = 10 m, I − U = − $0^h\,57^m\,32^s$, m. Gr. Zt. − I = + $0^h\,3^m\,41^s$, Mißweisung = 6,2° W.

		h	m	s
U	=	8^h	25^m	17^s
I − U	=	− 0	57	32
I	=	7	27	45
m. Gr. Zt. − I	=	+ 0	3	41
m. Gr. Zt.	=	7	31	26
	=	$7{,}5^h$ V.M. 10. VIII.		
Lg. i. Zt.	=	1	14	8 O
m. O. Zt.	=	8	45	34
Ztgl.	=	+	5	14
w. O. Zt.	=	8	40	20 V.M.

☉ δ 10. VIII.	=	+ 15° 37,7′
Änd. f. 1^h	=	− 0,72′
„ „ − 4	=	+ 2,9
„ „ − 0,5	=	+ 0,4
„ „ − 4,5	=	+ 3,3
☉ δ	=	+ 15 41,0

Ztgl. 10. VIII.	=	+ $5^m\,13^s$
Änd. f. 1^h	=	− $0{,}3^s$
„ „ − 4	=	+ 1,2
„ „ − 0,5	=	+ 0,2
„ „ − 4,5	=	+ 1,4
Ztgl.	=	+ 5 14,4

☉ h_a	=	35° 5,2′
J.V.	=	− 3,0
☉ h_g	=	35 2,2
G.V.	=	+ 9,0
☉ h_w	=	35 11,2

t = − $3^h\,19^m\,40^s$		$\log \sin$	=	9,88 372 n
δ = + 15° 41′		$\log \cos$	=	9,98 352
h = 35 11		$\log \sec$	=	0,08 761
		$\log \sin Az$	=	9,95 485

Da nach der Kompaßpeilung das Azimut im 2. Quadranten liegt, ist:

$$Az = 180° - 64° 20' = 115° 40'$$

wahres ☉ Az	=	N 115,7°	O
Mißweisung	=	6,2	W
magnetisches ☉ Az	=	N 121,9	O
Kompaßazimut	=	N 119,7	O
Deviation	=	2,2	O.

*) Kurze Azimuttafel für alle Deklinationen, Stundenwinkel und Höhen der Gestirne auf beliebigen Breiten von Dr. G. D. E. Weyer. Hamburg, L. Friederichsen & Co.

Die Tafel von Weyer gibt in der Spalte $\delta = 16°$ und der Zeile $t = 3^h\,20^m$ den Wert des Lotes $= 47{,}4°$. In der Spalte $h = 35°$ findet man diesen Wert in der Azimutzeile 64°. Das Azimut ist daher

$$\odot Az = S\,64°\,O.$$

4. Die verschiedenen Methoden durch ein und dasselbe Beispiel erläutert.

§ 131. Am 15. Februar 1904 wurde in 46° 52′ *N*-Br. und 47° 0′ *W*-Lg. um 3^h N. M. ungefährer Ortszeit beobachtet: U $= 6^h\,58^m\,22^s$, $\odot h_a = 17°\,39{,}0'$, ⌽ 242,5° nach Kompaß, II — U $= -0^h\,24^m\,42^s$, m. Gr. Zt. — II $= -0^h\,10^m\,3^s$, J. V. $= -1{,}5'$, Ah. $= 9{,}5$ m, Mißw. $= 30{,}0°$ *W*. Das Azimut der Sonne und die Kompaßdeviation sind zu bestimmen.

U =	6^h	58^m	22^s	
II — U =	— 0	24	42	
II =	6	33	40	
m. Gr. Zt. — II =	— 0	10	3	
m. Gr. Zt. =	6	23	37	15. II.
Ztgl. =	+	14	21	
w. Gr. Zt. =	6	9	16	
Lg. i. Zt. =	3	8	0	*W*
w. O. Zt. =	3	1	16	

$\odot\delta$ 15. II. =	— 13°	3,6′
Änd. f. 1^h =	+ 0,85′	
„ „ 6,4 =	+	5,4
$\odot\delta$ =	— 12	58,2
p =	102	58,2
Ztgl. 15. II. =	+ 14^m	22^s
Änd. f. 1^h =	— $0{,}1^s$	
„ „ 6,4 =	—	1
Ztgl. =	+ 14	21

$\odot h_a$ =	17°	39,0′
J. V. =	—	1,5
$\odot h_g$ =	17	37,5
G. V. =	+	7,5
$\ominus h_w$ =	17	45,0

1. Azimutberechnung aus h, φ und δ.

$$v = \varphi - h,\quad \sin^2 \frac{Az}{2} = \sin {}^1\!/_2 (p + v) \cdot \sin {}^1\!/_2 (p - v) \cdot \sec \varphi \cdot \sec h.$$

φ =	+ 46° 52′	$\log \sec$ =	0,16 514
h =	17 45	$\log \sec$ =	0,02 118
v =	+ 29 7		
p =	102 58		
$p + v$ =	132 5		
$^1/_2 (p + v)$ =	66 2	$\log \sin$ =	9,96 084
$^1/_2 (p - v)$ =	36 56	$\log \sin$ =	9,77 879
		$\log \sin^2 \frac{Az}{2}$ =	9,92 595

$Az = 8^h\,53^m\,24^s = 133°\,21'$

$Az = N\,133{,}4°\,W = 226{,}6°.$

2. Azimutberechnung aus t, δ und φ.

$$\begin{cases} tg\,{}^1\!/_2 (q + Az) = \sec {}^1\!/_2 (\delta + \varphi) \cdot \sin {}^1\!/_2 (\delta - \varphi) \cdot \operatorname{cotg} {}^1\!/_2\, t, \\ tg\,{}^1\!/_2 (q - Az) = \operatorname{cosec} {}^1\!/_2 (\delta + \varphi) \cdot \cos {}^1\!/_2 (\delta - \varphi) \cdot \operatorname{cotg} {}^1\!/_2\, t. \end{cases}$$

t =	$3^h\ 1^m\ 16^s$		
$^1/_2\, t$ =	1 30 38	$\log \operatorname{cotg}$ = 0,37 921	$\log \operatorname{cotg}$ = 0,37 921
δ =	— 12° 58′		
φ =	+ 46 52		
$\delta + \varphi$ =	+ 33 54		
$^1/_2 (\delta + \varphi)$ =	+ 16 57	$\log \sec$ = 0,01 929	$\log \operatorname{cosec}$ = 0,53 531
$^1/_2 (\delta - \varphi)$ =	— 29 55	$\log \sin$ = 9,69 787 n	$\log \cos$ = 9,93 789
		$\log tg\,{}^1/_2 (q + Az)$ = 0,09 637 n	$\log tg\,{}^1/_2 (q - Az)$ = 0,85 241

$^1/_2 (q + Az) = -\ 51°\,18'$

$^1/_2 (q - Az) = +\ 82\quad 0$

$Az = -\,133\quad 18$

$= N\,133{,}3°\,W = 226{,}7°.$

3. Die Gleichungen $\left\{ \begin{array}{l} tg\,N = cos\,t \cdot cotg\,\delta, \\ tg\,Az = -\,tg\,t \cdot sin\,N \cdot sec\,(\varphi + N) \end{array} \right\}$ ergeben:

$$\begin{array}{rll} t = 3^h\ 1^m\ 16^s & log\,cos = 9{,}84\,707 & log\,tg = 0{,}00\,480 \\ \delta = -\,12^\circ\ 58' & log\,cotg = 0{,}63\,779\ n & \\ N = -\,71\ \ 52 & log\,tg = 0{,}48\,486\ n & log\,sin = 9{,}97\,788\ n \\ \varphi = +\,46\ \ 52 & & \\ \varphi + N = -\,25\ \ \ 0 & & log\,sec = 0{,}04\,272 \\ & & log\,tg\,Az = 0{,}02\,540 \end{array}$$

Nach der Kompaßpeilung liegt Az im 3. Quadranten, daher $Az = 180^\circ + 46^\circ\,40'$
$= 226{,}7^\circ = N\,133{,}3^\circ\,W.$

4. Die Azimuttafel von Ebsen gibt:

Für $\varphi = +\,47^\circ$, $\delta = -\,13^\circ$, w. O. Zt. $= 3^h\ 1^m$ N. M.: $Az = N\,133{,}5^\circ\,W.$

5. Die Nautischen Tafeln 16a—c ergeben:

$$\begin{array}{r} \text{Für } \varphi = 46{,}9^\circ \text{ u. } t = 3^h\ 1^m : a = +\,1{,}06. \\ \text{Für } \delta = 13{,}0^\circ \text{ ungleichn. u. } t = 3\ \ 1\ \ : b = +\,0{,}33. \\ a + b = +\,1{,}39. \\ \text{Für } \varphi = 46{,}9^\circ\,N \text{ u. } c = +\,1{,}39 : Az = S\ 46{,}6^\circ\,W \\ = N\,133{,}4\ \ W. \end{array}$$

6. Azimutberechnung aus h, t und δ.

$$sin\,Az = -\,cos\,\delta \cdot sin\,t \cdot sec\,h.$$

$$\begin{array}{rl} t = 3^h\ 1^m\ 16^s & log\,sin = 9{,}85\,187 \\ \delta = -\,12^\circ\ 58' & log\,cos = 9{,}98\,878 \\ h = \ \ 17\ \ 45 & log\,sec = 0{,}02\,118 \\ & log\,sin\,Az = 9{,}86\,183\ n \end{array}$$

Nach der Kompaßpeilung liegt Az im 3. Quadranten, daher

$$Az = 180^\circ + 46^\circ\,41' = 226^\circ\,41'$$
$$= 226{,}7^\circ = N\,133{,}3^\circ\,W.$$

7. Die Azimuttafel von Weyer gibt:

$\left.\begin{array}{r} \delta = -\,13^\circ \\ t = 3^h\ 1^m \end{array}\right\}$ Lot $= 43{,}8$, $\left.\begin{array}{r} h = 18^\circ \\ \text{Lot} = 43{,}8 \end{array}\right\}$ $Az = S\,47^\circ\,W = N\,133^\circ\,W.$

8. Zur Deviationsbestimmung:

Kompaß-Azimut =	242,5°
Wahres ⊙ Azimut =	226,7
Mißw. + Dev. =	15,8 *W*
Mißw. =	30,0 *W*
Kompaß-Deviation =	14,2 *O.*

5. Fehlereinflüsse.

§ 132. Den Einfluß, den kleine Fehler der gegebenen Stücke auf das berechnete wahre Azimut ausüben, findet man durch Differenzierung der Grundgleichungen, wobei die drei zur Azimutbestimmung verwendeten Methoden getrennt zu behandeln sind.

a) Höhenazimut. Die Differenzierung der Grundgleichung

$$sin\,\delta = sin\,\varphi \cdot sin\,h + cos\,\varphi \cdot cos\,h \cdot cos\,Az$$

liefert für die Fehler $d\,h$, $d\,\varphi$ und $d\,\delta$ in den drei gegebenen Stücken:

$$\boldsymbol{d\,Az = -\,ctg\,q \cdot sec\,h \cdot d\,h,}$$
$$\boldsymbol{d\,Az = ctg\,t \cdot sec\,\varphi \cdot d\,\varphi = -\,cos\,t \cdot cosec\,q \cdot sec\,h \cdot d\,\varphi,}$$
$$\boldsymbol{d\,Az = cosec\,q \cdot sec\,h \cdot d\,\delta.}$$

b) Zeitazimut. Durch Differenzieren der Gleichung:

$$ctg\, Az = \frac{sin\, \varphi \cdot cos\, t - cos\, \varphi \cdot tg\, \delta}{sin\, t}$$

erhält man für die Fehler $d\, t$, $d\, \varphi$ und $d\, \delta$ in den drei gegebenen Stücken:

$$d\, Az = cos\, \delta \cdot cos\, q \cdot sec\, h \cdot d\, t,$$
$$d\, Az = sin\, Az \cdot tg\, h \cdot d\, \varphi,$$
$$d\, Az = sin\, q \cdot sec\, h \cdot d\, \delta.$$

c) Zeithöhenazimut. Die Gleichung:

$$sin\, Az = - cos\, \delta \cdot sin\, t \cdot sec\, h$$

wird differenziert und gibt für die Fehler der gegebenen Stücke $d\, t$, $d\, h$ und $d\, \delta$:

$$d\, Az = - cos\, t \cdot cos\, \delta \cdot sec\, Az \cdot sec\, h \cdot d\, t,$$
$$d\, Az = tg\, Az \cdot tg\, h \cdot d\, h,$$
$$d\, Az = - tg\, Az \cdot tg\, \delta \cdot d\, \delta.$$

Als allgemeine Regel geht aus diesen Formeln hervor:

> Zur Azimutbestimmung sind Sterne von möglichst kleiner Höhe zu verwenden,

da in allen Formeln bis auf die letzte die Faktoren $tg\, h$ und $sec\, h$ vorkommen, die mit wachsender Höhe zunehmen, um im Zenit unendlich groß zu werden.

Das Höhenazimut wird unmöglich, wenn das Gestirn im Meridian steht wegen der Faktoren $ctg\, q$, $cosec\, q$ und $ctg\, t$, die im Meridian unendlich groß sind.

Das Zeitazimut ist am günstigsten in der größten Digression ($q = 90°$) und am wenigsten günstig im Meridian ($q = 0°$); deshalb sind

> Sterne in der größten Digression oder im Ersten Vertikal zu bevorzugen.

Das Zeithöhenazimut wird im Ersten Vertikal unmöglich, da die Fehler infolge der Faktoren $tg\, Az$ und $sec\, Az$ in diesem Falle unendlich vergrößert werden. Für die Kompaßkontrolle ist diese Berechnungsart in der Nähe des Ersten Vertikals daher zu vermeiden.

II. Azimut eines irdischen Gegenstandes (Terrestrisches Azimut).

§ 133. Unter dem terrestrischen Azimut eines Gegenstandes, z. B. Berges, Turmes u. dgl., versteht man ebenso wie bei den Gestirnen den Winkel am Zenit zwischen dem Meridian und dem durch den Gegenstand gelegten Vertikalkreise, d. h., das Azimut ergibt die wahre astronomische Richtung des Gegenstandes vom Beobachter aus.

Die Bestimmung des terrestrischen Azimuts ist eine bei Vermessungen häufige Aufgabe, die in Bd. I, §§ 239 u. 254 näher



erläutert ist. In der Navigation dient sie gelegentlich zur Kompaßkontrolle. In vielen Fällen genügt es, hierzu den Beobachtungsort durch Doppelwinkelmessung festzulegen und das Azimut oder die Peilungslinie des Gegenstandes aus der Karte zu entnehmen.

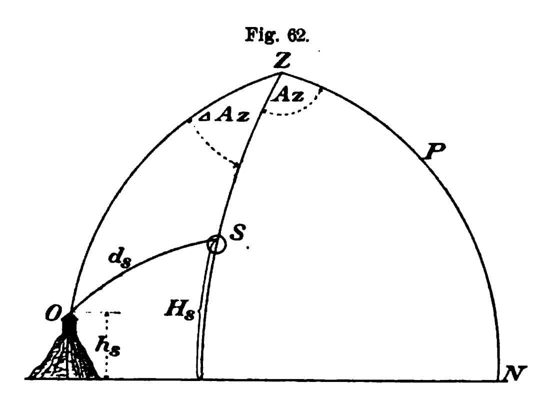
Ist dieser Weg nicht gangbar, so bestimmt man das Azimut eines Himmelskörpers — am besten der Sonne — nach einer der unter I. behandelten Methoden und mißt den Azimutunterschied zwischen dem irdischen Gegenstand und dem Himmelskörper.

Diese Messung erfolgt am einfachsten mittels des Peilapparats des Regelkompasses, wobei eine Genauigkeit von 0,1° anzustreben ist. Heißt dieser Unterschied $\triangle Az$, so ist das gesuchte Azimut:

$$\text{terr. Geg. } Az = \odot Az + \triangle Az.$$

Die Azimute sind dabei von Norden aus nach Osten von 0° bis 360° zu zählen, und auch das Vorzeichen von $\triangle Az$ ist in dieser Richtung positiv, in der entgegengesetzten negativ zu nehmen (Fig. 62).

Fig. 62.



Ist die Messung mittels des Peilapparats nicht angängig oder nicht genau genug, so kann man auch den Winkel (d) zwischen dem Gestirn (S) und dem irdischen Gegenstand (O) mittels des Sextanten messen und daraus den Azimutunterschied ($\triangle Az$) berechnen. Man wählt dann zu der Bestimmung ein möglichst tiefstehendes Gestirn aus.

Gleichzeitig mit dem Winkel d wird die Höhe des Gestirns und danach auch die Höhe des irdischen Gegenstandes gemessen.

Der Abstandswinkel (d) wird, wenn Sonne oder Mond beobachtet sind, durch Anwendung des Halbmessers auf den scheinbaren Mittelpunktsabstand (d_s) gebracht. Wird Genauigkeit verlangt, so ist der nach Tafel 1a und 1b des Nautischen Jahrbuchs (9a und 9b bis 1906) verkleinerte Halbmesser zu benutzen.

Die gemessenen Höhen des Gegenstandes und des Gestirns sind durch Abzug der Kimmtiefe, N. J. Tafel 15a (6 bis 1906), und nötigenfalls der Zusatzverbesserung aus N. T. 9, wenn eine Strandkimm benutzt worden ist, zu scheinbaren Höhen zu beschicken (§ 100). Ist die Sonne oder der Mond beobachtet, so hat man noch durch Anwendung des scheinbaren Halbmessers (§ 103) die scheinbare Mittelpunktshöhe zu bestimmen. Dabei ist im Falle größerer Genauigkeit der nach Tafel 1a und 1b des N. J. (9a und 9b oder 8 bis 1906) verkleinerte Halbmesser anzuwenden (man findet die Verkleinerung in der ersten Spalte der Tafel 1a „Winkel der Distanzlinie mit dem Vertikalkreise = 0°").

Bedeutet nun:

h_s die scheinbare Höhe des Gegenstandes,
H_s die scheinbare Mittelpunktshöhe des Gestirns,
d_s den scheinbaren Mittelpunktsabstand,

und setzt man:

1. $S = \frac{h_s + H_s + d_s}{2}$,

so findet man den gesuchten Azimutunterschied ($\triangle Az$) aus (Fig. 62):

2. $\sin^2 \frac{\triangle Az}{2} = \sin (S - h_s) \cdot \sin (S - H_s) \cdot \sec h_s \cdot \sec H_s$

und das Azimut schließlich aus:

3. **terr. Geg.-Az = Gestirns-Az + $\triangle Az$.**

Warnung. Das Gestirnsazimut darf nicht aus der scheinbaren Höhe (H_S) berechnet werden, sondern, wie unter I, 1. (Höhenazimut) gezeigt worden ist, aus der wahren Höhe im Erdmittelpunkt (h_w), oder nach einer der anderen unter I. behandelten Methoden.

Die Rechnung wird wesentlich einfacher, wenn eine der scheinbaren Höhen gleich 0 wird. Ist die scheinbare Höhe des Gegenstandes = 0, so ist:

$$\cos \triangle Az = \frac{\cos d_s}{\cos H_s}.$$

Ist diejenige des Gestirns = 0, so wird:

$$\cos \triangle Az = \frac{\cos d_s}{\cos h_s}.$$

III. Azimut der Gestirne beim Auf- und Untergang.

§ 134. Die Bestimmung des Azimuts gestaltet sich besonders einfach, wenn das Gestirn im wahren Horizont steht oder seinen wahren Auf- und Untergang hat, weil alsdann seine Höhe = 0° ist.

Dieser Zeitpunkt wird daher mit Vorliebe zur Kompaßkontrolle benutzt, zu deren Erleichterung auch besondere Hilfstafeln aufgestellt sind.

Wenn in der Grundformel:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \sin h + \cos \varphi \cdot \cos h \cdot \cos Az \quad (\S\ 115)$$

$h = 0$ gesetzt wird, so erhält man:

$$\sin \delta = \cos \varphi \cdot \cos Az$$

oder:

$$1.\ \cos Az = \sin \delta \cdot \sec \varphi.$$

Nach dieser Gleichung ist Tafel 19 der N. T. berechnet, die mit den Eingängen Breite und Abweichung unmittelbar das Azimut ergibt. Es ist von Norden und Süden aus nach beiden Seiten von 0° bis 90° gezählt, und zwar wird es unabhängig von der Breite bei nördlicher Abweichung vom Nordpunkt aus, bei südlicher Abweichung vom Südpunkt aus gerechnet.

Für die Beobachtung des Azimuts beim wahren Auf- und Untergang kommt eigentlich nur die Sonne in Betracht, da der Mond wegen der großen Horizontalparallaxe in diesem Augenblick überhaupt nicht sichtbar ist, weil er unter der Kimm steht, und Sterne in der Nähe der Kimm selten hell genug für eine brauchbare Beobachtung sind. Die Sonne muß gepeilt werden, wenn ihr Unterrand etwa um einen Sonnendurchmesser (genauer $^4/_5$ Durchmesser) über der Kimm steht. Der Sonnenmittelpunkt steht dann im wahren Horizont, weil die Sonne durch Strahlen-

brechung und Kimmtiefe um etwa $2^1/_2$ Sonnenhalbmesser gehoben erscheint. (Strahlenbr. 29,4′, Kimmtiefe [f. 10 m Augeshöhe] 5,6′.) Auf hohen Breiten, wo während des Auf- und Untergangs noch eine merkliche Änderung der Peilungsrichtung eintritt, ist es zweckmäßig, von dieser Art der Azimutbestimmung keinen Gebrauch zu machen, sondern entweder die Höhe zu messen oder die Beobachtungszeit zu bestimmen und das Azimut nach I, 1. oder I, 2. zu ermitteln.

Bequemer und sicherer ist es jedoch, die Sonne in dem Augenblick zu peilen, wo ihr **Unterrand die Kimm berührt**. Da sie dann aber noch unter dem wahren Horizonte steht, so ist an das nach Formel 1 berechnete oder aus N. T. 19 entnommene Azimut noch die in folgender Tabelle enthaltene Verbesserung nach der untenstehenden Regel anzubringen.

Ab-weichung	Breite							
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	65°
0°	0,0°	0,1°	0,2°	0,2°	0,4°	0,5°	0,8°	0,9°
10	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
20	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	1,0	1,6
24	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,7	1,3	3,4

Sind Breite und Abweichung **gleichnamig**, so ist die Verbesserung von dem nach Formel 1 berechneten oder aus N. T. 19 entnommenen und von Nord oder Süd beiderseitig von 0° bis 90° gezählten Azimut abzuziehen.

Sind Breite und Abweichung **ungleichnamig**, so ist die Verbesserung zu diesem Azimut hinzuzulegen.

Beispiele.

1. Am 14. August 1904 ist auf 54° 34′ *N* die Sonne beim Untergang zur Deviationsbestimmung gepeilt worden, als ihr Unterrand in der Kimm stand: Φ *N* 42,6° *W*, Mißw. = 15,4° *W*.

$\varphi = +54{,}6°$, $\odot\delta$ 14. VIII. $= +14{,}4°$.
Für $\varphi = 54°$ u. $\delta = 14°$: $Az = N\ 65{,}7°\ W$
Änd. f. 1° in $\varphi = -0{,}6°$
" " " 0,6 $= -0{,}36$
Änd. f. 1° in $\delta = -1{,}8°$
" " " 0,4 $= -0{,}72$
$\odot$ *Az* i. Horiz. $= N\ 64{,}6\ W$.

Verb. n. Tab. $= -\ 0{,}7°$
w. $\odot$ *Az* $= N\ 63{,}9\ W$
Mißw. $= 15{,}4\ W$
Mißweis. *Az* $= N\ 48{,}5\ W$
Kompaß-*Az* $= N\ 42{,}6\ W$
Deviation $= 5{,}9\ W$.

2. Am 17. Februar 1905 ist auf 35° 40′ *N* die Sonne beim Aufgang zur Deviationsbestimmung gepeilt worden, als ihr Unterrand in der Kimm stand: Φ *S* 60,9° *O*, Mißw. = 5,3° *W*.

$$\cos Az = \sin\delta \cdot \sec\varphi.$$

$\varphi = +35°\ 40'$ $\log\sec = 0{,}09\ 022$
$\delta = -12\quad 6$ $\log\sin = 9{,}32\ 143$
$\log\cos = 9{,}41\ 165$
$\odot$ *Az* i. Horiz. $= S\ 75{,}0°\ O$
Verb. n. Tab. $= +\ 0{,}3$
w. $\odot$ *Az* $= S\ 75{,}3\ O$

w. $\odot$ *Az* $= S\ 75{,}3°\ O$
Kompaß-*Az* $= S\ 60{,}9\ O$
Mißw. + Deviation $= 14{,}4\ W$
Mißw. $= 5{,}3\ W$
Deviation $= 9{,}1\ W$.

E. Die Höhe eines Gestirns.

I. Die Berechnung der Höhe aus Abweichung, Breite und Stundenwinkel.

a. Allgemeiner Fall.

§ 135. Die Höhe eines Gestirns läßt sich berechnen, wenn sein Stundenwinkel, seine Abweichung und die Ortsbreite bekannt sind. Diese Berechnung wird nötig bei der Besteckrechnung mit Standlinien nach der Höhenmethode (von Marcq St. Hilaire) und bei der Längenberechnung nach Monddistanzen, wenn unsichtiger Horizont oder andere Gründe die Messung der der Distanz entsprechenden Mond- und Gestirnshöhe verhinderten.

In der Gleichung $\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$

setze man $$\cos t = 1 - 2 \sin^2 {}^1/_2\, t,$$

dann ergibt sich die Gleichung:

$$\sin h = \cos (\varphi - \delta) - 2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 {}^1/_2\, t.$$

Führt man den Hilfswinkel x ein, indem man setzt:

$$\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 {}^1/_2\, t = \sin^2 {}^1/_2\, x \cdot \cos (\varphi - \delta),$$

so erhält man:

$$\sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot (1 - 2 \sin^2 {}^1/_2\, x).$$

Da nun $1 - 2 \sin^2 {}^1/_2\, x = \cos x$ ist, so hat man folgende zwei Gleichungen, zur Berechnung von x:

$$1.\quad \sin^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{t}{2} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi - \delta)$$

und zur Berechnung von h:

$$2.\quad \sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

Die Differenz $(\varphi - \delta)$ ist algebraisch zu bilden unter strenger Berücksichtigung der entweder nach § 113 oder nach § 114 festgesetzten Vorzeichen.

Unter der außerordentlich großen Zahl von Formeln, die zur bequemen Lösung der vorliegenden Aufgabe abgeleitet worden sind, zeichnet sich das Gleichungssystem 1 und 2 durch Einfachheit der Rechnung, allgemeine Anwendbarkeit und die bis zu großen Höhen sich gleichbleibende Genauigkeit aus. Über 85° Höhe wachsen die Fehler indessen sehr rasch und werden im Zenit unendlich groß.

In diesem Falle bedient man sich daher zweckmäßig anderer Formeln, von denen die folgende eine der handlichsten ist.

Aus der Grundgleichung haben wir oben gefunden:

$$\sin h = \cos z = \cos (\varphi - \delta) - 2 \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 {}^1/_2\, t.$$

Dies läßt sich umformen in:

$$1 - 2\,sin^2\ {}^1\!/_2\,z = 1 - 2\,sin^2\ {}^1\!/_2\,(\varphi - \delta) - 2\,cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot sin^2\ {}^1\!/_2\,t,$$

$$sin^2\ {}^1\!/_2\,z = sin^2\ {}^1\!/_2\,(\varphi - \delta) + cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot sin^2\ {}^1\!/_2\,t.$$

Setze $cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot sin^2\ {}^1\!/_2\,t = tg^2\,x \cdot sin^2\ {}^1\!/_2\,(\varphi - \delta)$, dann wird

$$sin^2\ {}^1\!/_2\,z = sin^2\ {}^1\!/_2\,(\varphi - \delta) \cdot (1 + tg^2\,x)$$

und, da $1 + tg^2\,x = sec^2\,x$ ist, so hat man zur Berechnung von x und z das Formelsystem:

$$3.\qquad tg\,x = \sqrt{\frac{sin^2 \frac{t}{2} \cdot cos\,\varphi \cdot cos\,\delta}{sin^2 \frac{(\varphi - \delta)}{2}}},$$

$$4.\quad sin^2 \frac{z}{2} = sin^2 \frac{(\varphi - \delta)}{2} \cdot sec^2\,x.$$

Handelt es sich darum, die genäherte Höhe zur Einstellung eines Winkelmeßinstruments vorauszuberechnen (§ 97), so genügen dreistellige Logarithmen, oder man bedient sich der in § 146 beschriebenen Tafeln oder Diagramme.

Beispiele.

1. Am 4. März 1904 ist in 44° 6′ *N*-Br. und 23° 35′ *W*-Lg. die wahre Mondshöhe für die Beobachtungszeit U, die ungefähr 11^h N.M. entspricht, zu berechnen. Es war U = $8^h\,33^m\,40^s$, II — U = + $4^h\,46^m\,30^s$, m. Gr. Zt. — II = — $0^h\,10^m\,6^s$.

U =	8^h	33^m	40^s	
II — U = +	4	46	30	
II =	1	20	10	
m. Gr. Zt. — II = —	0	10	6	
m. Gr. Zt. =	1	10	4	5. III.
=	13	10	4	4. III.
Lg. i. Zt. =	1	34	20	*W*
m. O. Zt. =	11	35	44	
m. ⊙ α =	22	49	26	
Fp. O. Zt. =	34	25	10	
☾ α =	13	34	28	
☾ t_w =	20	50	42	

m. ⊙ α 4. III. =	22^h	47^m	16^s
Änd. f. $13^h\ 10^m$ = +		2	10
m. ⊙ α =	22	49	26
☾ α 4. III. 13^h =	13^h	34^m	5^s
Änd. f. 1^m = +			$2,30^s$
" " + 10,1 = +			23
☾ α =	13	34	28
☾ δ 4. III. 13^h = —		7°	14,6′
Änd. f. 1^m = —			0,171′
" " + 10,1 = —			1,7
☾ δ = —		7	16,3

$$sin^2\ {}^1\!/_2\,x = sin^2\ {}^1\!/_2\,t \cdot cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot sec\,(\varphi - \delta),\quad sin\,h = cos\,(\varphi - \delta) \cdot cos\,x.$$

☾ $t_ö$ =	$3^h\ 9^m\ 18^s$
φ =	+ 44° 6′
δ =	— 7 16
$\varphi - \delta$ =	+ 51 22

$log\ sin^2\ {}^1\!/_2\,t$ =	9,20 690
$log\ cos$ =	9,85 620
$log\ cos$ =	9,99 650
$log\ sec$ =	0,20 458
$log\ sin^2\ {}^1\!/_2\,x$ =	9,26 418

$log\ cos$ =	9,79 542
$log\ cos$ =	9,80 105
$log\ sin\ h$ =	9,59 647
☾ h_w =	23° 16′.

2. Am 24. September 1904 soll auf 5° 16′ *S*-Br. und 27° 59′ *W*-Lg. für die Beobachtungszeit U, die ungefähr gleich 5^h V. M. ist, die wahre Höhe des Sterns α Argus (Canopus) berechnet werden. Es war U = $6^h 51^m 39^s$, I — U = + $0^h 0^m 10^s$, m. Gr. Zt. — I = — $0^h 7^m 18^s$.

	h	m	s	
U =	6	51	39	
I — U = +	0	0	10	
I =	6	51	49	
m. Gr. Zt. — I = —	0	7	18	
m. Gr. Zt. =	6	44	31	24. IX.
=	18	44	31	= 18,7h 23. IX.
Lg. i. Zt. =	1	51	56	*W*
m. O. Zt. =	16	52	35	23. IX.
m. ⊙α =	12	10	41	
Fp. O. Zt. =	29	3	16	
✱α =	6	21	50	
✱t_w =	22	41	26	

m. ⊙α 24. IX. = $12^h 11^m 33^s$
Änd. f. 1^h = + $9{,}86^s$
Änd. f. — 5,3 = — 52,3
m ⊙α = 12 10 41

✱α 24. IX. = $6^h 21^m 50^s$
✱δ 24. IX. = — 52° 38,4′

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} x = \sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta) \qquad \sin h = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos x$$

✱$t_ö$ = $1^h 18^m 34^s$
φ = — 5° 16′
δ = — 52 38
$\varphi - \delta$ = + 47 22

$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} t = 8{,}46416$
$\log \cos = 9{,}99816$
$\log \cos = 9{,}78313$
$\log \sec = 0{,}16922$
$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} x = 8{,}41467$

$\log \cos = 9{,}83078$
$\log \cos = 9{,}97683$
$\log \sin h = 9{,}80761$
✱h_w = 39° 57′.

3. Am 19. September 1904 V. M. ist in 7° 0′ *N*-Br. und 25° 15′ *W*-Lg. für die Beobachtungszeit U die wahre Höhe der Sonne zu berechnen. U = $12^h 42^m 45^s$, I — U = — $0^h 0^m 4^s$, m. Gr. Zt. — I = — $0^h 7^m 0^s$.

	h	m	s	
U =	12	42	45	
I — U = —	0	0	4	
I =	12	42	41	
m. Gr. Zt. — I = —	0	7	0	
m. Gr. Zt. =	12	35	41	
=	0	35	41	= 0,6h 19. IX.
Lg. i. Zt. =	1	41	0	*W*
m. O. Zt. =	22	54	41	18. IX.
Ztgl. = —		6	10	
w. O. Zt. =	23	0	51	

⊙δ 19. IX. = + 1° 33,1′
Änd. f. 1^h = — 0,97′
Änd. f. + 0,6 = — 0,6
⊙δ = + 1 32,5

Ztgl. 19. IX. = — 6^m 9^s
Änd. f. 1^h = — $0{,}9^s$
Änd. f. + 0,6 = — 0,5
Ztgl. = — 6 10

$$tg\, x = \sqrt{\frac{\sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin^2 \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)}}, \quad \sin^2 \tfrac{1}{2} z = \sin^2 \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) \cdot \sec^2 x$$

⊙$t_ö$ = $0^h 59^m 9^s$
φ = + 7° 0′
δ = + 1 32
$\varphi - \delta$ = + 5 28
$\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)$ = + 2 44

$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} t = 8{,}21883$
$\log \cos = 9{,}99675$
$\log \cos = 9{,}99984$
$\log \frac{1}{\sin^2 \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta)} = 3{,}24500$ $\quad \log \sin^2 \tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) = 6{,}75500$
$\log tg^2 x = 1{,}46042$
$\log tg\, x = 0{,}73021$

$\log \sec x = 0{,}73733$

$\log \sec^2 x = 1{,}47466$
$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} z = 8{,}22966$
$z = 14° 58′$
⊙h_w = 75 2.

b. Die Meridianhöhe.

§ 136. Am einfachsten ist die Ermittlung der Gestirnshöhe, wenn das Gestirn im Meridian steht, weil dann der Stundenwinkel $= 0^h$ bzw. 12^h ist.

Aus der Grundgleichung (§ 115)

$$\cos z = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t$$

folgt für die obere Kulmination, also $t = 0^h$, wenn Z den Meridianzenitabstand bedeutet:

$$\cos Z = \cos (\varphi - \delta).$$

Danach ist also

$Z = \varphi - \delta$, wenn der Stern südlich vom Zenit kulminiert,
und $Z = \delta - \varphi$, „ „ „ nördlich „ „ „ .

Für die untere Kulmination, oder $t = 12^h$, ist

$$\cos Z = - \cos (\varphi + \delta).$$

Daraus folgt:

$Z = - [180° - (\varphi + \delta)]$
$Z = \varphi - (180° - \delta)$, wenn der Stern südlich vom Zenit kulminiert,

und

$Z = 180° - (\varphi + \delta)$
$Z = (180° - \delta) - \varphi$, wenn der Stern nördlich vom Zenit kulminiert.

Die Meridianhöhe (H) findet man dann aus:

$$H = 90° - Z.$$

φ und δ sind positiv zu nehmen, wenn sie nördlich, negativ, wenn sie südlich sind.

Die Einfachheit der Gleichungen zeigt, daß Meridianhöhen ein sehr bequemes Mittel zur Breitenbestimmung sind, worüber in §§ 164 bis 168 das Nähere zu finden ist.

c. Fehlereinflüsse.

§ 137. Nach § 119 Gleichung 1a ist:

$$\frac{dh}{dt} = - \cos \delta \cdot \sin q \text{ oder } \frac{dh}{dt} = \cos \varphi \cdot \sin Az,$$

d. h. der einem Stundenwinkelfehler entsprechende Höhenfehler ist um so geringer, je mehr sich das Azimut 0° oder 180° nähert, d. h. je näher das Gestirn dem Meridian steht.

Aus der Differenzierung der Gleichung

$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$ nach h und φ folgt:

$$\cos h \cdot dh = \cos \varphi \cdot d\varphi \cdot \sin \delta - \sin \varphi \cdot d\varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$$
$$= d\varphi \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \delta - \sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t) \text{ oder nach § 115 III}$$
$$\cos h \cdot dh = d\varphi \cdot \cos h \cdot \cos Az,$$

also: $\dfrac{dh}{d\varphi} = \cos Az.$

D. h. ein Breitenfehler verursacht einen um so geringeren Höhenfehler, je näher das Gestirn dem Ersten Vertikal steht. Wenn das Gestirn im Meridian steht, überträgt sich ein Fehler in der Breite in gleichem Betrage auf die Höhe und umgekehrt.

Gleichung $\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$
nach h und δ differenziert gibt:

$$\cos h \cdot dh = d\delta \cdot (\cos \delta \cdot \sin \varphi - \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t)$$

oder nach § 115 III

$$= d\delta \cdot \cos q \cdot \cos h,$$

$$\text{also: } \frac{dh}{d\delta} = \cos q.$$

D. h. ein Fehler in der Abweichung ruft einen um so geringeren Fehler in der Höhe hervor, je näher der Winkel am Gestirn an 90° liegt, d. h. je näher das Gestirn dem Ersten Vertikal oder der größten Digression steht (§ 119,1).

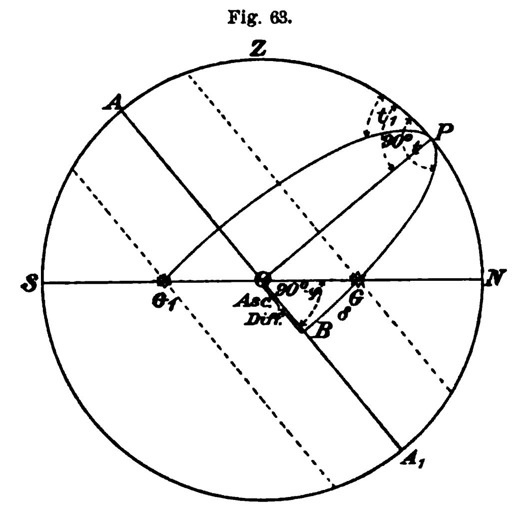
Wenn das Gestirn im Meridian steht, überträgt sich ein Fehler in der Abweichung in gleichem Betrage auf die Höhe und umgekehrt.

II. Auf- und Untergang der Gestirne.

a. Wahrer Auf- und Untergang.

§ 138. Ein Gestirn geht auf oder unter, wenn sein Mittelpunkt im wahren Horizont steht, also wenn seine wahre Höhe = 0° ist. (G und G_1 Fig. 63.)

Fig. 63.



Die Gleichung

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t$$

geht dann über in:

$$0 = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t;$$

hieraus folgt:

1. $\cos t = - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta.$

Der so gefundene Stundenwinkel des wahren Auf- und Untergangs (t und t_1 Fig. 63) heißt der halbe Tagbogen des Gestirns, sein Supplement $= 180° - t$ (NPG und NPG_1 Fig. 63) heißt der halbe Nachtbogen.

Der halbe Tagbogen ist, wie sich aus Fig. 63 ersehen läßt, bei gleichnamiger Breite und Abweichung größer als 6^h (t Fig. 63), bei ungleichnamiger Breite und Abweichung kleiner als 6^h (t_1 Fig. 63). Beim halben Nachtbogen ist es umgekehrt. Dasselbe Ergebnis liefert auch Gleichung 1, da $\cos(180° - t) = -\cos t$ ist.

Vernachlässigt man die Quadrantenregel bei Berechnung des halben Tagbogens nach Gleichung 1 und entnimmt den Tafeln immer den spitzen Winkel, so ist t bei gleichnamiger Breite und Abweichung der halbe Nachtbogen und bei ungleichnamiger Breite und Abweichung der halbe Tagbogen. Den zugehörigen anderen halben Bogen findet man dann durch Abziehen des gefundenen Wertes von 12^h.

Tafel 25 der Naut. Tafeln gibt die halben Tag- und Nachtbögen mit den Eingängen Breite und Abweichung ohne jede Rechnung und enthält am Fuße die Regeln für die Anwendung.

Bei der Sonne gibt nach vorstehendem der halbe Nachtbogen die wahre bürgerliche Aufgangszeit und der halbe Tagbogen die wahre Untergangszeit an. Sie sind durch Hinzufügen der Zeitgleichung noch in mittlere bürgerliche Zeit zu verwandeln. Dies gilt auch für die aus N. T. 25 gefundenen Auf- und Untergangszeiten der Sonne.

Für die übrigen Gestirne findet man die mittlere Ortszeit des Auf- oder Untergangs aus dem halben Tagbogen t nach den Gleichungen (§ 112):

$$2. \begin{cases} \text{Aufgangs m. O. Zt.} = 24^h - t + \alpha - \text{m.} \odot \alpha, \\ \text{Untergangs m. O. Zt.} = t + \alpha - \text{m.} \odot \alpha. \end{cases}$$

Die Greenwicher Zeit und die Uhrzeit ergeben sich in derselben Weise wie in § 121.

Abweichung und Zeitgleichung oder Abweichung und gerade Aufsteigung sind mit der genäherten Greenwich-Zeit des Auf- oder Untergangs den Ephemeriden zu entnehmen.

Genügt die Genauigkeit von 1^m für die Kenntnis des Sonnenauf- und Untergangs, was für die meisten in der Navigation vorkommenden Fälle (Flaggenparade) ausreicht, so entnimmt man Abweichung und Zeitgleichung mit der Greenwicher Zeit, die der geschätzten genäherten Ortszeit des Auf- und Untergangs entspricht. Meist wird 6^h V. M. oder 6^h N. M. eine genügende Näherung darstellen. Dann ist

$$\text{m. Gr. Zt.} = \text{geschätzte m. O. Zt.} \pm \lambda \begin{cases} + \text{bei Westlänge,} \\ - \text{bei Ostlänge.} \end{cases}$$

Kommt es auf ein paar Minuten mehr oder weniger nicht an, so reichen bei der Sonne und den Planeten auch die für den mittleren Greenwicher Mittag desselben Tages gültigen Angaben aus.



In älteren nautischen Büchern und Tafeln werden die Auf- und Untergangszeiten mittels der Ascensionaldifferenz berechnet.

Unter Ascensionaldifferenz versteht man den Bogen (OB Fig. 63) des Äquators vom wahren Ost- oder Westpunkt bis zu dem Stundenkreis des Gestirns, oder in Zeit ausgedrückt: Die Ascensionaldifferenz ist gleich dem Überschuß des Auf- bzw. Untergangsstundenwinkels über 6^h bei gleichnamiger Breite und Abweichung oder gleich der Ergänzung dieses Stundenwinkels zu 6^h bei ungleichnamiger Breite und Abweichung.

Beispiele.

Wann geht die Sonne in Bergen (N-Br. 60° 24′; O-Lg. $0^h\ 21^m$) am 6. August 1904 auf und unter?

Mit der geschätzten genäherten Ortszeit $4{,}5^h$ V. M. und $7{,}5^h$ N. M. findet man die genäherte m. Gr. Zt. des Aufgangs $= 4{,}1^h$ V. M. und des Untergangs $= 7{,}1^h$ N. M.

⊙ δ 6. VIII. $= +16°\ 46'$	⊙ δ 6. VIII. $= +16°\ 46'$	Ztgl. 6. VIII. $= +6^m$
Änd. f. $1^h = -0{,}7'$	Änd. f. $1^h = -0{,}7'$	
„ „ $-7{,}9 = +\ \ 6$	„ „ $+7{,}1 = -\ \ 5$	
⊙ δ b. Aufg. $= +16\ \ 52$	⊙ δ b. Untg. $= +16\ \ 41$	

1. Nach der Formel $\cos t = -\,tg\,\varphi \cdot tg\,\delta$.

Aufgang.		Untergang.	
$\varphi = +60°\ 24'$	$\log tg = 0{,}24\ 559$		$\log tg = 0{,}24\ 559$
$\delta = +16\ \ 52$	$\log tg = 9{,}48\ 171$	$\delta = +16°\ 41'$	$\log tg = 9{,}47\ 668$
	$\log \cos t = 9{,}72\ 730n$		$\log \cos t = 9{,}72\ 227n$
	$t_ö = 12^h - 3^h\,51^m = 8^h\,9^m$		$t_w = 12^h - 3^h\,53^m$
w. O. Zt. $= 3^h\,51^m$ V. M.		w. O. Zt. $= 8^h\ \ 7^m$ N. M.	
Ztgl. $= +\ 6$		Ztgl. $= +6$	
m. O. Zt. ⊙ Aufg. $= 3\ \ 57$ V. M.		m. O. Zt. ⊙ Untg. $= 8\ \ 13$ N. M.	

2. Nach N. T. 25.

Für $\varphi = 60{,}4°$ entnimmt man der Tafel	
bei $\delta = 16°$ den Tafelwert $= 8^h\ \ 1^m$	Unterschied für 1° ist 9^m,
„ $\delta = 17$ „ „ $= 8\ \ 10$	also Schaltteile
also bei $\delta = 16{,}9°$ Tafelwert für Aufg. $= 8\ \ 9$	für Aufgang $= 0{,}9 \times 9^m = 8^m$
„ „ $\delta = 16{,}7$ „ „ Untg. $= 8\ \ 7$	„ Unterg. $= 0{,}7 \times 9\ = 6$

Da φ und δ gleichnamig, ist nach der Regel am Fuße der Tafel:

⊙ Aufgangszeit $= 12^h - 8^h\ 9^m$	⊙ Untergangszeit $= 8^h\ 7^m$
$= 3^h\,51^m$	
Ztgl. $= +\ 6$	$= +\ 6$
m. O. Zt. ⊙ Aufg. $= 3\ \ 57$ V. M.	m. O. Zt. ⊙ Untg. $= 8\ \ 13$ N. M.

b. Sichtbarer Auf- und Untergang. Zeit der Flaggenparade.

§ 139. Für den Seegebrauch kommt im allgemeinen eine Unsicherheit von einigen Minuten nicht in Betracht und deshalb genügt die Berechnung des wahren Auf- oder Unterganges.

Für die Flaggenparade ist indessen die Kenntnis der Zeit des sichtbaren Untergangs der Sonne erwünscht.

Der sichtbare Auf- und Untergang eines Gestirnes findet statt, wenn sein oberer Rand mit der Kimm in eins kommt, oder wenn die scheinbare Oberrandshöhe gleich der Kimmtiefe ist.

Kimmtiefe, Strahlenbrechung, Gestirnshalbmesser und Parallaxe bewirken, daß die Zeit des sichtbaren Auf- und Untergangs von der

des wahren verschieden ist. Zu ihrer Berechnung bieten sich zwei Wege dar.

1. Die wahren Höhen des Mittelpunkts von Sonne und Mond im Augenblick des sichtbaren Auf- und Untergangs sind folgende:

Augeshöhe	Sonne Halbmesser			Mond Halbmesser					
	16,2'	16,0'	15,8'	14,7'	15,0'	15,5'	16,0'	16,5'	16,8'
5 m	— 56,3'	— 56,1'	— 55,9'	— 1,2'	— 0,4'	+ 1,0'	+ 2,3'	+ 3,6'	+ 4,4'
10	— 58,4	— 58,2	— 58,0	— 3,3	— 2,5	— 1,1	+ 0,2	+ 1,5	+ 2,3
15	— 60,0	— 59,8	— 59,6	— 4,9	— 4,1	— 2,7	— 1,4	— 0,1	+ 0,7

Damit findet man den Zenitabstand $z = 90° - h$, den Stundenwinkel und die Zeit nach den allgemeinen Formeln

$$3. \quad \begin{cases} u = \varphi - \delta, \\ \sin^2 {}^1\!/_2 t = \sin {}^1\!/_2 (z + u) \cdot \sin {}^1\!/_2 (z - u) \cdot \sec \varphi \cdot \sec \delta, \\ \text{m. O. Zt.} = t + \text{Ztgl.} \qquad \text{bei der Sonne,} \\ \text{m. O. Zt.} = t + ☾\alpha - \text{m.} ⊙\alpha \qquad \text{beim Mond.} \end{cases}$$

Die Tabelle zeigt, daß beim Mond wahrer und sichtbarer Auf- und Untergang sehr nahe zusammenfallen, während die Sonne beim sichtbaren Auf- und Untergang etwa 1° unter dem wahren Horizonte steht.

Beispiel.

Wann findet der sichtbare Mondaufgang am 22. September 1904 auf $\varphi = +31° 10'$, $\lambda = 123° 33'$ O und in der Augeshöhe von 12 m statt? Lg. i. Zt. $= 8^h\, 14{,}2^m$ O.

Erste Näherung.

Der genäherte Ortsstundenwinkel des sichtbaren Mondaufgangs ist -6^h, das genäherte ☾$\alpha = 23^h$, das genäherte m. ⊙$\alpha = 12^h$, daher die genäherte m. O. Zt. $= -6 + 23 - 12 = 5^h$ und die genäherte m. Gr. Zt. $= 20^h\, 46^m$ 21. IX. Damit findet man das genäherte ☾$\alpha = 22^h\, 18^m$, ☾$\delta = -9{,}0°$, m. ⊙$\alpha = 12^h\, 3^m$.

Zweite Näherung.

Nach N. T. 25 ist für $\varphi = 31{,}2°$ und $\delta = 9{,}0°$ (ungleichnamig): $t_{ö} = 12^h - 6^h\, 22^m = 5^h\, 38^m$; daraus folgt m. O. Zt. $= -5^h\, 38^m + 22^h\, 18^m - 12^h\, 3^m = 4^h\, 37^m$ und m. Gr. Zt. $= 4^h\, 37^m - 8^h\, 14^m = 20^h\, 23^m$ 21. IX. Damit entnimmt man der Ephemeride die endgültigen Werte: ☾$\alpha = 22^h\, 17{,}6^m$, ☾$\delta = -9° 5{,}3'$, m. ⊙$\alpha = 12^h\, 3{,}1^m$, ☾ Halbm. $= 14{,}7'$.

Endgültige Rechnung.

Mit Ah. = 12 m und ☾ Halbm. = 14,7' entnimmt man der kleinen Tafel ☾ $h_w = -3{,}9'$, womit $z = 90°\; 3{,}9'$ wird.

$\varphi =$	$+31°$	$10'$	$\log \sec = 0{,}06\ 770$
$\delta =$	$-\ 9$	5	$\log \sec = 0{,}00\ 548$
$u =$	$+40$	15	
$z =$	$+90$	4	
$z + u =$	130	19	
${}^1\!/_2 (z + u) =$	65	10	$\log \sin = 9{,}95\ 786$
${}^1\!/_2 (z - u) =$	24	55	$\log \sin = 9{,}62\ 459$
			$\log \sin^2 {}^1\!/_2 t = 9{,}65\ 563$
			$t = -5^h\ 38{,}2^m$

$t =$	-5^h	$38{,}2^m$
☾$\alpha =$	22	17,6
Fp. O. Zt. =	16	39,4
m. ⊙α =	12	3,1
m. O. Zt. des ☾ Aufg. =	4	36,3

stimmt mit der zweiten Näherung genügend überein.

2. Ermittele den Stundenwinkel des wahren Auf- oder Untergangs und bringe die Verbesserung an, die dem Unterschiede der wahren Gestirnshöhen beim sichtbaren und wahren Auf- oder Untergang entspricht (siehe das Täfelchen unter 1.). Die Verbesserung ist dann nach § 119 aus der Gleichung

$$4.\quad dt = - \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \operatorname{cosec} t \cdot dh$$

zu berechnen, wo t der Stundenwinkel des wahren Auf- oder Untergangs ist und dh in Zeitminuten ausgedrückt werden muß, wenn dt in Zeitminuten erscheinen soll. Für die Sonne hat man folgende Werte von dh anzuwenden:

Ah.	5	10	15 m
dh	— 3,74	— 3,88	— 3,99^{m}

Für die Augeshöhe von 8 m kann man den Betrag von dt direkt aus Tafel 24 der Nautischen Tafeln entnehmen. Dieser Wert gilt auch für andere Augeshöhen, wenn die Genauigkeit von 1^{m} genügt. Will man die zehntel Minuten haben, so können die Tafeln 25 und 24 der N. T. nicht benutzt werden, sondern es muß nach den Formeln 1 (§ 138) und 4 (§ 139) gerechnet werden.

Beispiele.

1. Wann findet der sichtbare Auf- und Untergang der Sonne in Bergen (*N*-Br. 60° 24′, *O*-Lg. 0^{h} 21^{m}) am 6. August 1904 in einer Augeshöhe von 8 m statt?

Im Beispiel zu § 138 war gefunden worden ⊙$\delta = + 16{,}8°$ und m. O. Zt. des wahren Aufgangs = 3^{h} 57^{m} V. M., des wahren Untergangs = 8^{h} 13^{m} N. M. Mit $\varphi = 60{,}4°$ und $\delta = 16{,}8°$ findet man aus N. T. 24 mit überschläglichem Einschalten die Verbesserung = 9^{m}.

m. O. Zt. w. ⊙ Aufg. =	3^{h} 57^{m} V. M.	m. O. Zt. w. ⊙ Untg. =	8^{h} 13^{m} N. M.
Verb. =	9	Verb. =	9
m. O. Zt. sichtb. ⊙ Aufg. =	3 48 V. M.	m. O. Zt. sichtb. ⊙ Untg. =	8 22 N. M.

2. Am 19. November 1904 soll für Kronstadt (59° 59′ *N* und 1^{h} 59^{m} 4^{s} *O*) die Zeit der Flaggenparade errechnet werden. Ah. = 10 m.

Geschätzte genäherte Ortszeit =	4^{h} 0^{m} N. M.
Lg. i. Zt. =	1 59 *O*
Genäherte m. Gr. Zt. =	2 1

⊙δ 19. XI. =	— 19° 26,3′
Änd. f. 1^{h} =	— 0,57′
„ „ 2 =	— 1,1
⊙δ =	— 19 27

$$dt = - \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \operatorname{cosec} t \cdot dh$$

Ztgl. 19. XI. = — 14^{m} 32^{s}

$\left.\begin{array}{l}\varphi = + 60° \\ \delta = - 19{,}5\end{array}\right\}$ w. O. Zt. d. w. ⊙ Untg. = 12^{h} — 8^{h} 31^{m} (N. T. 25)
= 3^{h} 29^{m}

$\varphi = 59° 59'$	$\log\sec = 0{,}30\,081$		
$\delta = 19\ 27$	$\log\sec = 0{,}02\,552$		
$t = 3^{h}\,29^{m}$	$\log\operatorname{cosec} = 0{,}10\,199$		
$dh = -3{,}88^{m}$	$\log = 0{,}58\,883\,n$		
	$\log dt = 1{,}01\,715$		
	$dt = + 10{,}4^{m}$		

Ztgl. =	— 15
m. O. Zt. d. w. ⊙ Untg. =	3 14
dt =	+ 10
m. O. Zt. d. sichtb. ⊙ Untg. =	3 24.

3. Am 4. September 1904 soll für Daressalam (6° 48′ *S* und 39° 20′ *O*) die Zeit der Flaggenparade errechnet werden. Ah. = 8 m.

Geschätzte m. O. Zt. des $\odot$ Untergangs = 6^h 0^m N. M.
Lg. i. Zt. = 2 37 *O*
Genäherte m. Gr. Zt. des $\odot$ Untergangs = 3 23

$\odot\,\delta$ 4. IX. = + 7° 15,3′
Änd. f. 1^h = − 0,92′
" " 3,4 = − 3,1
$\odot\,\delta$ = + 7 12

$\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$. Ztgl. 4. IX. = − 1^m

$\varphi = -6°\ 48'$ $\log \operatorname{tg} = 9{,}07\ 643\,n$
$\delta = +7\ \ 12$ $\log \operatorname{tg} = 9{,}10\ 150$
$\log \cos t = 8{,}17\ 793$
$t = 5^h\ 57^m$

w. O. Zt. d. w. $\odot$ Untg. = 5^h 57^m N. M.
Ztgl. = − 1
m. O. Zt. d. w. $\odot$ Untg. = 5 56
f. $\varphi = 7°$ u. $\delta = 7°$: dt = + 4 (N. T. 24)
m. O. Zt. d. sichtb. $\odot$ Untg. = 6 0.

c. Die Dämmerung.

§ 140. Die Sonne erleuchtet nach ihrem sichtbaren Untergang noch die höheren Schichten der Atmosphäre, welche Licht auf die Erde zurückstrahlen und so die Dämmerung erzeugen. Man nimmt die Grenze der bürgerlichen Dämmerung an, wenn die Sonne 5° unter dem Horizont steht, und die Grenze der astronomischen Dämmerung, wo jede Beleuchtung der Atmosphäre aufhört, bei − 18° Höhe. Der Zeitpunkt für den Anfang bzw. das Ende der Dämmerung läßt sich wie der des sichtbaren Auf- und Untergangs nach dem Verfahren 1 in § 139 nach den dort gegebenen Formeln berechnen.

Am kürzesten ist die Dauer der Dämmerung in niedrigen Breiten. Unter dem Äquator bewegt sich die Sonne in 1^h 12^m durch den Bogen von 18°. Wenn bei gleichnamiger Breite und Abweichung die Breite größer ist als 90° − (δ + 18°), so sinkt die Sonne überhaupt nicht bis 18° unter den Horizont herab, und die Dämmerung währt die ganze Nacht. Daher kommt es, daß in hohen Breiten, zumal in den Polargegenden, während mehrerer Wochen die ganzen Nächte hindurch Dämmerung herrscht (so z. B. im Juni und Juli von 58° *N*-Br. an, in Stockholm, Christiania, Bergen).

F. Gestirne im Ersten Vertikal und in der größten Digression.

§ 141. Gestirne, deren Abweichung gleichnamig mit der Breite ist, gehen auf der Seite des oberen Pols vom Ersten Vertikal auf und unter. Wenn ihre Abweichung kleiner ist als die Breite, gehen sie zweimal durch den Ersten Vertikal und stehen in diesen Augenblicken rechtweisend Ost oder West. Ist ihre Abweichung größer als die gleichnamige Breite, so gehen die Gestirne nicht durch den Ersten Vertikal, da ihre Bahn den Meridian zwischen Pol und Zenit schneidet. Bei diesen Gestirnen nennt man das Azimut desjenigen Vertikalkreises, der ihre tägliche Bahn berührt, die größte Digression oder die größte Ausweichung des Gestirns (§ 119 Fig. 61).

In der Navigation spielen Erster Vertikal und größte Digression deshalb eine Rolle, weil nach § 119 der Stundenwinkelfehler, der aus fehlerhafter Höhe und Breite hervorgeht, seinen kleinsten Wert hat, wenn das Gestirn im Ersten Vertikal oder in der größten Digression stand.

Diese Stellungen sind nach § 132 auch für die Azimutbestimmungen besonders günstig, weil beim Höhenazimut die Höhen- und Breitenfehler, beim Zeitazimut der Zeitfehler hier ihren kleinsten Einfluß ausüben.

Deshalb tut man gut, bei Höhenbeobachtungen, die zur Bestimmung des Stundenwinkels, d. h. Längenbestimmungen zur Besteckrechnung und Zeitbestimmungen zur Chronometerkontrolle, dienen sollen sowie bei Azimutbestimmungen zur Kompaßkontrolle die Beobachtungszeit möglichst so zu wählen, daß das zu beobachtende Gestirn im Ersten Vertikal oder in der größten Digression steht oder sich wenigstens in der Nähe dieser Stellungen befindet.

Für den Ersten Vertikal läßt sich dieser Zeitpunkt am einfachsten durch eine Kompaßpeilung feststellen; man kann ihn aber auch mittels einer einfachen und kurzen Rechnung oder mit Hilfstafeln voraus berechnen, worauf man für die größte Digression immer angewiesen ist. Diese Berechnung ist dem Zweck entsprechend nur eine rohe Annäherungsrechnung, und zwar kann man entweder die ungefähre Zeit, zu der das Gestirn in die betreffende Stellung kommt, voraus berechnen oder die ungefähre Höhe, die es dabei hat.

1. Höhe und Stundenwinkel eines Gestirns im Ersten Vertikal.

§ 142. Da das Azimut im Ersten Vertikal $= 90°$, daher $\cos Az = 0$ ist, wird aus der Gleichung

$\sin\delta = \sin\varphi \cdot \sin h + \cos\varphi \cdot \cos h \cdot \cos Az$ (§ 115 II):

$\sin\delta = \sin\varphi \cdot \sin h$, d. h. man erhält

die Höhe eines Gestirns im Ersten Vertikal

durch die Gleichung:

$$1.\quad \sin h = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi} = \sin\delta \cdot \operatorname{cosec}\varphi.$$

Setzt man den Wert $\frac{\sin\delta}{\sin\varphi}$ in die Gleichung

$\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$ für $\sin h$ ein, so wird:

$$\frac{\sin\delta}{\sin\varphi} = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$$

und $\cos t = \frac{\sin\delta - \sin^2\varphi \cdot \sin\delta}{\sin\varphi \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta} = \frac{tg\,\delta \cdot (1 - \sin^2\varphi)}{\sin\varphi \cdot \cos\varphi} = \frac{tg\,\delta \cdot \cos^2\varphi}{\sin\varphi \cdot \cos\varphi}.$

Daher liefert die Gleichung:

$$2.\quad \cos t = tg\,\delta \cdot \cot g\,\varphi$$

den Stundenwinkel eines Gestirns im Ersten Vertikal.

Aus dem Stundenwinkel findet man die mittlere Ortszeit, zu der die Beobachtung vorzunehmen ist, nach den Gleichungen:

$$3.\quad \begin{cases} \text{m. O. Zt.} = t + \text{Ztgl.} & \text{bei der Sonne,} \\ \text{m. O. Zt.} = t + \bigstar\alpha - \text{m.}\odot\alpha & \text{bei den anderen Gestirnen.} \end{cases}$$

Statt die Rechnung nach den Formeln 1. und 2. auszuführen kann man die gesuchten Größen direkt den Tafeln 20A und 20B der Nautischen Tafeln, einem Himmelsglobus oder Diagrammen (§ 146) entnehmen.

Die Bezeichnung der Tafeln 20A und B ist dem in § 145 zu behandelnden Probleme der Ermittlung von gerader Aufsteigung und Abweichung angepaßt und muß daher für den vorliegenden Zweck geändert werden.

Die Höhe eines Gestirns im Ersten Vertikal gibt Tafel 20B, wenn man die Eingänge folgendermaßen ändert:

statt der in Tafel 20B stehenden Eingänge:	ist für die Entnahme der Höhe im Ersten Vertikal zu setzen:
$\varphi \pm v$	φ
δ	δ
l	$90^\circ - h$

Das Verfahren ist demnach folgendes:

Man sucht in der Eingangsspalte $\varphi \pm v$ die gegebene Breite auf und in der dadurch bestimmten Zeile immer nach rechts gehend in der mit δ überschriebenen Spalte die gegebene Abweichung. Der über dieser Spalte stehende Wert von l ist der Zenitabstand im Ersten Vertikal, dessen Komplement die gesuchte Höhe ist.

Der Stundenwinkel eines Gestirns im Ersten Vertikal wird aus Tafel 20A gefunden, wenn man

statt der in Tafel 20A stehenden Eingänge:	für die Entnahme des Stundenwinkels im Ersten Vertikal setzt:
Wahre Höhe $= h$	δ
v	$90^\circ - \varphi$
Rechtweisende Peilung $= Az$	t

Man verfährt daher folgendermaßen:

Mit der gegebenen Abweichung geht man in den Eingang »Wahre Höhe« ein und sucht in der zugehörigen Spalte v das gegebene Breitenkomplement $(90^\circ - \varphi)$ auf. Die vor dieser Zeile stehende rechtweisende Peilung ist der gesuchte Stundenwinkel, der nach Gleichung 3. in m. O. Zt. zu verwandeln ist.

Beispiel.

Welcher Zeitpunkt und welche Höhe sind die günstigsten für die Messung einer Sonnenhöhe zur Längenbestimmung am 27. Juli 1904 V. M. auf 58° 3′ *W*-Lg. und 45° 51′ *N*-Br.?

$$\odot\ \delta\ 27.\ \text{VII.} = +19^\circ\ 16{,}0'$$
$$\text{Ztgl. } 27.\ \text{VII.} = +6^m\ 18^s.$$

1. $\cos t = \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{cotg} \varphi, \quad \sin h = \sin \delta \cdot \operatorname{cosec} \varphi.$

$\delta = +19^\circ\ 16'$
$\varphi = +45\ \ 51$

$\log \operatorname{tg} = 9{,}54\,350$
$\log \operatorname{cotg} = 9{,}98\,711$
$\log \cos t = 9{,}53\,061$

$\log \sin = 9{,}51\,847$
$\log \operatorname{cosec} = 0{,}14\,417$
$\log \sin h = 9{,}66\,264$
$h = 27^\circ\ 23'.$

$t_ö = 4^h\ 40{,}7^m$
w. O. Zt. = 7 19,3 V. M. 27. VII.
Ztgl. = + 6,3
m. O. Zt. = 7 25,6 V. M. 27. VII.

2. Nach Tafel 20B der N. T.

$\left.\begin{array}{l}\varphi = 46^\circ \\ \delta = 19\end{array}\right\} 90^\circ - h = 63^\circ$

$h = 27.$

Nach Tafel 20A der N. T.

$\left.\begin{array}{r}\delta = 19{,}3^\circ \\ 90^\circ - \varphi = 44\end{array}\right\} t_\delta = 70^\circ = 4^h\,40^m$

w. O. Zt. = 7 20
Ztgl. = + 6
m. O. Zt. = 7 26 N.M.27.VII.

2. Höhe und Stundenwinkel eines Gestirns in der größten Digression.

§ 143. Da in der größten Digression der Winkel am Gestirn $q = 90^\circ$, also $\cos q = 0$ ist, so ergibt sich aus der Gleichung

$$\sin\varphi = \sin\delta \cdot \sin h + \cos\delta \cdot \cos h \cdot \cos q:$$
$$\sin\varphi = \sin\delta \cdot \sin h.$$

Die Höhe eines Gestirns in der größten Digression findet man daher aus:

$$1.\quad \sin h = \frac{\sin\varphi}{\sin\delta} = \sin\varphi \cdot \operatorname{cosec}\delta.$$

Nach Einsetzen des Wertes $\frac{\sin\varphi}{\sin\delta}$ für $\sin h$ in die Gleichung $\sin h = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$ bekommt man:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\delta} = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t,$$

und $\cos t = \frac{\sin\varphi \cdot (1 - \sin^2\delta)}{\cos\varphi \cdot \sin\delta \cdot \cos\delta}$. Daher erhält man aus der Gleichung:

$$2.\quad \cos t = \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{cotg}\delta$$

den Stundenwinkel eines Gestirns in der größten Digression, woraus nach

3. $\begin{cases} \text{m. O. Zt.} = t + \text{Ztgl.} & \text{bei der Sonne,} \\ \text{m. O. Zt.} = t + \bigstar\alpha - \text{m.}\odot\alpha & \text{bei den anderen Gestirnen} \end{cases}$

die günstigste mittlere Ortszeit für die Beobachtung hervorgeht.

Auch in diesem Falle ist die Lösung der Aufgabe mit N. T. 20A und B oder in bequemerer Weise mit dem Himmelsglobus oder Diagrammen (§ 146) möglich.

Zur Bestimmung der Höhe eignet sich Tafel 20B, wenn man

statt der in Tafel 20B stehenden Eingänge:	für die Entnahme der Höhe bei der größten Digression setzt:
$\varphi \pm v$	δ
δ	φ
l	$90^\circ - h$

Man sucht in der ersten mit $\varphi \pm v$ überschriebenen Spalte die gegebene Abweichung auf und in der dadurch bestimmten Zeile in den mit δ bezeichneten Spalten die gegebene Breite. Der über dieser Spalte stehende Wert von l ist der Zenitabstand in der größten Digression, sein Komplement die gesuchte Höhe.

Der Stundenwinkel bei der größten Digression ist mit Tafel 20 A zu bestimmen, wenn man folgendes beachtet:

statt der in Tafel 20 A gegebenen Eingänge:	ist zur Entnahme des Stundenwinkels bei der größten Digression zu setzen:
Wahre Höhe $= h$	$90° - \delta$
v	φ
Rechtweisende Peilung $= Az$	t

Man sucht im Eingang »Wahre Höhe« diejenige Spalte auf, die dem Polabstand des Gestirns, dem Komplement der gegebenen Abweichung entspricht, und in dieser Spalte den Wert von v, der gleich der gegebenen Breite ist. Die vor dieser Zeile stehende »Rechtweisende Peilung« ist der gesuchte Stundenwinkel, aus dem nach Gleichung 3. die m. O. Zt. gefunden wird.

Beispiel.

Am 16. März 1904 abends auf 18° 27′ *S*-Br. und 35° 51′ *W*-Lg. soll der Stern α Eridani (Achernar) zur Kompaßkontrolle gepeilt werden. Welches ist der günstigste Zeitpunkt für diese Peilung und bei welcher ungefähren Höhe des Sterns ist die Peilung vorzunehmen?

m. ⊙ α 16. III. $= 23^h\ 34^m\ 35^s$
★ α 16. III. $= 1\ \ 34\ \ 6$
★ δ 16. III. $= -57°\ 43{,}6'$.

1. $\cos t = \operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{cotg}\delta, \quad \sin h = \sin\varphi \cdot \operatorname{cosec}\delta.$

$\varphi = -18°\ 27'$
$\delta = -57\ \ 44$

$\log \operatorname{tg} = 9{,}52\,326\ n$
$\log \operatorname{cotg} = 9{,}80\,028\ n$
$\log \cos t = 9{,}32\,354$
$t = 5^h\ 11{,}3^m$
★$\alpha = 1\ \ 34{,}1$
Fp. O. Zt. $= 6\ \ 45{,}4$
ungef. m. ⊙$\alpha = 23\ \ 34{,}6$
ungef. m. O. Zt. $= 7\ \ 10{,}8$ N. M. 16. III.

$\log \sin = 9{,}50\,034\ n$
$\log \operatorname{cosec} = 0{,}07\,285\ n$
$\log \sin h = 9{,}57\,319$
$h = 21°\ 59'$.

2. Nach Tafel 20 B der N. T.

$\left.\begin{array}{l}\delta = 58°\\ \varphi = 18{,}5\end{array}\right\}\ 90° - h = 68°$
$h = 22.$

Nach Tafel 20 A der N. T.

$\left.\begin{array}{r}90° - \delta = 32°\\ \varphi = 18{,}5\end{array}\right\}\ t = 78° = 5^h\ 12^m$
★$\alpha = 1\ \ 34{,}1$
Fp. O. Zt. $= 6\ \ 46{,}1$
ungef. m. ⊙$\alpha = 23\ \ 34{,}6$
ungef. m. O. Zt. $= 7\ \ 11{,}5$ N.M.16.III.

G. Die Bestimmung des Namens eines Gestirnes aus Azimut und Höhe.

§ 144. Das Erkennen von Gestirnen aus dem Anblick des Sternhimmels, das in §§ 69 u. ff. behandelt wurde, ist Sache der Übung. Sehr häufig aber ist dieses einfache Aufsuchen der Sterne nicht möglich, beispielsweise wenn eine Höhenbeobachtung zum

Zweck der Ortsbestimmung in der Dämmerung angestellt wird. In Mondnächten und auf hohen Breiten in hellen Sommernächten, ferner bei teilweiser und besonders bei wechselnder Bewölkung des Himmels kann die gleiche Schwierigkeit auftreten.

Da aber das Erkennen jedes Gestirns unter beliebigen Verhältnissen gefordert werden muß, so handelt es sich darum, ein Gestirn lediglich nach seiner Stellung, die es bei der Beobachtung an der Himmelskugel hatte, auszumachen, d. h. seine Bestimmungsstücke — gerade Aufsteigung und Abweichung — zu errechnen.

Da die für die Ortsbestimmung beobachtungsfähigen Gestirne verhältnismäßig große Winkelentfernungen voneinander haben, so genügt nicht nur eine ungefähre Berechnung, sondern man kann sich, wenn bequeme Tafeln oder sonstige Hilfsmittel nicht zur Hand sind, auch auf die Errechnung nur eines Bestimmungsstückes beschränken und wählt hierfür in der Regel die gerade Aufsteigung. Besser und, wenn das ungefähr ermittelte Bestimmungsstück auf zwei oder mehr Gestirne gedeutet werden kann, sogar unbedingt nötig ist es, auch die ungefähre Berechnung des zweiten Stückes vorzunehmen.

Der Berechnung der Bestimmungsstücke ist außer der Höhe das Azimut des Gestirnes und die gegißte Breite zugrunde zu legen. Es sind dann im Poldreieck die Seiten $(90° - \varphi)$, $(90° - h)$ und das Azimut bekannt, aus welchen Stücken der Stundenwinkel am Ort (t) und, wenn nötig, auch die Seite $(90° - \delta)$ abgeleitet werden kann. Durch Abziehen des Stundenwinkels von der Frühlingspunkts-Ortszeit erhält man dann die gerade Aufsteigung.

Es folgt hieraus, daß es vorteilhaft ist, bei jeder zur Ortsbestimmung dienenden Höhenbeobachtung eines Fixsternes das Gestirn zum Zweck der Azimutbestimmung am Kompaß zu peilen und aus der Peilung durch Anwendung von Deviation und Mißweisung das rechtweisende Azimut abzuleiten.

Die Lösung der Aufgabe erfolgt entweder rein rechnerisch oder mit Hilfe von besonderen Tafeln oder schließlich unter Zuhilfenahme von Himmelsgloben oder Diagrammen, die für diesen Zweck eingerichtet sind.

1. Die Lösung durch Rechnung.

§ 145. Der rechnerischen Lösung liegt der Kotangentensatz zugrunde (§ 115 IV)

$$\sin Az \cdot \operatorname{cotg} t = - \operatorname{tg} h \cdot \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \cos Az,$$

woraus sich ergibt

$$\operatorname{cotg} t = \operatorname{cosec} Az \cdot (\sin \varphi \cdot \cos Az - \operatorname{tg} h \cdot \cos \varphi).$$

Stehen die Tabellen der Winkelfunktionen zur Verfügung, so ist es wohl am zweckmäßigsten, die Errechnung einfach nach der Formel mit zwei Stellen nach dem Komma durchzuführen.



Es ist genau auf die Vorzeichen der Winkelfunktionen zu achten, die durch das Vorzeichen von φ und den Quadranten von Az bestimmt werden.

Wird φ stets positiv angenommen, so ist das Produkt I: $\sin\varphi \cdot \cos Az$ positiv, wenn das Azimut in einem der Breite gleichnamigen, negativ, wenn es in einem der Breite ungleichnamigen Quadranten liegt; das Produkt II: $tg\, h \cdot \cos\varphi$ ist stets positiv.

Es bedeutet t einen östlichen Stundenwinkel, wenn das Azimut östlich ist, und einen westlichen, wenn es westlich ist.

Will man die Formel für die logarithmische Rechnung bequem machen, so wandle man die Gleichung

$$\operatorname{cotg} t \cdot \sin Az = -\, tg\, h \cdot \cos\varphi + \sin\varphi \cdot \cos Az$$

um in: $$\operatorname{cotg} t \cdot \sin Az = -\cos Az \cdot \left(\frac{tg\, h \cdot \cos\varphi}{\cos Az} - \sin\varphi\right)\cdot$$

Setze $$1.\quad \operatorname{cotg} x = tg\, h \cdot \sec Az.$$

Durch Einsetzen erhält man

$$\operatorname{cotg} t \cdot \sin Az = -\cos Az \cdot (\operatorname{cotg} x \cdot \cos\varphi - \sin\varphi)$$

$$= -\cos Az \frac{(\cos x \cdot \cos\varphi - \sin x \cdot \sin\varphi)}{\sin x}$$

$$= -\frac{\cos Az \cdot \cos(x+\varphi)}{\sin x}$$

$$\operatorname{cotg} t = -\frac{\operatorname{cotg} Az \cdot \cos(x+\varphi)}{\sin x}$$

oder $$2.\quad tg\, t = -\, tg\, Az \cdot \sin x \cdot \sec(x+\varphi).$$

Bei Anwendung dieser Formeln ist auch auf die Vorzeichen der Winkelfunktionen zu achten. Die gerade Aufsteigung findet man dann aus:

$$\star\alpha = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.} \odot\alpha \mp \lambda - t \begin{cases} - \text{ bei Westlänge,} \\ + \text{ bei Ostlänge.} \end{cases}$$

Ist es nötig, auch die Abweichung des Gestirns ungefähr zu errechnen, so geschieht dies nach der Formel:

$$\cos\delta = -\sin Az \cdot \cos h \cdot \operatorname{cosec} t.$$

Sehr vereinfacht werden diese Berechnungen, wenn die Meridianhöhe (H) des Gestirns gemessen ist. Man erhält dann die Abweichung unmittelbar aus den Gleichungen,

bei der **oberen** Kulmination:

$\delta = \varphi - (90° - H)$, wenn das Gestirn südlich vom Zenit kulminierte,
$\delta = \varphi + (90° - H)$, „ „ „ **nördlich** „ „ „ ;



bei der unteren Kulmination:

$\delta = (180^\circ - \varphi) + (90^\circ - H)$, wenn das Gestirn südlich } vom Zenit
$\delta = (180^\circ - \varphi) - (90^\circ - H)$, „ „ „ nördlich } kulminierte.

Die gerade Aufsteigung ergibt sich, da $t = 0^h$ bzw. $= 12^h$ ist, aus den Gleichungen (§ 112),

bei der **oberen** Kulmination: $\star\alpha$ = m. Gr. Zt. + m. $\odot\alpha \mp \lambda$
„ „ **unteren** „ : $\star\alpha$ = m. Gr. Zt. + m. $\odot\alpha \mp \lambda - 12^h$.
(— bei Westlänge, + bei Ostlänge.)

Beispiele.

1. Am 26. Mai 1904 ist in etwa 37° *N*-Br. und 62° *W*-Lg. zur Ortsbestimmung die Höhe eines unbekannten Sternes gemessen und der Stern selbst gepeilt worden. Hieraus ergaben sich für die Bestimmung des Sternes folgende Unterlagen: m. Gr. Zt. = $12^h\,24^m$, $\star h_w = 28^\circ\,35'$, rw. $Az = N\,75^\circ\,W$.

m. Gr. Zt. = $12^h\,24^m$ m. $\odot\alpha$ 26. V. = $4^h\,14^m\,30^s$
m. $\odot\alpha$ = 4 14
Fp. Gr. Zt. = 16 39
Lg. i. Zt. = 4 8 *W*
Fp. O. Zt. = 12 31

$$cotg\ t = cosec\ Az \cdot (sin\ \varphi \cdot cos\ Az - tg\ h \cdot cos\ \varphi)$$

$h = 28^\circ\,35'$ — $tg = +0{,}54$
$\varphi = +37^\circ$ — $sin = +0{,}60$ — $cos = +0{,}80$
$Az = N\,75^\circ\,W$ — $cos = +0{,}26$ — $cosec = -1{,}04$
Produkt I = + 0,16 — II = + 0,43 — I — II = — 0,27
II = + 0,43 — $cotg\ t = +0{,}28$
I — II = — 0,27 — $t = +74^\circ$
$\star t_w = 4^h\,56^m$
Fp. O. Zt. = 12 31
$\star\alpha$ = 7 35.

Der Stern könnte α Canis minoris (Procyon, $\star\alpha = 7^h\,34^m$) oder β Geminorum (Pollux, $\star\alpha = 7^h\,39^m$) oder allenfalls noch α Geminorum (Castor. $\star\alpha = 7^h\,28^m$) gewesen sein.

Um den Zweifel zu beseitigen, errechne man noch die Abweichung.

$$cos\ \delta = -\,sin\ Az \cdot cos\ h \cdot cosec\ t.$$

$Az = -75^\circ$ — $sin = -0{,}97$
$h = 28^\circ\,35'$ — $cos = +0{,}88$
Produkt = — 0,85
$t = +74^\circ$ — $cosec = +1{,}04$
$cos\ \delta = +0{,}88$
$\delta = +28^\circ$.

Hieraus folgt, daß der beobachtete Stern β Geminorum (Pollux, $\delta = +28{,}3^\circ$) gewesen ist.

2. Am 4. Januar 1904 ist in etwa $54^\circ\,40'$ *N* und $3^\circ\,16'$ *O* bei m. Gr. Zt. = $12^h\,47^m$, $\star h_w = 12^\circ\,51'$, rw. $Az = N\,74^\circ\,O$ gefunden worden. Der Name des beobachteten Gestirns soll ermittelt werden.

m. Gr. Zt. $= 12^h\ 47^m$		m. $\odot\,\alpha$ 4. I. $= 18^h\ 50^m\ 43^s$	
m. $\odot\,\alpha = 18\ \ 51$			
Fp. Gr. Zt. $= 31\ \ 38$	$cotg\, x = tg\, h \cdot sec\, Az,\ \ tg\, t = -\, tg\, Az \cdot sin\, x \cdot sec\,(x+\varphi),$		
Lg. i. Zt. $= 0\ \ 13\ O$	$cos\, \delta = -\, sin\, Az \cdot cos\, h \cdot cosec\, t.$		
Fp. O. Zt. $= 31\ \ 51$			

$h = 12°\ 51'$	$log\ tg = 9{,}358$		$log\ cos = 9{,}989$
$Az = 74$	$log\ sec = 0.560$	$log\ tg = 0{,}542$	$log\ sin = 9{,}983$
$\varphi = 54\ \ 40$			
$x = 50\ \ 23$	$log\ cotg\, x = 9{,}918$	$log\ sin = 9{,}887$	
$x + \varphi = 105\ \ 3$		$log\ sec = 0{,}586\ n$	
		$log\ tg\, t = 1{,}015$	$log\ cosec = 0{,}002\ n$
		$t = 12^h + 5^h 38^m$	$log\ cos\, \delta = 9{,}974$
		$= 17^h\ 38^m$	$\star\,\delta = +19{,}6°.$
		Fp. O. Zt. $= 31\ \ 51$	
		$\star\,\alpha = 14\ \ 13.$	

Der beobachtete Stern ist α Bootis (Arcturus), dessen $\alpha = 14^h\ 11^m$ und dessen $\delta = +\,19°\ 41'$ ist.

2. Die Lösung mit Hilfe von Tafeln, Himmelsgloben und Diagrammen.

§ 146. 1. Zum Aufsuchen unbekannter Sterne sind Tafel 20 A und 20 B der Nautischen Tafeln bestimmt, aus denen man mit den Eingängen »wahre Höhe« von 1° zu 1° und »rechtweisende Peilung« von 4° zu 4° den Stundenwinkel und die Abweichung des Gestirns mit flüchtigem Einschalten oder auch ganz ohne Einschalten finden kann. Die gerade Aufsteigung des Sterns ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\star\alpha = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.}\ \odot\,\alpha \mp \lambda - \star t, \quad \text{wo} \begin{cases} - \text{ bei Westlänge,} \\ + \text{ bei Ostlänge} \end{cases} \text{gilt.}$$

Die Erklärung des Gebrauchs und der Bedeutung dieser Tafeln ist in der Erklärung der Nautischen Tafeln (S. XIV u. XV) gegeben, sodaß hier ein Hinweis darauf genügt. Außerdem sind die Eingänge und die zu beachtenden Regeln auf den Tafeln 20 A und 20 B selbst derart angebracht, daß auch bei seltener Benutzung ihr Gebrauch ohne weiteres verständlich ist.

Noch bequemer, aber weniger genau, sind die Tafeln von H. W. Harvey (What star is it? Tables for identifying unknown stars, London, Spottiswoode & Co. 1903, Preis 1 sh.). Sie geben mit den Eingängen Breite von 5° zu 5°, wahre Höhe von 5° zu 5° und wahre Peilung von 10° zu 10° direkt die Stundenwinkel und Abweichungen. Die Breiten gehen von 0° bis 65° und die Höhen von 10° bis 65°. Ein flüchtiges Einschalten dürfte sich bei Gebrauch dieser Tafeln empfehlen.

Beispiel.

Am 21. März 1904 soll in etwa 34,5° *S* und 87,3° *W* der Name eines Sterns gefunden werden, dessen $h_w = 30{,}1°$ und rw. $Az = S\ 35°\ O$ ist bei m. Gr. Zt. $= 14^h\ 32^m$.

m. Gr. Zt. $= 14^h\ 32^m$	m. $\odot\alpha$ 21. III. $= 23^h\ 54^m\ 18^s$
m. $\odot\alpha = 23\ \ 54$	
Fp. Gr. Zt. $= 14\ \ 26$	Nach N. T. 20A bei $\left\{\begin{matrix} h = 30^\circ \\ Az = 35 \end{matrix}\right\}$: $l = 29{,}8^\circ,\quad v = 54{,}8^\circ$
Lg. i. Zt. $= 5\ \ 49\ W$	$\varphi = 34{,}5$
Fp. O. Zt. $= 8\ \ 37$	Da Br. und Peil. gleichnam.: $\varphi + v = 89{,}3$

Nach N. T. 20B bei $\left\{\begin{matrix} l = 30^\circ \\ \varphi + v = 89 \end{matrix}\right\}$: $t\ddot{o} = 5^h\ 53^m$, $\ast\delta = 60{,}0^\circ\ S$ $\left\{\begin{matrix}\text{da Br. und} \\ \text{Peil. gleichnam.}\end{matrix}\right.$

$$\begin{aligned} \ast t &= -5\ \ 53 \\ \text{Fp. O. Zt.} &= \ \ \ 8\ \ 37 \\ \ast\alpha &= 14\ \ 30. \end{aligned}$$

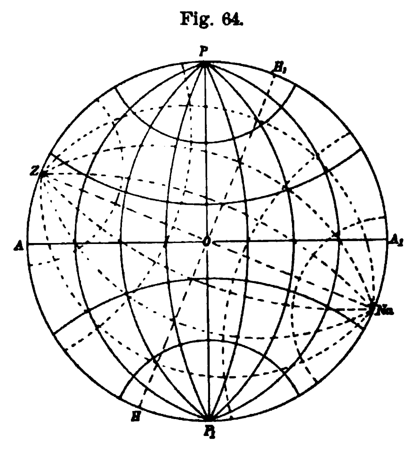
Der Stern ist α^2 Centauri, dessen $\alpha = 14^h\ 33^m$ und dessen $\delta = -\ 60^\circ\ 26'$ ist.

2. **Ein dem Bordgebrauch angepaßter Himmelsglobus zur Lösung nautisch-astronomischer Aufgaben ist unter dem Namen »Starfinder« von Barker & Son, London, in den Handel gebracht. Er hat jedoch des hohen Preises wegen keine allgemeine Aufnahme gefunden.**

Auf dem Globus mit verstellbarer Achse sind der Äquator und die Stundenkreisteilung der Himmelskugel mit den Örtern der navigatorisch verwendbaren Fixsterne gezeichnet. Unabhängig vom Globus wird der Horizont durch einen mit Azimutteilung versehenen vollen Ring, der Meridian durch einen auf diesem senkrecht stehenden Halbring wiedergegeben, deren innere Abmessungen denen des Globus angepaßt sind. In dem Punkte des Meridians, der dem Zenit entspricht, ist ein drehbarer Viertelkreisbogen, dem Vertikalkreis entsprechend, angebracht und mit einer zur Einstellung der Breite und Gestirnshöhe dienenden Gradteilung versehen. Die Einteilungen entsprechen in ihrer Genauigkeit dem Zweck des Instruments. Die Handhabung ist einfach und ohne weiteres verständlich.

3. **Das Diagramm von Chauvenet*) besteht aus zwei gleichen stereographischen Projektionen, von denen die eine in roter Farbe auf Karton gedruckt die Stundenkreise und Abweichungsparallele mit dem Äquator (AA_1 Fig. 64) enthält, die andere, in schwarzer Farbe auf durchsichtigem Papier gedruckt (in Fig. 64 durch gestrichelte Linien bezeichnet), die Vertikalkreise und Höhenparallele mit dem Horizont (HH_1 Fig. 64) darstellt. Der Mittelpunkt ist der Ost- oder der Westpunkt, der Begrenzungskreis der Ortsmeridian. Wird das schwarze Netz konzentrisch auf das rote gelegt, sodaß das Zenit auf die der geographischen Breite entsprechende Abweichung kommt, so hat man ein Abbild der östlichen oder westlichen Halbkugel mit den Koordinaten-**

Fig. 64.



*) Neu herausgegeben von E. Kohlschütter bei D. Reimer (E. Vohsen) Berlin 1905.

linien des Systems der Stundenkreise einerseits und denen des Horizontsystems anderseits vor sich. Man sucht mit Hilfe der Vertikalkreise und Höhenparallele den nach Azimut und Höhe gegebenen Gestirnsort auf und liest in dem anderen Liniensystem den Stundenwinkel und die Abweichung dieses Ortes ab. Die gerade Aufsteigung erhält man wie unter 1. beschrieben ist.

4. Das Diagramm von Favé und Rollet de l'Isle*) stellt einen Quadranten der Halbkugel auf einem quadratischen Stück Gitterpapier dar. Eine Ecke ist der Pol, die davon ausgehenden Seiten Meridian und Sechsstundenkreis, zwischen denen die Abweichungsparallele verlaufen. Die Stundenkreise gehen vom Pol aus nach der vierten Seite. Denkt man sich ein gleiches Diagramm auf durchsichtigem Papier so auf das erste gelegt, daß die den Pol bildende Ecke, die jetzt das Zenit darstellt, auf die der Breite entsprechende Abweichung fällt und die entsprechenden Seiten einander parallel sind, so hat man auch hier ein Bild des Himmels mit seinen beiden Koordinatennetzen. Man kann daher durch einen Blick aus dem einen in das andere übergehen. Da die beiden Netze dieselbe Form haben und nur um das Breitenkomplement parallel zueinander verschoben sind, so genügt im praktischen Gebrauch auch ein Netz. Von dem durch seine Horizontkoordinaten bestimmten Gestirnsort geht man um den Betrag des Breitenkomplements parallel zum Meridian weiter, entweder durch Abzählen der Gitterlinien oder mittels eines Maßstabes, und gelangt so zu dem Ort, der denselben Gestirnsort im Äquatornetz darstellt, und dessen Koordinaten man nunmehr ablesen kann.

Die beiden Diagramme (3 und 4) können auch zur näherungsweisen Auflösung der umgekehrten Aufgabe und sämtlicher anderer Aufgaben der sphärischen Astronomie benutzt werden und ersetzen daher namentlich auch die umfangreichen Azimuttafeln.

---

*) Neu herausgegeben von H. Maurer. »Annalen der Hydrographie« usw. 1905.

Teil V.

Die astronomische Ortsbestimmung.

Erster Abschnitt.

Zweck und Grundgedanke der astronomischen Ortsbestimmung.

§ 147. Die einzige an Bord verwendbare Methode astronomischer Messungen ist die Beobachtung von Höhenwinkeln mittels Spiegelinstrumenten (Teil II). Die Aufgabe der nautisch-astronomischen Ortsbestimmung ist daher die Feststellung des Schiffsortes in der Seekarte auf Grund von Höhenmessungen eines oder mehrerer Gestirne.

Dies geschieht jetzt meist durch das »Standlinienverfahren«, eine Mischung von Berechnung und zeichnerischer Konstruktion des Schiffsortes in der Seekarte.

Demgegenüber sind die »direkten« oder »strengen« Methoden, die allein durch Rechnung die geographischen Koordinaten, Länge und Breite, zu bestimmen lehren, so in den Hintergrund getreten, daß sie nur andeutungsweise am Schluß dieses Teiles behandelt werden sollen.

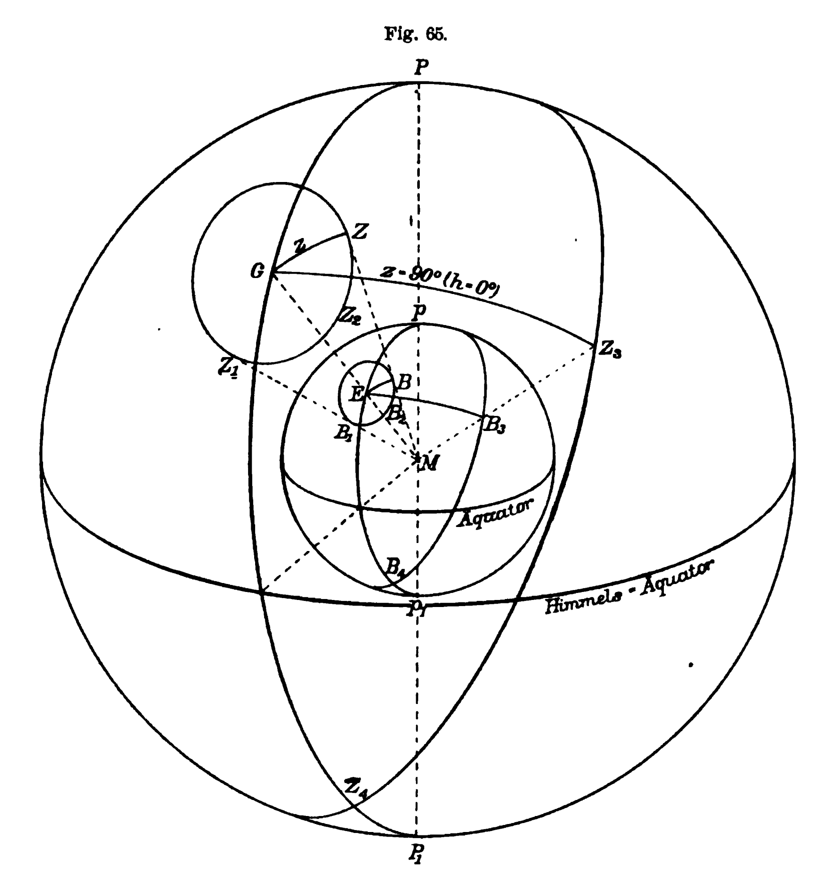
A. Die Höhengleiche.

1. Die Höhengleiche als Ortslinie.

§ 148. Die Messung der Höhe eines Gestirnes lehrt nichts weiter kennen als seinen Zenitabstand oder den Bogen des größten Kreises (GZ Fig. 65) zwischen dem Gestirn (G) und dem Zenit (Z) des Beobachtungsortes. Projiziert man den Gestirnsort vom Erdmittelpunkt aus auf die kugelförmige Erdoberfläche, so ist ebenfalls nur der sphärische Abstand des Beobachtungsortes (B) von dem Projektionspunkt (E) des Gestirns oder der Bogen EB bekannt, da er gleich dem Bogen GZ oder dem gemessenen Zenitabstand ist. Denselben Abstand von dem Projektionspunkt, wie der Beobachtungsort, haben aber auch alle diejenigen Orte der Erd-

oberfläche, die auf einem Kreise ($B\,B_1\,B_2$) liegen, der mit dem gemessenen Zenitabstand als sphärischem Halbmesser um den Projektionspunkt geschlagen ist. Eine Entscheidung, welcher Punkt dieses Kreises der Beobachtungsort ist, läßt sich aus einer Höhenmessung nicht gewinnen. Das einzige aus einer Höhenmessung zu erlangende Resultat ist also, daß sich der Beobachtungsort irgendwo auf diesem Kreise befinden muß. Eine Höhenmessung gibt nur eine Orts-

Fig. 65.



linie für den Schiffsort, erst eine zweite Höhenmessung und die daraus sich ergebende zweite Ortslinie bestimmt durch ihren Schnittpunkt mit der ersten den Ort vollständig. Diese Ortslinien heißen Kreise gleicher Höhen oder Höhengleichen, weil in jedem ihrer Punkte das Gestirn dieselbe Höhe hat. Daraus geht auch hervor, daß eine Ortsbestimmung auf See eigentlich garnichts mit den Koordinaten der geographischen Länge und Breite zu tun hat,

und daß daher die direkten Methoden, die diese Koordinaten berechnen, in die Ortsbestimmung ein ihr fremdes Element hineintragen.

Ist der Zenitabstand $= 0°$ oder die Höhe $= 90°$, so fällt das Zenit mit dem Gestirnsort zusammen und die Höhengleiche schrumpft in einen Punkt, den Projektionspunkt, zusammen. Der Beobachtungsort ist der Projektionspunkt.

Erreicht der Zenitabstand seinen größten Wert $= 90°$, d. i. steht das Gestirn im Horizonte, so geht die Höhengleiche in den größten Kreis $B_3 B_4$ über, dessen Pol der Projektionspunkt ist.

Alle den zwischenliegenden Zenitabständen entsprechenden Höhengleichen sind kleine Kreise, die zu jenem größten Kreise und unter sich parallel sind und deren Pol der Projektionspunkt ist.

Projektionspunkt und Höhengleiche heißen auch Erleuchtungspol und Erleuchtungskreis, weil sie die dem Gestirn zugewandte, von ihm gewissermaßen erleuchtete Erdhälfte bestimmen. Diese Ausdrücke sind dem englischen circle of illumination nachgebildet, und nicht ganz treffend, da unter dieser Bezeichnung nur der größte »Erleuchtungskreis« verstanden wird.

2. Bestimmung einer Höhengleiche auf der Erdoberfläche.

§ 149. Infolge der scheinbaren täglichen Drehung des Himmelsgewölbes ändert der Projektionspunkt (*P. P.* oder *E*) desselben Gestirnes auf der Erdoberfläche dauernd seinen Platz. Er wandert auf einem Parallelkreise (Fig. 66), dessen Breite der Abweichung des Gestirns gleich ist, und er befindet sich jeweilig in demjenigen Punkte dieses Breitenparallels, für den der Meridian des Gestirns kulminiert oder mit dem Ortsmeridian zusammenfällt, beides, weil sich das Gestirn stets im Zenit des Projektionspunktes befindet. Da nun die Ortsmeridiane vom Meridian von Greenwich aus gezählt werden, so muß man zur vollständigen Bestimmung des Projektionspunktes auch noch den Winkel kennen, den der Meridian des Gestirns mit dem Meridian von Greenwich (t_{Gr} Fig. 66) in dem Zeitpunkte der Höhenmessung bildet. Dieser Winkel ist aber nach Fig. 66 der Stundenwinkel (t_{Gr}), den das Gestirn in Greenwich hatte; zu seiner Berechnung ist die Kenntnis der Greenwich-Zeit der Beobachtung erforderlich. Jede zum Zwecke der Ortsbestimmung angestellte astronomische Beobachtung muß daher aus Höhenmessung und Bestimmung der Greenwich-Zeit, zu der die Höhenmessung stattfand, bestehen. Diese letztere Bestimmung erfolgt mittels des Chronometers und es leuchtet daher die Notwendigkeit einer sorgfältigen Chronometerkontrolle ein, denn bei fehlerhaftem Chronometerstande wird der Projektionspunkt und mit ihm die Höhengleiche um den vollen Betrag des Fehlers auf seinem Breitenparallele verschoben.



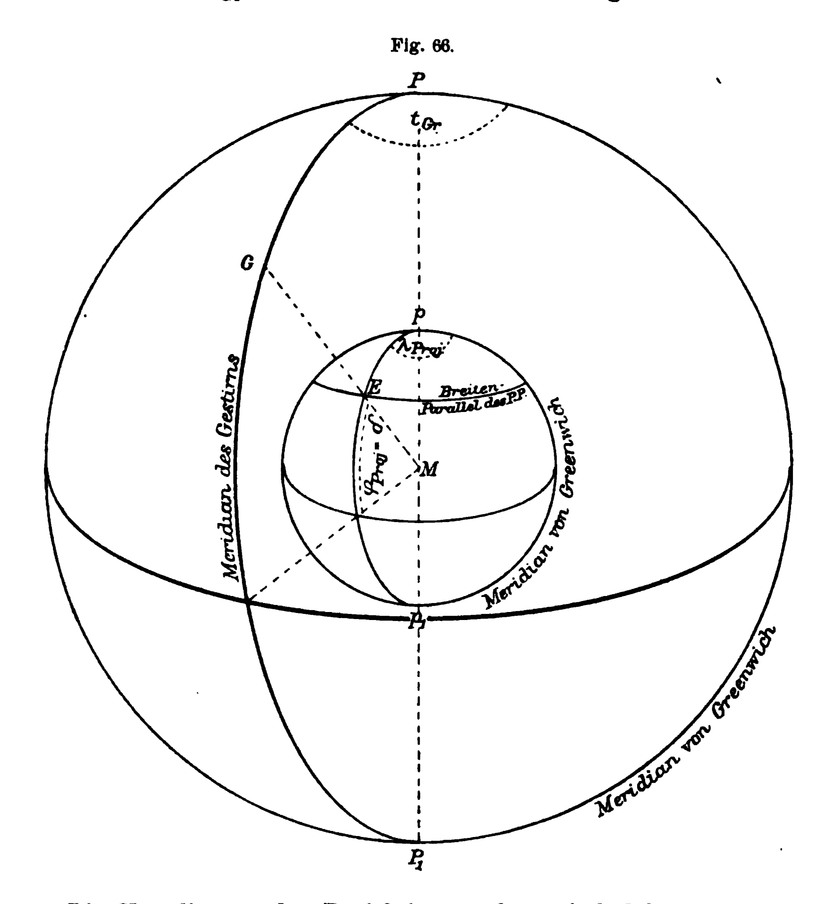
Ist α die gerade Aufsteigung und δ die Abweichung des beobachteten Gestirns, so ist nach § 60:

$$t_{\mathrm{Gr}} = \text{Fp. Gr. Zt.} - \star\alpha,$$

und ist die Sonne beobachtet worden, nach § 61:

$$t_{\mathrm{Gr}} = \text{w. Gr. Zt.} = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.}$$

Fig. 66.



Die Koordinaten des Projektionspunktes sind daher

Breite $= \varphi_{\mathrm{Proj.}} = \delta$

Länge $= \lambda_{\mathrm{Proj.}} \begin{cases} = \text{Fp. Gr. Zt.} - \star\alpha & \text{für Sternbeobachtungen,} \\ = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.} & \text{für Sonnenbeobachtungen.} \end{cases}$

Unter Stundenwinkel und Länge sind hier stets die von 0° bis 360° durchgezählten westlichen Stundenwinkel und Längen zu verstehen.

Ist somit die Lage des Projektionspunktes auf der Erdoberfläche bestimmt, so findet man den Zenitabstand des Gestirns als das Komplement der wahren Höhe aus

$$z = 90° - h_w$$

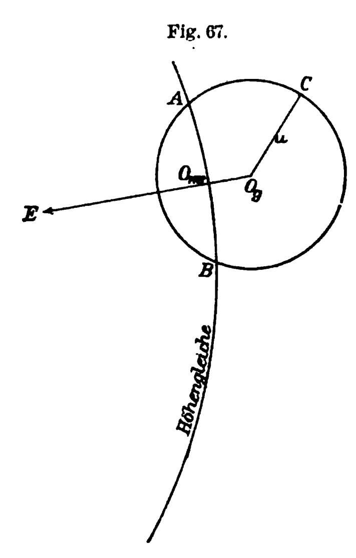
und der Kreis, der den Projektionspunkt zum Mittelpunkt und z zum sphärischen Radius hat, ist die gesuchte Höhengleiche oder die Ortslinie für den Schiffsort.

Die Aufgabe der astronomischen Ortsbestimmung ist im Grunde hiermit gelöst. Man brauchte nur auf einem Erd-Globus die Höhengleiche mit dem Zirkel auszuziehen, indem man die eine Zirkelspitze in den Projektionspunkt einsetzt und dem Zirkel eine Öffnung gleich z gibt.

Der wahre Schiffsort muß dann irgendwo auf dieser Höhengleiche liegen. Zu seiner vollständigen Bestimmung ist eine zweite Höhenmessung erforderlich, die eine zweite Höhengleiche liefert. Der Schiffsort ist dann der eine Schnittpunkt der beiden Höhengleichen.

Aber auch ohne eine zweite Höhengleiche liefert das gegißte Besteck einen Anhalt dafür, wo ungefähr auf der ersten Höhengleiche der Schiffsort zu suchen ist.

Fig. 67.



Ist nämlich u die in Bogenminuten ausgedrückte Unsicherheit des gegißten Bestecks (O_g Fig. 67), und schlägt man um O_g mit u einen Kreis ($A\,B\,C$), so muß das wahre Besteck innerhalb dieses Kreises liegen. Da es anderseits auf der Höhengleiche liegt, so kann es nur auf dem Bogen ($A\,B$) der Höhengleiche liegen, der von dem Unsicherheitskreise ausgeschnitten wird. Derjenige Punkt der Höhengleiche, der dem gegißten Besteck am nächsten liegt (O_{ws} Fig. 67), liegt auch in der Mitte des Unsicherheitsbogens ($A\,B$). Er heißt **wahrscheinlicher Schiffsort** oder **wahrscheinliches Besteck** und ist der Fußpunkt des von O_g auf die Höhengleiche gefällten Lotes. Die Verlängerung dieses Lotes ($O_g\,O_{ws}$) geht auch durch das Zentrum der Höhengleiche oder durch den Projektionspunkt (E) hindurch. Der wahrscheinliche Schiffsort ist daher auch der Schnittpunkt der Höhengleiche mit dem durch den Projektionspunkt und das gegißte Besteck gelegten größten Kreise.

Die praktische Ausführung der Ortsbestimmung in dieser Weise mit Globus und Zirkel scheitert an dem Umstande, daß ein Globus

von den dazu notwendigen Dimensionen (wenigstens 4 m Durchmesser) zu unhandlich ist und sich an Bord nicht unterbringen läßt.

Die folgenden Ausführungen dieses Abschnittes beziehen sich darauf, wie man den soeben entwickelten einfachen Grundgedanken der astronomischen Ortsbestimmung ohne Globus mit den an Bord zugänglichen Hilfsmitteln der Rechnung und der Zeichnung in der Seekarte zur Ausführung bringen kann. Daher halte man sich den Grundgedanken immer gegenwärtig.

3. Darstellung der Höhengleiche in der Karte. Standlinie.

§ 150. Eine einfache Lösung der Aufgabe, die Höhengleiche in der Karte zu zeichnen, ist nur auf stereographischen Karten möglich, da nur in dieser Projektion die Höhengleichen auch auf der Karte als Kreise erscheinen (Bd. I, § 16). Indessen verbietet sich der praktische Gebrauch solcher Karten wegen der unhandlichen Größe, die die einzelnen Blätter haben müßten, um die nötige Genauigkeit zu geben.

Fig. 68.

In der gebräuchlichen Seekarte oder der Merkatorkarte erscheint die Höhengleiche nicht als Kreis, sondern als eine umständlich wiederzugebende Kurve, deren Gleichung

$$\frac{2\cos\delta}{\cos z}\cdot\cos x+\frac{\sin\delta}{\cos z}\,(e^{y}-e^{-y})-(e^{y}+e^{-y})=0$$

lautet, wo δ die Abweichung, z der Zenitabstand des Gestirns ist, und die rechtwinkligen Koordinaten (x und y) mit den geographischen Koordinaten durch die Beziehungen:

$$x=t,$$
$$y=\log nat\ tg\,(45^\circ+\frac{\varphi}{2})$$

verbunden sind.

Man kann die Kurve derart konstruieren, daß man einzelne ihrer Punkte aus der Formel berechnet, sie in der Karte absetzt und dann nach dem Augenmaß durch eine einfache Linie verbindet.

So sind die Kurven in Fig. 68 entstanden. Der allen dreien gemeinsame Projektionspunkt (E) liegt auf 40° Nordbreite und 20° Westlänge. An allen auf der Kurve I gelegenen Orten der Erdoberfläche hat ein Gestirn, das im Zenit des Projektionspunktes steht, den Zenitabstand 30°, auf Kurve II 50° und auf Kurve III 70°. Alle diejenigen Höhengleichen, die einem Zenitabstand entsprechen, der kleiner ist als der Polabstand des Gestirns, haben in der wachsenden Karte elliptische Form wie Kurve I in Fig. 68. Diejenige, für die der Zenitabstand gleich dem Polabstand des Gestirns ist, geht selbst durch den Pol und hat eine parabolische Gestalt nach Art der Linie II. Diejenigen endlich, deren Zenitabstand größer ist, zeigen eine Form wie eine Sinuslinie nach Art der Kurve III. Sie haben 90° östlich und westlich vom Meridian des Projektionspunktes je einen Wendepunkt, die in Fig. 68 bei 70° *O*- und 110° *W*-Länge auch deutlich ausgeprägt sind.

Auf den meisten Seekarten ist es wegen ihres großen Maßstabes nicht möglich, den vollständigen Verlauf der Höhengleiche zu zeichnen. Dies ist aber auch nicht nötig, sondern es genügt der kleine Bogen davon, der in der Nähe des wahrscheinlichen Bestecks liegt, in dessen Umgebung sich auch der wahre Schiffsort befinden muß. Da man annehmen kann, daß dieser kleine Bogen der Kurve bei den großen Maßstäben der in Betracht kommenden Karten mit einer geraden Linie, d. h. also einer Loxodrome, zusammenfällt, so genügt es zu seiner Konstruktion, entweder zwei Punkte der Kurve zu berechnen und durch eine Gerade zu verbinden, oder nur einen Punkt zu berechnen und durch diesen Punkt eine Gerade in der Richtung der Kurve zu ziehen. Im ersteren Falle wird der kleine Bogen der Höhengleiche in der Seekarte durch seine Sehne, im zweiten Falle durch seine Tangente ersetzt.

Eine solche, den Bogen der Höhengleiche in der Nähe des gegißten Bestecks ersetzende Loxodrome heißt Standlinie.

Wie weit diese Annahme, daß die Höhengleiche mit einer Loxodrome zusammenfällt, zu beiden Seiten des wahrscheinlichen Schiffsortes ausgedehnt werden kann, ohne daß wesentliche Fehler entstehen, soll später (§ 198) erörtert werden. Jedenfalls darf sie innerhalb des Unsicherheitskreises um das gegißte Besteck (Fig. 67) nur solche Abweichungen zeigen, die praktisch ohne Bedeutung sind.

B. Die Standlinie.

1. Allgemeines.

§ 151. Die Methode, die Standlinie durch Berechnung zweier ihrer Punkte zu bestimmen (Sehnenmethode), ist die ältere, unter dem Namen »Sumnermethode«*) bekannt und die historische Grundlage des Standlinienverfahrens überhaupt. Sie hat jedoch gegenüber der zweiten Methode, der Bestimmung aus einem Punkt und der Richtung der Standlinie (Tangentenmethode) die frühere Bedeutung eingebüßt, seitdem durch die Aufstellung und Einführung

*) Nach dem amerikanischen Kapitän Sumner benannt, der das Verfahren im Jahre 1837 beim Ansteuern des Irischen Kanals zuerst anwandte.



umfassender Azimuttafeln die Bestimmung der Richtung wesentlich vereinfacht worden ist. Daher wird die Standlinie jetzt fast allgemein durch die Tangentenmethode, d. h. durch die Ermittlung eines ihrer Punkte und ihrer rechtweisenden Richtung in diesem Punkte bestimmt. Dieser Punkt soll **Bestimmungspunkt** genannt werden. Er wird entweder in der Karte selbst oder auf einem Blatt Papier durch Zeichnung gefunden oder durch Errechnung seiner geographischen Koordinaten festgelegt.

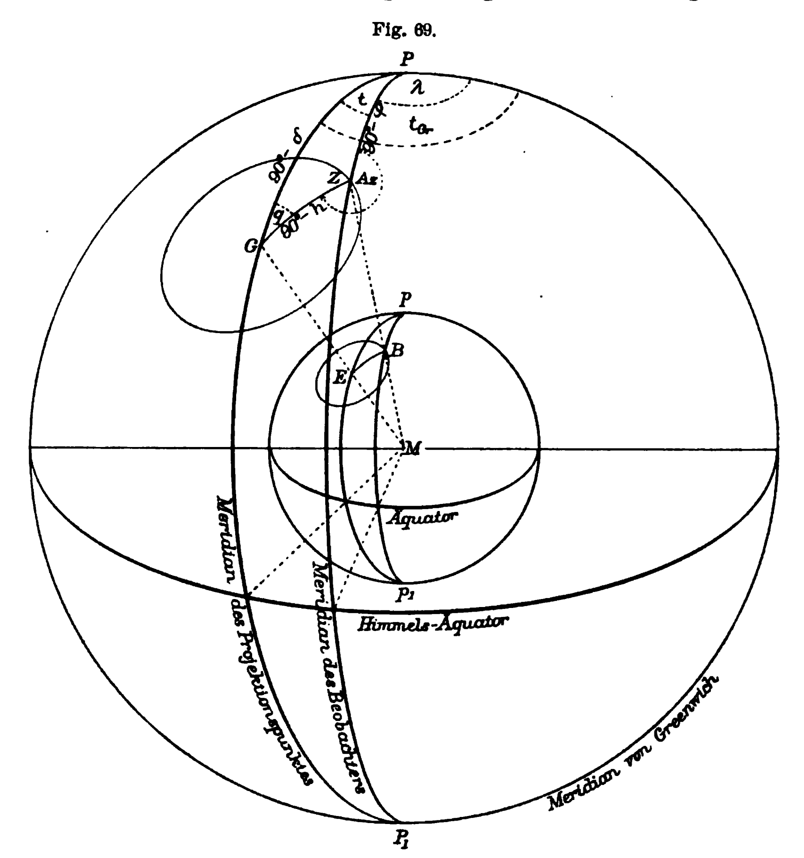
Die Aufgabe der astronomischen Ortsbestimmung ist somit auf die folgenden beiden Aufgaben zurückgeführt worden:

1. **Ermittlung des Bestimmungspunktes der Standlinie,**
2. **Ermittlung der rechtweisenden Richtung der Standlinie im Bestimmungspunkte.**

2. Ermittlung des Bestimmungspunktes der Standlinie.

§ 152. Da der Bestimmungspunkt ein Punkt der Höhengleiche ist, so muß er die sich aus Fig. 69 ergebende Gleichung erfüllen.

Fig. 69.



B sei der Bestimmungspunkt, Z sein Zenit und im übrigen die Bezeichnungen wie bisher. Die beiden Dreiecke (pEB) auf der Erde und (PGZ) am Himmel sind einander ähnlich, da sie auf Kugeln mit demselben Mittelpunkt liegen und ihre Ecken auf denselben vom Mittelpunkt ausgehenden Halbstrahlen sich befinden.

Daher haben auch die Seiten des irdischen Dreiecks (pEB) folgende Werte: Der Abstand des Projektionspunktes vom Nordpol ist gleich dem Polabstand des Gestirns ($pE = p = 90° - \delta$), sein Abstand vom Bestimmungspunkt gleich dem Zenitabstand des Gestirns ($BE = z = 90° - h$), während die dritte Seite das Breitenkomplement des Bestimmungspunktes ($pB = b = 90° - \varphi$) ist. Die Winkel dieses Dreiecks sind folgende: Der Winkel am Nordpol ist gleich dem Stundenwinkel des Gestirns ($EpB = t = t_{Gr} - \lambda$), derjenige am Projektionspunkte ist gleich dem Winkel am Gestirn ($pEB = q$) und derjenige am Bestimmungspunkte gleich dem Azimut des Gestirns ($pBE = Az$).

Die Folge hiervon ist, daß die Grundgleichung des Poldreiecks auch die Gleichung der Höhengleiche und somit auch des Bestimmungspunktes ist. Diese Gleichung lautet aber (§ 115, II):

$$\cos z = \cos b \cdot \cos p + \sin b \cdot \sin p \cdot \cos t,$$

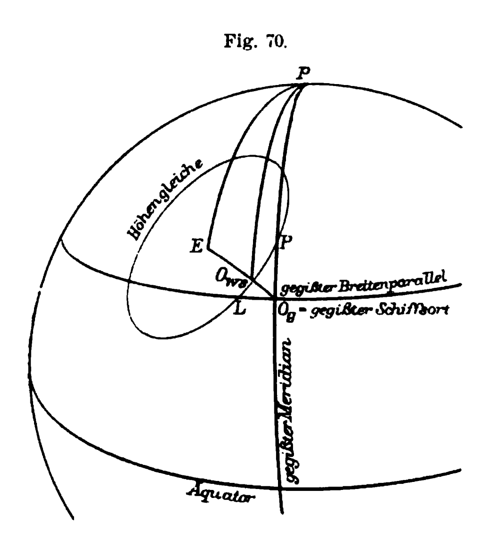
wofür auch die andere Form

$$\sin h = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos (t_{Gr} - \lambda)$$

geschrieben werden kann.

Außer der Befriedigung dieser Gleichung hat der Bestimmungspunkt noch die zweite Bedingung zu erfüllen, in der Nähe des gegißten Bestecks (O_g Fig. 70) zu liegen. Jeder der in der Nähe von O_g gelegenen Punkte der Höhengleiche kann daher Bestimmungspunkt sein und man kann unter den vielen möglichen Punkten solche wählen, für die die Rechnung sich besonders einfach gestaltet oder die sonst Vorteile bieten.

Fig. 70.



Als solche Punkte hat man die Durchschnittspunkte der Höhengleiche mit dem gegißten Breitenparallel (L) und dem gegißten Meridian (P) gewählt. Im ersteren Falle nimmt man die Breite des Bestimmungspunktes gleich derjenigen des gegißten Bestecks an, setzt sie in die obige Gleichung ein und berechnet daraus die zugehörige Länge. Diese Länge und die angenommene Breite bestimmen somit den Bestimmungspunkt (L). Diese Methode heißt



Längenmethode, weil die Länge des Bestimmungspunktes das zu errechnende Stück ist.

Im zweiten Fall setzt man die Länge des Bestimmungspunktes gleich derjenigen des gegißten Bestecks, führt sie in die obige Gleichung ein und berechnet daraus die zugehörige Breite. Damit ist dann der Bestimmungspunkt (P) festgelegt. Die Methode heißt Breitenmethode, weil die Breite des Bestimmungspunktes das zu errechnende Stück ist.

Es ist natürlich nicht nötig, genau die gegißte Breite oder Länge in die Rechnung einzuführen, sondern es genügen dazu Werte, die zur größeren Bequemlichkeit der numerischen Rechnung passend abgerundet sind, doch darf man sich dabei nicht allzusehr von den gegißten Werten entfernen, da der Bestimmungspunkt ja in der Nähe des wahren Bestecks liegen soll.

Über die Ausführung der Berechnung in der Praxis siehe §§ 158 bis 162. Die nach diesen beiden Methoden bestimmten Standlinien werden zuweilen auch Sumnerlinien genannt.

§ 153. Sowohl der Breiten- als auch der Längenmethode haftet jedoch neben anderen, später zu besprechenden Mängeln der Übelstand an, daß sie das gegißte Besteck nur einseitig benutzen, indem die eine seiner Koordinaten völlig unberücksichtigt bleibt.

Ferner liefern sie auch ungünstige Bestimmungspunkte, weil diese vom gegißten Schiffsort, in dessen Nähe der wahre gesucht werden muß, unnötig weit abstehen. Alle Punkte der Höhengleiche zwischen L und P sind in dieser Hinsicht günstiger, am günstigsten jedoch der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws}), weil er dem gegißten am nächsten liegt.

Diesen Punkt nimmt die Höhenmethode, deren Name später begründet werden soll, und die zuweilen auch nach ihrem Entdecker, dem Admiral Marcq St. Hilaire, benannt wird, als Bestimmungspunkt an.

Die strenge Berechnung der Koordinaten des wahrscheinlichen Schiffsortes ist nicht so einfach wie die der Koordinaten von L oder P. Sie verläuft folgendermaßen:

Im Dreieck $E\,p\,O_g$ (Fig. 70) sind bekannt $O_g\,p = 90° - \varphi_g$, $p\,E = 90° - \delta$ und $\sphericalangle\, E\,p\,O_g = t_g = \lambda_{\text{Proj.}} - \lambda_g$. Man berechnet aus diesem Dreieck mittels der Napierschen Analogien den Winkel am Gestirn ($p\,E\,O_g$), wodurch das Dreieck $E\,p\,O_{ws}$ auflösbar wird, in dem außer diesem Winkel noch $p\,E = 90° - \delta$ und $E\,O_{ws} = z$ bekannt sind. Man findet daher $p\,O_{ws} = 90° - \varphi_{ws}$ und $\sphericalangle\, E\,p\,O_{ws} = \lambda_{\text{Proj.}} - \lambda_{ws}$, woraus die Koordinaten des wahrscheinlichen Schiffsortes ohne weiteres abzuleiten sind.

In der Praxis schlägt man einen einfacheren Weg ein, der namentlich für die Festlegung des wahrscheinlichen Bestecks durch Zeichnung geeignet ist.

Man berechnet nämlich Richtung und Länge der Strecke $O_g\,O_{ws}$ oder des Weges vom gegißten zum wahrscheinlichen

Schiffsort. Zu diesem Zwecke bestimmt man aus dem Dreieck $E p O_g$ die Seite $E O_g$ und den Winkel $p O_g E$. Infolge der Ähnlichkeit des Dreiecks $p O_g E$ mit dem Dreieck »Pol, Zenit des gegißten Ortes, Gestirn« ist $E O_g$ gleich dem Zenitabstand (z_g) und $p O_g E$ gleich dem Azimut (Az_g) des Gestirns im gegißten Schiffsort, während $E O_{ws}$ als Radius der Höhengleiche gleich dem wahren Zenitabstand (z_w) ist. Daher hat man:

$$O_g O_{ws} = EO_g - EO_{ws} = (90° - h_g) - (90° - h_w) = h_w - h_g,$$

und rechtweisende Richtung von $O_g O_{ws} = Az_g$.

$O_g O_{ws}$ ist ein Bogen größten Kreises; da er aber immer verhältnismäßig kurz ist, so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß er mit der Loxodrome, die in O_g dieselbe rechtweisende Richtung hat, zusammenfällt. Damit ergibt sich die Konstruktion von O_{ws} in der wachsenden Karte von selbst. Man lege durch den gegißten Schiffsort eine Linie in der Richtung des berechneten Azimuts des beobachteten Gestirns (Az_g) und mache sie, vom gegißten Schiffsort gerechnet, gleich $h_w - h_g$, d. h. gleich der Differenz zwischen der beobachteten Höhe des Gestirns am Beobachtungsort und der berechneten am gegißten Ort. Werden Länge und Breite des Bestimmungspunktes verlangt, so berechnet man den Breiten- und Längenunterschied von O_g und O_{ws} mit Az_g als Kurs und $h_w - h_g$ als Entfernung in bekannter Weise.

Die Anwendung der Höhenmethode verlangt also die Bestimmung der Höhendifferenz $h_w - h_g$ und somit die Berechnung von h_g mit Hilfe des Poldreiecks. Nach dieser Berechnung der Höhe des Gestirns im gegißten Orte ist der Methode der Name »Höhenmethode« beigelegt worden.

3. Ermittlung der Richtung der Standlinie.

§ 154. Die rechtweisende Richtung der Standlinie ist dieselbe wie die der Höhengleiche in der Karte, die sie ersetzt. Da nun die wachsende Karte ein winkeltreues Bild der dargestellten Erdoberfläche bietet, so ist in jedem beliebigen Punkte der Kurve ihre Richtung gegen den Meridian dieselbe wie diejenige der Höhengleiche in dem entsprechenden Punkte der Erdkugel.

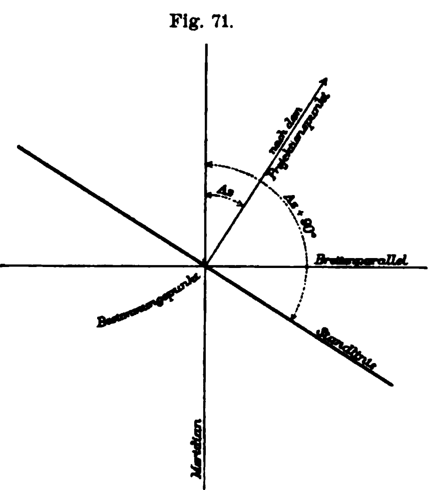
Die Richtung der Höhengleiche auf der Erde im Bestimmungspunkte steht aber senkrecht zu dem sphärischen Radius, der den Bestimmungspunkt mit dem Projektionspunkt verbindet (*BE*, Fig. 69). Die Richtung dieses Bogens ist aber gleich dem Azimut, wie in § 153 gezeigt worden ist, und daher ist die Richtung der Höhengleiche gleich dem Azimut des Gestirns im Bestimmungspunkte $\pm 90°$.

Da die Standlinie aber die gleiche Richtung haben muß, so ist ihre Richtung ebenfalls gleich

$$Az \pm 90°.$$

Fig. 71 erläutert dies näher. Zur Kenntnis des Azimuts gelangt man durch eine kleine Nebenrechnung, Azimuttafeln oder Diagramme (§ 126).

Fig. 71.



Demnach wird die Standlinie bei allen Standlinienverfahren dadurch gefunden, daß durch den Bestimmungspunkt eine gerade Linie senkrecht zur Azimutrichtung gezogen wird.

Bei der Höhenmethode kann man sich die Ermittlung des Azimuts im Bestimmungspunkt ersparen und statt dessen das Azimut im gegißten Schiffsort, das schon zur Bestimmung des wahrscheinlichen Schiffsortes gebraucht wurde, einsetzen.

4. Vergleich der drei Verfahren zur Ermittlung des Bestimmungspunktes. (Längenmethode, Breitenmethode, Höhenmethode.)

§ 155. Der wahrscheinliche Schiffsort ist der Fußpunkt des vom gegißten Besteck auf die Höhengleiche gefällten sphärischen Lotes. In der Karte wird dieser Punkt dadurch gefunden, daß man vom gegißten Besteck ein Lot auf die Standlinie fällt, außer bei der Höhenmethode, wo er schon vor der Standlinie gefunden wird. Für den praktischen Gebrauch werden die drei Methoden im Einzelfalle trotz der verschiedenen Bestimmungspunkte dieselbe Standlinie und daher auch denselben wahrscheinlichen Schiffsort liefern. In aller Strenge ist dies jedoch nicht der Fall, und in einigen Grenzfällen gewinnt diese Nichtübereinstimmung auch praktische Bedeutung.

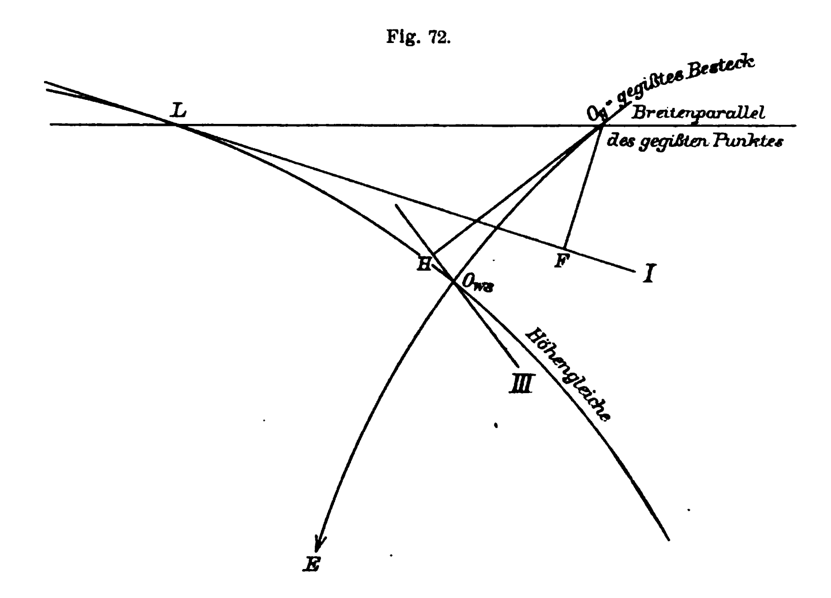
Wie sich die Verhältnisse auf der wachsenden Karte darstellen, bringen die Figuren 72 und 73 zur Anschauung.

In beiden sei O_g der gegißte Besteckpunkt und $O_g E$ die Kurve, welche den Bogen größten Kreises darstellt, der auf der Erde O_g mit dem Projektionspunkt (E) verbindet. Ihr Schnittpunkt mit der Höhengleiche (O_{ws}) ist nach der Erklärung der wahrscheinliche Schiffsort (§ 149).

In Fig. 72, die dem Vergleich von Längen- und Höhenmethode dient, sei L der Schnittpunkt des gegißten Breitenparallels mit der Höhengleiche. Es ist der Bestimmungspunkt für die nach der Längenmethode bestimmte Standlinie I. Die Richtung dieser Standlinie ist dadurch bestimmt, daß sie die Tangente an die Höhengleiche in L ist.

F als der Fußpunkt des von O_g auf die Linie I gefällten Lotes ist der durch die Längenmethode gefundene wahrscheinliche Schiffsort.

Fig. 72.



Einen anderen Fall zum Vergleich der Breiten- und Höhenmethode stellt Fig. 73 dar. Hier ist P der Schnittpunkt des gegißten Meridians mit der Höhengleiche und somit Bestimmungspunkt der durch die Breitenmethode gefundenen Standlinie II. Ihre Richtung ist wiederum dadurch festgelegt, daß sie die Höhengleiche in P berühren muß. Der Fußpunkt (G) des von O_g auf diese Linie gefällten Lotes ist der durch die Breitenmethode gefundene wahrscheinliche Schiffsort.

Für die Höhenmethode ist in beiden Fällen durch O_g die Loxodrome ($O_g H$) gezogen, die in O_g dasselbe Azimut wie der größte Kreis $O_g E$ hat, ihn also in O_g berührt. Ihr Endpunkt H ist dadurch bestimmt, daß $O_g H = O_g O_{ws}$ ist, er ist der durch die Höhenmethode gefundene wahrscheinliche Schiffsort. Die durch H senkrecht zu $O_g H$ gelegten Linien III und IV sind die durch diese Methode bestimmten Standlinien.

Meist werden die wahrscheinlichen Schiffsorte (F und G) der Längen- und Breitenmethode so nahe an den wirklichen wahrscheinlichen Schiffsort (O_{ws}) heranfallen, daß sie für die praktischen Bedürfnisse ihn vollständig ersetzen und die Standlinien I und II hinreichend genau mit der Höhengleiche in der Nähe des Punktes O_{ws} zusammenfallen.

Wenn aber die Höhengleiche und der gegißte Breitenparallel (Fig. 72) oder der gegißte Meridian (Fig. 73) sich unter sehr



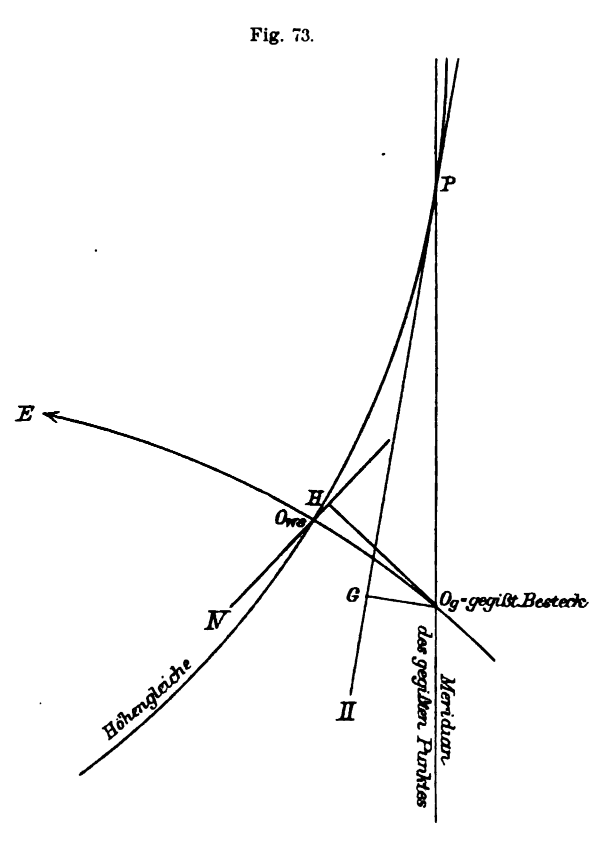
spitzem Winkel schneiden, so kann es vorkommen, daß die Punkte L oder P so weit von O_{ws} wegrücken, daß die gefundenen wahrscheinlichen Schiffsorte (F und G), die eigentlich mit O_{ws} zusammenfallen sollten, gar nicht auf der Höhengleiche liegen, sondern um einen auch in der Praxis merklichen Betrag davon entfernt bleiben, sodaß die Standlinien I und II in der Nähe von F und G nicht als Ersatz der Höhengleiche angesehen werden können, wie es die Voraussetzung des Standlinienverfahrens erfordert.

Es können sogar Fälle vorkommen, wo der gegißte Breitenparallel oder der gegißte Meridian die Höhengleiche überhaupt nicht mehr schneiden und diese Methoden unmöglich werden.

Die Längenmethode versagt (Fig. 72), wenn die Höhengleiche dem Breitenparallel parallel ist, d. h., wenn das Gestirn im Meridian steht.

Die Breitenmethode versagt (Fig. 73), wenn die Höhengleiche dem Meridian parallel ist, d. h., wenn das Gestirn im Ersten Vertikal (Azimut = 90°) steht.

Fig. 73.



Umgekehrt ist die Anwendung dieser Methoden um so günstiger, je mehr sich der Winkel zwischen der Höhengleiche und dem gegißten Breitenparallel oder dem gegißten Meridian einem Rechten nähert, denn in diesem Grenzfalle fallen die Bestimmungspunkte (L oder P) sowie auch die wahrscheinlichen Schiffsorte (F oder G) mit dem wirklichen wahrscheinlichen Schiffsorte (O_{ws}) zusammen.

Für die Längenmethode tritt dieser günstigste Fall ein, wenn das Gestirn im Ersten Vertikal steht, also, wenn die Breitenmethode versagt.

Für die Breitenmethode dagegen, wenn das Gestirn im Meridian steht, also, wenn die Längenmethode versagt.

Beide Methoden sind gleichwertig, wenn die Höhengleiche Breitenparallel und Meridian unter demselben Winkel schneidet, d. h., wenn das Gestirn ein Azimut von 45°, 135°, 225° oder 315° hat oder im Vertikal eines Interkardinalpunktes steht.

Für die Anwendung von Längen- und Breitenmethode hat man daher folgende Regel zu beachten:

Steht das Gestirn zwischen einem Interkardinalpunkte und dem Ersten Vertikal, so ist die Längenmethode anzuwenden.

Steht das Gestirn zwischen einem Interkardinalpunkte und dem Meridian, so ist die Breitenmethode anzuwenden.

Im Gegensatz hierzu kommen Fälle, wo die Höhenmethode versagt, überhaupt nicht vor, da der durch den gegißten Ort und den Projektionspunkt gelegte größte Kreis die Höhengleiche immer schneiden muß.

Ferner zeigen die Figuren 72 und 73, daß der durch die Höhenmethode gefundene wahrscheinliche Schiffsort (H) immer so nahe an den richtigen wahrscheinlichen Schiffsort (O_{ws}) fällt, daß die Abweichungen in der Praxis bedeutungslos sind. Die durch die Höhenmethode gefundenen Standlinien III und IV können daher in der Nähe von H auch immer als Ersatz der Höhengleiche angesehen werden.

Sie sind nicht nur in den Grenzfällen, wo die anderen Methoden versagen, sondern auch sonst den von diesen gelieferten Standlinien vorzuziehen. Denn, wenn auch die wahrscheinlichen Schiffsorte F und G so nahe an O_{ws} heranfallen, daß der Unterschied vernachlässigt werden kann, so haben die Standlinien I und II doch immer eine von der Richtung der Höhengleiche in O_{ws} stärker abweichende Richtung als die Standlinien III und IV. Der mit der Entfernung von O_{ws} wachsende Unterschied zwischen der Höhengleiche und den Standlinien erreicht bei den Linien I und II daher früher den äußerst zulässigen Grenzwert als bei den Linien III und IV. Die letzteren können daher auf eine längere Erstreckung hin, ausgehend vom wahrscheinlichen Schiffsort, als Ersatz für die Höhengleiche betrachtet werden.

Aus dem vorstehenden ergeben sich folgende Vorzüge der Höhenmethode:

1. Die Höhenmethode ist immer anwendbar, wie auch das Gestirn stehen mag, während bei der Längen- und Breitenmethode eine Überlegung erforderlich ist, welche Methode anzuwenden ist.

2. Bei der Höhenmethode braucht man sich nur eine Formel und ein Rechenschema fest einzuprägen gegen zwei bei der Längen- und Breitenmethode.



3. Die Höhenmethode nutzt das gegißte Besteck vollständig aus, während Längen- und Breitenmethode nur je eine Koordinate davon berücksichtigen.

4. Die Höhenmethode liefert ohne weiteres den wahrscheinlichen Schiffsort, da er ihr Bestimmungspunkt ist, während bei der Längen- und Breitenmethode der wahrscheinliche Schiffsort erst nachträglich noch konstruiert werden muß.

5. Die Höhenmethode gibt den wahrscheinlichen Schiffsort und die Standlinie genauer als die anderen beiden Methoden.

6. Bei der Höhenmethode ist die äußerst zulässige Grenze des Ersatzes der Höhengleiche durch die Standlinie vom wahrscheinlichen Schiffsort weiter entfernt als bei der Längen- und Breitenmethode.

Aus diesen Gründen soll die Höhenmethode im folgenden an erster Stelle behandelt werden.

Zweiter Abschnitt.

Die Berechnung des Bestimmungspunktes und der Richtung der Standlinie.

A. Die Höhenmethode.

a. Formeln und Genauigkeit.

§ 156. Zur Ermittlung des Bestimmungspunktes und der Standlinie ist erforderlich die Berechnung der Höhe und des Azimuts des beobachteten Gestirns. Die Rechnungsunterlagen sind die geographischen Koordinaten des gegißten Bestecks und die aus dem Nautischen Jahrbuche zu entnehmenden Gestirnselemente, die nötigenfalls auf die mittlere Greenwicher Zeit der Beobachtung hinzuführen sind (§§ 109 und 110).

Die gemessene Gestirnshöhe ist zur wahren Mittelpunktshöhe zu beschicken (§§ 104 bis 108) und aus der mittleren Greenwicher Zeit der Stundenwinkel des Gestirns am gegißten Orte nach den Formeln:

$$1. \begin{cases} t_g = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.} \mp \lambda_g & \text{für die Sonne,} \\ t_g = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.} \odot \alpha - \star\alpha \mp \lambda_g & \text{für die anderen Gestirne} \end{cases}$$

(— bei Westlänge, + bei Ostlänge)

zu ermitteln.

Von den in §§ 126 bis 135 gegebenen Formeln zur Berechnung von Höhe und Azimut bedient man sich am zweckmäßigsten der folgenden:



$$2. \begin{cases} \sin^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{t_g}{2} \cdot \cos \varphi_g \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi_g - \delta) \\ \sin h_r = \cos (\varphi_g - \delta) \cdot \cos x \end{cases}$$

für die Höhe und

$$3. \quad \sin Az_g = - \sin t_g \cdot \cos \delta \cdot \sec h_r$$

für das Azimut.

Die Gleichungen unter 2 empfehlen sich wegen ihres harmonischen Baues sowohl, als weil sie für Höhen bis zu 86° — fünfstellige Logarithmentafeln vorausgesetzt — in allen Fällen genügen. Bei größeren Höhen tritt dann zweckmäßig die in § 175 dargelegte Zeichnung der Höhengleichen ein, sodaß die Ableitung einer besonderen Formel für solche Höhen unterbleiben kann.

Statt durch Berechnung nach Formel 3 kann das Azimut auch aus Azimuttafeln oder Diagrammen (§§ 129 und 146) gefunden werden.

Ist die errechnete Höhe (h_r) gleich der beobachteten (h_b), so liegt der nach Gissung gefundene Schiffsort auf der der Beobachtung entsprechenden Höhengleiche. Das gegißte Besteck ist dann zugleich der wahrscheinliche Schiffsort auf der Standlinie. Ist die beobachtete Höhe größer als die berechnete, so liegt der wahrscheinliche Schiffsort dem Projektionspunkte um den Betrag des Höhenunterschiedes näher, ist die beobachtete Höhe dagegen kleiner als die berechnete, so liegt er von dem Projektionspunkte um den Betrag des Höhenunterschiedes weiter ab als der gegißte Besteckpunkt.

Man bilde daher den Höhenunterschied

$$4. \quad \triangle h = h_b - h_r$$

und trage ihn als Entfernung mit der Azimutrichtung als Kurs an das gegißte Besteck an, entweder durch Zeichnung in der Seekarte oder durch Rechnung mit Hilfe der Tafel der rechtwinkligen Dreiecke (N. T. 1). Durch den so erhaltenen Bestimmungspunkt läuft die Standlinie senkrecht zu der Azimutrichtung.

Beim Antragen des Höhenunterschiedes ist folgende Regel zu beachten:

Ist $\triangle h$ positiv oder ist die beobachtete Höhe größer als die errechnete, so trage man $\triangle h$ nach dem Projektionspunkte hin ab.

Ist $\triangle h$ negativ oder ist die errechnete Höhe größer als die beobachtete, so trage man $\triangle h$ in der Richtung von dem Projektionspunkte fort ab.

Für die Genauigkeit der Rechnung gelten folgende Regeln:

1. Angaben in Zeitmaß (Stundenwinkel) sind auf volle Sekunden genau zu machen.

2. Angaben in Winkelmaß (Breite, Abweichung, Höhe) sind auf 1′ genau zu machen.

3. Das Azimut ist auf volle Grade genau zu ermitteln.



4. Bei Entnahme der trigonometrischen Funktionen von gegebenen Winkeln aus den Nautischen Tafeln (N. T. 14) und umgekehrt beim Aufsuchen von Winkeln aus ihren errechneten Funktionen wird nicht eingeschaltet.

Diese Genauigkeit reicht für die Höhe bei fünfstelliger Rechnung mit Rücksicht auf die der Beobachtung anhaftenden Fehler für die Standlinienberechnung völlig aus.

Für das Azimut genügt im allgemeinen eine dreistellige Rechnung, nur, wenn das Gestirn nahe am Ersten Vertikal steht, in Azimut bis zu etwa 10° davon entfernt, sind fünfstellige Logarithmen erforderlich.

Es bleibt indessen dem Urteil und der Übung des Beobachters überlassen, den Grad der Genauigkeit zu beschränken oder zu erhöhen, wenn der einzelne Fall es erfordern sollte.

b. Der Gang des Verfahrens.

§ 157. 1. Berechne die mittlere Greenwicher Zeit der Beobachtung.

2. Berichtige die abgelesene Gestirnshöhe zur wahren Mittelpunktshöhe (im Erdmittelpunkt).

3. Entnimm die im Nautischen Jahrbuch gegebenen Bestimmungsstücke und berichtige sie für die mittlere Greenwich-Zeit der Beobachtung.

4. Entnimm das gegißte Besteck des Beobachtungsortes der Karte oder der Logrechnung.

5. Berechne den Stundenwinkel des Gestirns am gegißten Ort nach Gleichung 1.

6. Berechne die Höhe und das Azimut des Gestirns am gegißten Ort nach den Gleichungen 2 und 3.

7. Bilde den Höhenunterschied im Sinne: Beobachtung — Berechnung, nach Gleichung 4.

Zeichnung.

8. Ziehe die Azimutlinie durch das gegißte Besteck.

9. Greife den Höhenunterschied auf der Breitenskala am Rande der Karte ab und trage ihn vom gegißten Besteck aus auf der Azimutlinie ab (+ auf das Gestirn zu, — von dem Gestirn ab). Der Endpunkt ist der wahrscheinliche Ort.

10. Ziehe die Standlinie durch den wahrscheinlichen Ort senkrecht zur Azimutlinie.

Rechnung.

8. Entnimm mit dem Azimut als Kurs und dem Höhenunterschied als Distanz Breitenunterschied und Abweichung.

9. Verwandle die Abweichung in Längendifferenz.

10. Berechne die Koordinaten des wahrscheinlichen Ortes durch Anbringung von Breitenunterschied und Längendifferenz an die gegißten Koordinaten, wobei das Vorzeichen an der Hand einer Skizze zu bestimmen ist.

11. Setze den wahrscheinlichen Ort in der Karte ab und ziehe durch ihn die Standlinie in der Richtung »Azimut $\pm$ 90°«.

Beispiele.

Bei Sonnenbeobachtungen.

1. Am 9. März 1904 V. M. ist auf etwa 26° 0′ N und 40° 10′ W beobachtet worden: ⊙ $h_a = 28° 37{,}0'$, J. V. = + 2,2′, Ah. = 10 m, U = 16h 42m 19s, I — U = + 4h 40m 10s, m. Gr. Zt. — I = + 1h 49m 33s.

	h	m	s
U =	16	42	19
I — U = +	4	40	10
I =	21	22	29
m. Gr. Zt. — I = +	1	49	33
m. Gr. Zt. =	23	12	2
Ztgl. = +		10	45
w. Gr. Zt. =	23	1	17
Lg. i. Zt. =	2	40	40 W
w. O. Zt. =	20	20	37
⊙ t_g = —	3	39	23

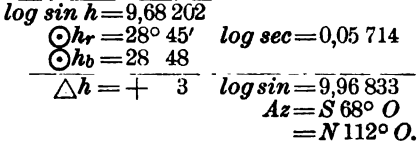
⊙ δ 9. III. = — 4° 32,9′
Änd. f. 1h = + 0,98′
Änd. f. — 0,8 = — 0,8
⊙ δ = — 4 33,7

Ztgl. 9. III. = + 10m 45s
Änd. f. 1h = — 0,6s
Änd. f. — 0,8 = + 0
Ztgl. = + 10 45

⊙ h_a = 28° 37,0′
J. V. = + 2,2
⊙ h_g = 28 39,2
G. V. = + 8,6
⊙ h_w = 28 47,8
= 28 48

$$\sin^2 {}^1\!/_2\, x = \sin^2 {}^1\!/_2\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta),\quad \sin h = \cos(\varphi - \delta)\cdot \cos x,$$
$$\sin Az = -\cos\delta \cdot \sin t \cdot \sec h.$$

$t_ö$ = 3h 39m 23s $\log\sin^2 {}^1\!/_2 t$ = 9,32 662 $\log\sin$ = 9,91 257 n
φ = + 26° 0′ $\log\cos$ = 9,95 366
δ = — 4 34 $\log\cos$ = 9,99 862 $\log\cos$ = 9,99 862
$\varphi - \delta$ = + 30 34 $\log\sec$ = 0,06 498 $\log\cos$ = 9,93 502
$\log\sin^2 {}^1\!/_2 x$ = 9,34 388 $\log\cos$ = 9,74 700

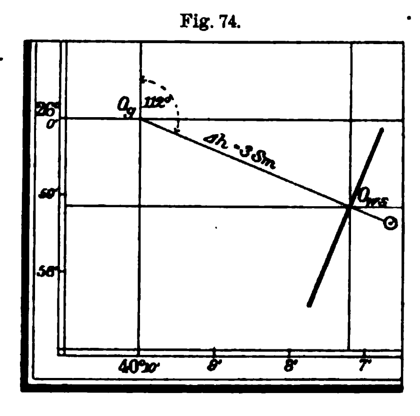

$\log\sin h$ = 9,68 202
⊙ h_r = 28° 45′ $\log\sec$ = 0,05 714
⊙ h_b = 28 48
$\triangle h$ = + 3 $\log\sin$ = 9,96 833
Az = S 68° O
= N 112° O.

Durch Zeichnung

wird der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws}) gefunden auf

25° 59′ N und 40° 7′ W (Fig. 74).

Fig. 74.



Berechnung:

Der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws}) liegt näher dem Projektionspunkt als der gegißte Besteckpunkt (O_g), daher ist $\triangle h$ in der Richtung auf das Gestirn zu abzutragen.

Kurs = S 68° O rw. Entf. = 3 Sm
Br-U = 1,1′ S Abw = 2,8 Sm
Lg-U = 3,1′ O.

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt daher auf:

25° 59′ N und 40° 7′ W.

Bei Mond-, Planeten- und Fixsternbeobachtungen.

2. Am 3. Februar 1904 wurde auf etwa 25° 28′ N und 64° 50′ W beobachtet: ☾ $h_a = 20° 24{,}0'$, J. V. = + 0,3′, Ah. = 8 m, ungefähre Ortszeit = 6h V.M., U = 11h 41m 44s, I — U = — 0h 48m 28s, m. Gr. Zt. — I = — 0h 7m 58s.



U = 11h 41m 44s	m. ⊙α 2. II. = 20h 45m 3s	☾r 2. II. 12h = 16′ 44″	
I − U = − 48 28	Ä. f. m. Gr. Zt. = + 3 44	Änd. f. 12h = − 4″	
I = 10 53 16	m ⊙ α = 20 48 47	Verb. = $\frac{-4'' \times 11}{12}$ = − 4	
m. Gr. Zt. − I = − 7 58		☾ r = 16 40	
m. Gr. Zt. = 10 45 18	☾α 2. II. 22h = 10h 34m 55s		
= 22 45 18 2. II.	Änd. f. 1m = + 2,43s	☾ h_a = 20° 24,0′	
	Änd. f. 45,3 = + 1 50	J. V. = + 0,3	
m. ⊙ α = 20 48 47	☾ α = 10 36 45	☾ h_g = 20 24,3	
Fp. Gr. Zt. = 19 34 5			
☾ α = 10 36 45	☾δ 2. II. 22h = + 6° 59,3′	G.V. 20° u. 16′ 40″ = + 65,7′	
☾ t_{Gr} = 8 57 20	Änd. f. 1m = − 0,184′	Prop. Teile f. 0,4° = − 0,1	= + 66,2
λ_g = 4 19 20 W	Änd. f. 45,3 = − 8,3	Z.V. f. 8m Ah. = + 0,6	
☾ t_g = 4 38 0	☾ δ = + 6 51,0	☾ h_w = 21 30,5	
		= 21 30	

$$\sin^2 {}^1/_2\, x = \sin^2 {}^1/_2\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

t = 4h 38m 0s	log sin² ½ t = 9,51 174		
φ = + 25° 28′	log cos = 9,95 561		
δ = + 6 51	log cos = 9,99 689		
φ − δ = + 18 37	log sec = 0,02 334	log cos = 9,97 666	
	log sin² ½ x = 9,48 758	log cos = 9,58 588	
		log sin h = 9,56 254	
		h_r = 21° 25′	
		h_b = 21 30	
		△h = + 5	

Nach N. T. 16 ist:

a = + 0,17
b = − 0,13
a + b = c = + 0,04
Az = S 88° W

Berechnung.

Der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws}) liegt in der Richtung nach dem Gestirn hin, da △h positiv ist.

Kurs = S 88° W
Entfernung = 5 Sm.

Br-U = 0,2′ S
Abw = 5,0 Sm
Lg-U = 5,5′ W.

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt auf:
25° 28′ N und 64° 56′ W.

Fig. 75.

Durch Zeichnung

wird der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws}) gefunden auf:

25° 28′ N und 64° 56′ W (Fig. 75).

3. In der Nacht vom 1. zum 2. Juni 1905 wurde auf ungefähr 25° 23′ N-Br. und 139° 55′ O-Lg. zur Standlinie beobachtet: ♄ h_a = 42° 0,0′ in südöstlicher Richtung, J. V. = − 0,3′, Ah. = 8 m, U = 7h 14m 18s, I − U = − 48m 28s, m. Gr. Zt. − I = − 7m 59s.

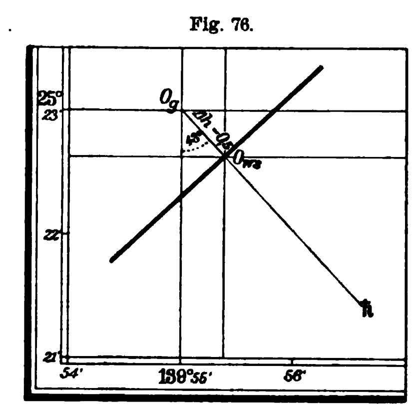
U = 7h 14m 18s	m. ⊙α 1. VI. = 4h 37m 12s	♄ h_a = 42° 0,0′
I − U = − 48 28	Änd. f. m. Gr. Zt. = + 1 2	J. V. = − 0.3
I = 6 25 50	m. ⊙ α = 4 38 14	♄ h_g = 41 59,7
m. Gr. Zt. − I = − 7 59		G. V. = − 6,2
m. Gr. Zt. = 6 17 51 1. VI.	♄α 1. VI. = 22h 21m 1s	♄ h_w = 41 53,5
m. ⊙ α = 4 38 14	Änd. f. 1h = + 0,2s	
Fp. Gr. Zt. = 10 56 5	Änd. f. + 6,3 = + 1	
= 34 56 5	♄ α = 22 21 2	
♄ α = 22 21 2		
♄ $t_{Gr.}$ = 12 35 3	♄δ 1. VI. = − 11° 48,8′	
Lg. i. Zt. = 9 19 40 O	Änd. f. 1h = + 0,01′	
♄ t_g = 21 54 43	Änd. f. + 6.3 = + 0,1	
	♄ δ = − 11 48,7	

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

♄ $t_\delta = 2^h\,5^m\,17^s$	$\log \sin^2 {}^1/_2 t = 8{,}86\,241$		
$\varphi = +25°\,23'$	$\log \cos = 9{,}95\,591$		
$\delta = -11\;\;49$	$\log \cos = 9{,}99\,070$		
$\varphi - \delta = +37\;\;12$	$\log \sec = 0{,}09\,880$	$\log \cos = 9{,}90\,120$	
	$\log \sin^2 {}^1/_2 x = 8{,}90\,782$	$\log \cos = 9{,}92\,335$	
		$\log \sin h = 9{,}82\,455$	
		$h_r = 41°\,53'$	
		$h_b = 41\;\;53{,}5$	
		$\triangle h = \;\;+0{,}5$	

Nach Ebsens Tafeln:
$Az = N\,137°\,O$
$\;\;\;\;= S\;\;43\;\;O.$

Fig. 76.



Berechnung.

Der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws}) liegt in der Richtung nach dem Gestirn hin, da $\triangle h$ positiv ist.

Kurs $= S\,43°\,O$ Entf. $= 0{,}5$ Sm

Br-U $= 0{,}4'\,S$ Abw $= 0{,}3$ Sm
Lg-U $= 0{,}3'\,O$.

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt auf:
25° 22,6′ *N* und 139° 55,3′ *O*.

Durch Zeichnung

wird der wahrscheinliche Schiffsort gefunden auf:
25° 22,6′ *N* und 139° 55,3′ *O* (Fig. 76).

3. In der Nacht vom 1. zum 2. März 1904 wurde auf etwa 5° 15′ *S*-Br. und 45° 15′ *O*-Lg. zur Standlinie beobachtet: α Argus (Canopus) $h_a = 24°\,14{,}3'$, J. V. $= +0{,}3'$, Ah. $= 6$ m, $U = 4^h\,21^m\,46^s$, $I - U = +2^h\,57^m\,58^s$, m. Gr. Zt. — I $= +1^h\,7^m\,56^s$.

U $= 4^h\,21^m\,46^s$		m. ☉ α 1. III. $= 22^h\,35^m\,27^s$		✱ $h_a = 24°\,14{,}3'$
I — U $= +2\;\;57\;\;58$		Änd. f. m. Gr. Zt. $= \;+1\;\;23$		J. V. $= \;+0{,}3$
I $= 7\;\;19\;\;44$		m. ☉ $\alpha = 22\;\;36\;\;50$		✱ $h_g = 24\;\;14{,}6$
m. Gr. Zt. — I $= +1\;\;7\;\;56$				G. V. $= \;-6{,}6$
m. Gr. Zt. $= 8\;\;27\;\;40$	1. III.	✱ α 1. III. $= 6^h\,21^m\,50^s$		✱ $h_w = 24\;\;8{,}0$
m. ☉ $\alpha = 22\;\;36\;\;50$		✱ δ 1. III. $= -52°\,39{,}0'$		
Fp. Gr. Zt. $= 31\;\;4\;\;30$				
$= 7\;\;4\;\;30$				
✱ $\alpha = 6\;\;21\;\;50$				
✱ $t_{Gr.} = 0\;\;42\;\;40$				
Lg. i. Zt. $= 3\;\;1\;\;0\,O$				
✱ $t_g = 3\;\;43\;\;40$				

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot \cos x,$$
$$\sin Az = -\sin t \cdot \cos \delta \cdot \sec h.$$

$t_w = 3^h\,43^m\,40^s$	$\log \sin^2 \tfrac{1}{2}t = 9{,}34\,203$		$\log \sin = 9{,}918$
$\varphi = -\ 5^\circ\,15'$	$\log \cos = 9{,}99\,817$		
$\delta = -52\ \ 39$	$\log \cos = 9{,}78\,296$		$\log \cos = 9{,}783$
$\varphi - \delta = +47\ \ 24$	$\log \sec = 0{,}16\,949$	$\log \cos = 9{,}83\,051$	
	$\log \sin^2 \tfrac{1}{2}x = 9{,}29\,265$	$\log \cos = 9{,}78\,362$	
		$\log \sin h = 9{,}61\,413$	
		$h_r = 24^\circ\,17'$	$\log \sec = 0{,}040$
		$h_b = 24\ \ 8$	$\log \sin = 9{,}741\,n$
		$\triangle h = \ \ -9$	$Az = S\,33^\circ\,W.$

Berechnung.

Der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws}) liegt in der dem Azimut des Gestirns entgegengesetzten Richtung, da $\triangle h$ negativ ist.

Kurs $= N\,33^\circ\,O$ Entf. $= 9$ Sm

Br-U $= 7{,}5'\,N$ Abw $= 5{,}0$ Sm

Lg-U $= 5{,}0'\,O.$

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt auf:

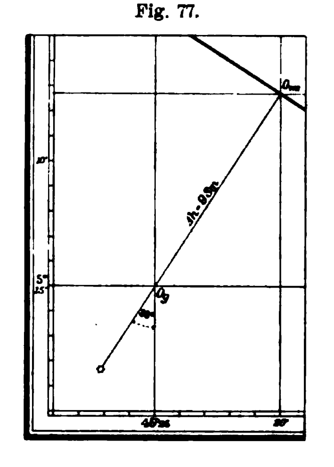
5° 7′ *S* und 45° 20′ *O.*

Durch Zeichnung

findet man den wahrscheinlichen Schiffsort (O_{ws}) auf:

5° 7′ *S* und 45° 20′ *O* (Fig. 77).

Fig. 77.



B. Längen- und Breitenmethode.

§ 158. Es ist bereits in § 155 auseinandergesetzt, daß man zweckmäßigerweise die Längenmethode anwendet, wenn das Azimut des Gestirns zwischen 45° und 135° oder zwischen 225° und 315° liegt, und die Breitenmethode, wenn es zwischen 135° und 225° oder zwischen 315° und 45° liegt. Jedoch braucht man sich nicht streng an diese Grenzfestsetzung zu halten und kann die bequemere Längenmethode bis zu einem Azimut-Abstand von etwa 25° vom Meridian anwenden.

Für die Beobachtung ergibt sich daraus noch folgendes:

Hat man aus irgend einem Grunde Veranlassung, einer der Koordinaten des gegißten Bestecks größere Zuverlässigkeit beizumessen als der anderen, so sucht man sich zur Höhenmessung ein Gestirn aus, das sich in einer solchen Stellung befindet, daß das unzuverlässige Element die zu berechnende Koordinate des Bestimmungspunktes wird.

Ist man z. B. seiner Breite ziemlich sicher, während die Länge zweifelhaft ist, so beobachtet man ein Gestirn nahe dem Ersten Vertikal, um die Längenmethode anwenden zu können; ist dagegen die Länge sicherer als die Breite, so wählt man ein Gestirn möglichst in der Nähe des Meridians.

Ferner ist über den Einfluß von Fehlern des gegißten Bestecks folgende Regel zu merken:

Stand das beobachtete Gestirn im Meridian, so hat ein Fehler in der Länge keinen Einfluß auf die aus der Beobachtung sich ergebende Breite.

Stand das beobachtete Gestirn im Ersten Vertikal, so hat ein Fehler in der Breite keinen Einfluß auf die aus der Beobachtung sich ergebende Länge.

I. Die Längenmethode.

a. Formeln und Genauigkeit.

§ 159. Bei der Längenmethode wird gesucht die Länge des Schnittpunktes des gegißten Breitenparallels mit der Höhengleiche; die Unterlagen der Rechnung sind daher die gegißte Breite (φ_g), die Abweichung des Gestirns (δ) und seine beobachtete wahre Höhe (h_w) oder ihr Komplement (z_w).

Zunächst wird der Stundenwinkel des Gestirns im Bestimmungspunkt berechnet, am zweckmäßigsten nach den Gleichungen (§ 117):

$$1.\quad \begin{cases} u = \varphi_g - \delta, \\ \sin^2 \frac{t_r}{2} = \sin {}^1/_2 (z_w + u) \cdot \sin {}^1/_2 (z_w - u) \cdot \sec \varphi_g \cdot \sec \delta. \end{cases}$$

Bei der Bestimmung des Quadranten von t_r ist einige Vorsicht nötig; er ergibt sich aus der Stellung des Gestirns östlich oder westlich vom Meridian. Stand es östlich, so ist das gefundene t_r mit dem Minuszeichen zu versehen oder von 24^h abzuziehen.

Aus dem Stundenwinkel findet man die mittlere Ortszeit nach einer der beiden Gleichungen (§ 112):

$$2.\quad \begin{cases} \text{m. O. Zt.} = t_r + \text{Ztgl.} & \text{bei der Sonne,} \\ \text{m. O. Zt.} = t_r + \bigstar\alpha - \text{m.}\odot\alpha & \text{bei den anderen Gestirnen.} \end{cases}$$

Der Unterschied der Orts-Zeit und der Greenwich-Zeit endlich ist die gesuchte Länge des Bestimmungspunktes nach den Gleichungen (§ 56):

$$3.\quad \begin{cases} \lambda_r = \text{m. Gr. Zt.} - \text{m. O. Zt.} & \text{gibt westliche Längen,} \\ \lambda_r = \text{m. O. Zt.} - \text{m. Gr. Zt.} & \text{gibt östliche Längen.} \end{cases}$$

Die Breite des Bestimmungspunktes ist gleich der gegißten Breite.

Das Azimut erhält man entweder aus den Azimuttafeln oder durch Berechnung nach der Formel (§ 130):

$$4.\quad \sin Az = -\sin t \cdot \cos \delta \cdot \sec h.$$

[Beachte hier besonders die Genauigkeitsregeln für die Azimutberechnung (§ 156).]



Durch den in der Karte abgesetzten Bestimmungspunkt wird die Standlinie in der Richtung $Az \pm 90°$ gezogen und vom gegißten Ort auf die Standlinie das Lot gefällt, sein Fußpunkt ist der wahrscheinliche Schiffsort.

Eine Vereinfachung kann man dadurch erzielen, daß man die Längen immer westlich von 0° bis 360° zählt. Dann ist stets die erste Gleichung von 3. anzuwenden und man hat keinerlei Vorzeichenregeln zu beachten.

Über die bei der Rechnung einzuhaltende Genauigkeit gelten dieselben Regeln wie bei der Höhenmethode (§ 156).

b. Der Gang des Verfahrens.

§ 160. 1. bis 3. Wie bei der Höhenmethode (§ 157).

4. Entnimm die gegißte Breite des Beobachtungsortes aus der Karte oder der Logrechnung.

5. Berechne den Gestirnsstundenwinkel am Bestimmungspunkt nach Gleichung 1.

6. Berechne die mittlere Ortszeit im Bestimmungspunkt nach Gleichung 2.

7. Bilde die Länge des Bestimmungspunktes als Unterschied der mittleren Zeiten in Greenwich und im Bestimmungspunkt nach Gleichung 3.

8. Bestimme das Azimut des Gestirns im Bestimmungspunkt nach Gleichung 4 oder der Azimuttafel.

9. Setze den Bestimmungspunkt in der Karte ab.

10. Ziehe die Standlinie durch den Bestimmungspunkt senkrecht zur Azimutrichtung.

11. Fälle vom gegißten Ort das Lot auf die Standlinie; sein Fußpunkt ist der wahrscheinliche Schiffsort.

Beispiele.

Bei Sonnenbeobachtungen.

1. Am 8. März 1904 nachmittags ist zur Bestimmung der Standlinie beobachtet worden: ⊙ $h_a = 28° 34,1'$, J. V. = + 2,6′, Ah. = 10 m, U = $8^h 21^m 3^s$, I — U = — $1^h 43^m 50^s$, m. Gr. Zt. — I = — $0^h 31^m 27^s$, gegißtes Besteck: $\varphi_g = 26° 0' N$, $\lambda_g = 34° 0' W$, Lufttemperatur = 25,6° C., Wassertemperatur = 27,2° C.

U = $8^h 21^m 3^s$	⊙ δ 8. III. = — 4° 56,3′	⊙ h_a = 28° 34,1′
I — U = — 1 43 50	Änd. f. 1^h = + 0,98′	J.V. = + 2,6
I = 6 37 13	„ „ + 6,1 = + 6,0	⊙ h_g = 28 36,7
m.Gr.Zt. — I = — 0 31 27	⊙ δ = — 4 50,3	$v_\triangle$ = — 0,6′ } = + 8,0
m. Gr. Zt. = 6 5 46		G. V. = + 8,6 }
8. III.	Ztgl. 8. III. = + $11^m 0^s$	⊖ h_w = 28 44,7
Luft = 25,6°	Änd. f. 1^h = — $0,6^s$	= 28 45
Wasser = 27,2	„ „ + 6,1 = — 4	z_w = 61 15
△ = 1,6	Ztgl. = + 10 56	
Luft kälter		

$$u = \varphi - \delta,\ sin^2\ {}^1/_2\, t = sin\ {}^1/_2\,(z + u) \cdot sin\ {}^1/_2\,(z - u) \cdot sec\,\varphi \cdot sec\,\delta.$$

$\varphi = +\,26°\ \ 0'$	$log\ sec = 0{,}04\,634$	
$\delta = -\ \ 4\ \ 50$	$log\ sec = 0{,}00\,155$	
$u = +\,30\ \ 50$		
$z = \ \ 61\ \ 15$		
$z + u = \ \ 92\ \ \ 5$		
${}^1/_2\,(z + u) = \ \ 46\ \ \ 2$	$log\ sin = 9{,}85\,718$	
${}^1/_2\,(z - u) = \ \ 15\ \ 13$	$log\ sin = 9{,}41\,908$	
	$log\ sin^2\ {}^1/_2\,t = 9{,}32\,415$	
Da ⊙ westl. stand,	$t = 3^h\ 38^m\ 44^s$	
	Ztgl. $= +\,10\ \ 56$	
	m. O. Zt. $= 3\ \ 49\ \ 40$	
	m. Gr. Zt. $= 6\ \ \ 5\ \ 46$	
	$\lambda_r = 2\ \ 16\ \ \ 6\ W$	
	$= 34°\ 2'\ W.$	

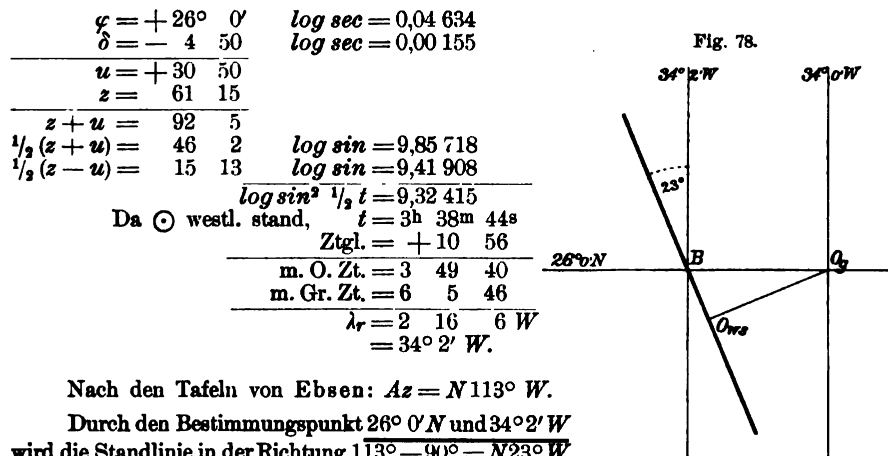


Fig. 78.

Nach den Tafeln von **Ebsen**: $Az = N\,113°\ W.$

Durch den Bestimmungspunkt 26° 0′ N und 34° 2′ W wird die Standlinie in der Richtung 113° — 90° = $N\,23°\ W$ gelegt und vom gegißten Ort (O_g) das Lot darauf gefällt, dessen Fußpunkt der wahrscheinliche Schiffsort (O_{ws} Fig. 78) ist.

Bei Mond-, Planeten- und Fixsternbeobachtungen.

2. Am 18. Dezember 1904 wurde in ungefähr 54° 40′ N-Br. und 33° 20′ W-Lg. beobachtet: ☾ $h_a = 25°\ 40{,}5'$ östlich vom Meridian, J. V. $= +\,0{,}5'$, Ah. = 8 m, U $= 8^h\ 12^m\ 23^s$, I — U $= -\,0^h\ 11^m\ 15^s$, m. Gr. Zt. — I $= -\,0^h\ 56^m\ 40^s$, Lufttemperatur $= +\,3{,}5°$ C., Wassertemperatur $= +\,6°$ C.

U $= 8^h\ 12^m\ 23^s$	
I — U $= -\ \ 11\ \ 15$	
I $= 8\ \ \ 1\ \ \ 8$	
m. Gr. Zt. — I $= -\ \ 56\ \ 40$	
m. Gr. Zt. $= 7\ \ \ 4\ \ 28$	
$= 7{,}1^h$ 18. XII.	

m. ⊙ α 18. XII. $= 17^h\ 46^m\ 40^s$	
Änd. f. $1^h = +\,9{,}86^s$	
„ „ $+\,7{,}1 = +\ \ 1\ \ 10$	
m. ⊙ $\alpha = 17\ \ 47\ \ 50$	

☾ $h_a = 25°\ 40{,}5'$		
J. V. $= \ \ +\,0{,}5$		
☾ $h_g = \ \ 25\ 41{,}0$		
$v\Delta = -\ \ 1{,}0'$		
G. V. 25° u. 15′ 0″ $= +\,57{,}0$		
Prop.-Teile f. 0,7° $= -\ \ 0{,}2$	$= +\ \ 56{,}9$	
Prop.-Teile f. 6″ $= +\ \ 0{,}5$		
Z. V. f. 8 m Ah. $= +\ \ 0{,}6$		
☾ $h_w = 26\ \ 37{,}9$		
$= 26\ \ 38$		
$z_w = 63\ \ 22$		

Luft $= +\,3{,}5°$	
Wasser $= +\,6$	
$\Delta = \ \ 2{,}5$	
Luft kälter	

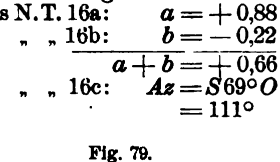
☾ α 18. XII. $7^h = \ \ 2^h\ 31^m\ 37^s$	
Änd. f. $1^m = +\,2{,}02^s$	
„ „ $+\,4{,}5 = \ \ +\ \ 9$	
☾ $\alpha = \ \ 2\ \ 31\ \ 46$	

☾ r 18. XII. $0^h = 15'\ 3''$	
Änd. f. $12^h = +\,5''$	
Verb. $= \dfrac{5'' \times 7{,}1}{12} = +\ \ 3$	
☾ $r = 15\ \ 6$	

☾ δ 18. XII. $7^h = +\,10°\ 30{,}7'$	
Änd. f. $1^m = +\,0{,}138'$	
„ „ $+\,4{,}5 = \ \ +\ \ 0{,}6$	
☾ $\delta = +\,10\ \ 31{,}3$	

$$u = \varphi - \delta.\ sin^2\ {}^1/_2\,t = sin\ {}^1/_2\,(z + u) \cdot sin\ {}^1/_2\,(z - u) \cdot sec\,\varphi \cdot sec\,\delta.$$

$\varphi = +54^\circ\ 40'$	$\log sec = 0{,}23\,782$	
$\delta = +10\ \ 31$	$\log sec = 0{,}00\,736$	
$u = +44\ \ 9$		
$z = 63\ \ 22$		
$z + u = 107\ \ 31$		
$^1/_2\,(z+u) = 53\ \ 46$	$\log sin = 9{,}90\,667$	
$^1/_2\,(z-u) = 9\ \ 37$	$\log sin = 9{,}22\,286$	
	$\log sin^2\ ^1/_2 t = 9{,}37\,471$	



Mit flüchtigem Einschalten
aus N.T. 16a: $a = +0{,}88$
„ „ „ 16b: $b = -0{,}22$
$a + b = +0{,}66$
„ „ „ 16c: $Az = S\,69^\circ\,O$
$= 111^\circ$

☾ $t_ö$ =	3h 53m 4s
☾ t_w =	20 6 56
☾ α =	2 31 46
Fp. O. Zt. =	22 38 42
m. ⊙ α =	17 47 50
m. O. Zt. =	4 50 52
m. Gr. Zt. =	7 4 28
λ_r =	2 13 36 W
	= 33° 24′ W.

Fig. 79.

Durch den Bestimmungspunkt 54° 40′ N und 33° 24′ W wird die Standlinie im Azimut 111° — 90° = 21° gezogen und vom gegißten Ort das Lot darauf gefällt (Fig. 79).

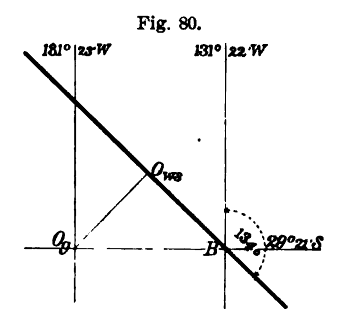
3. Am 28. Dezember 1904 morgens ist auf etwa 29° 21′ S und 131° 23′ W im SW-Quadranten beobachtet: α Argus (Canopus) $h_a = 36^\circ\ 45{,}2'$, J. V. $= +1{,}5'$, Ah. $= 4{,}5$ m, U $= 2^h\,18^m\,53^s$, I — U $= -1^h\,9^m\,47^s$, m. Gr. Zt. — I $= -0^h\,0^m\,41^s$.

U = 2h 18m 53s	m. ⊙ α 28. XII. = 18h 26m 6s	✶ h_a = 36° 45,2′
I — U = — 1 9 47	Änd. f. m. Gr. Zt. = + 0 11	J. V. = + 1,5
I = 1 9 6	m. ⊙ α = 18 26 17	✶ h_g = 36 46,7
m. Gr. Zt. — I = — 0 0 41		G. V. = — 5,2
m. Gr. Zt. = 1 8 25	✶ α 28. XII. = 6h 21m 53s	✶ h_w = 36 41,5
28. XII.	✶ δ 28. XII. = — 52° 38,8′	= 36 42
		z_w = 53 18

$$u = \varphi - \delta,\ sin^2\ ^1/_2\, t = sin\ ^1/_2\,(z+u) \cdot sin\ ^1/_2\,(z-u) \cdot sec\,\varphi \cdot sec\,\delta,$$
$$sin\,Az = -\cos\delta \cdot cosec\,z \cdot sin\,t.$$

$\varphi = -29^\circ\ 21'$	$\log sec = 0{,}05\,966$	
$\delta = -52\ \ 39$	$\log sec = 0{,}21\,704$	$\log cos = 9{,}783$
$u = +23\ \ 18$		
$z = 53\ \ 18$		$\log cosec = 0{,}096$
$z + u = 76\ \ 36$		
$^1/_2\,(z+u) = 38\ \ 18$	$\log sin = 9{,}79\,224$	
$^1/_2\,(z-u) = 15\ \ 0$	$\log sin = 9{,}41\,300$	
	$\log sin^2\ ^1/_2 t = 9{,}48\,194$	
	✶ t_w = 4h 27m 20s	$\log sin = 9{,}963$
	✶ α = 6 21 53	$\log sin\,Az = 9{,}842\ n$
	Fp. O. Zt. = 10 49 13	$Az = S\ 44^\circ\ W$
	= 34 49 13	$= 224^\circ$
	m. ⊙ α = 18 26 17	
	m. O. Zt. = 16 22 56 27. XII.	
	m. Gr. Zt. = 1 8 25 28. XII.	
	λ_r = 8 45 29 W	
	= 131° 22′ W.	

Fig. 80.



Durch den Bestimmungspunkt 29° 21′ *S* und 131° 22′ *W* wird die Standlinie im Azimut 224° — 90° = 134° gezogen und vom gegißten Ort das Lot darauf gefällt (Fig. 80).

II. Die Breitenmethode.

Auch Außen-Meridianbreite genannt.

a. Formeln und Genauigkeit.

§ 161. Gesucht wird bei dieser Methode die Breite des Bestimmungspunktes, der der Schnittpunkt des gegißten Meridians mit der Höhengleiche ist. Gegeben ist daher die gegißte Länge (λ_g), die Abweichung des Gestirns (δ) und seine beobachtete wahre Höhe (h_w).

Zunächst wird wie bei der Höhenmethode der Stundenwinkel des Gestirns am gegißten Orte (t_g) aus seinem Stundenwinkel in Greenwich und der Länge nach der Gleichung

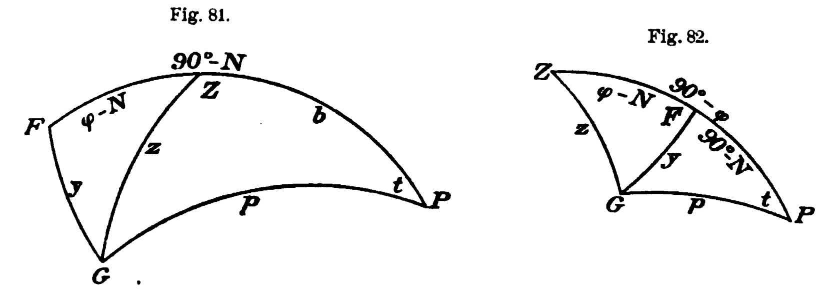
$$1. \begin{cases} t_g = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.} \mp \lambda_g & \text{für die Sonne,} \\ t_g = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.} \odot \alpha - \bigstar \alpha \mp \lambda_g & \text{für die anderen Gestirne} \end{cases}$$

berechnet (— für westl., + für östl. Länge).

Zur Berechnung der Breite des Bestimmungspunktes ist jedoch in § 115 keine rechnerisch einfache Formel zu finden, sodaß die beiden Hilfsgrößen N und y folgendermaßen eingeführt werden:

Man zerlege das Poldreieck durch ein vom Gestirn (G) aus (Fig. 81 und 82) auf den oberen Meridian oder, was dasselbe ist,

Fig. 81. Fig. 82.



auf die Seite $b = 90° - \varphi$ gefälltes Lot ($GF = y$) in die beiden rechtwinkligen Dreiecke PGF und ZGF und setze $PF = 90° - N$. Dann ist N der Abstand des Fußpunktes (F) dieses Lotes vom Äquator oder seine Abweichung. Der Wert von N liegt daher stets zwischen

0° und 90° und ist positiv, wenn F nördlich vom Äquator, negativ, wenn F südlich davon liegt.

Nun ist im rechtwinkligen Dreieck PGF:

$$\cos t = \operatorname{cotg} N \cdot \operatorname{cotg} p$$

oder

$$2. \quad \mathbf{cotg\, N = cos\, t \cdot cotg\, \delta.}$$

Dies ist die Bestimmungsgleichung für N mit der Maßgabe, daß N zwischen 0° und 90° liegen muß. Das Vorzeichen ergibt sich aus der Gleichung. (N ist mit δ gleichnamig, wenn $t < 6^h$, ungleichnamig, wenn $t > 6^h$ ist.)

Ferner ist im Dreieck PGF:

$$\cos y = \sin \delta \cdot \operatorname{cosec} N$$

und im Dreieck ZGF:

$$\cos z = \cos y \cdot \cos ZF.$$

Liegt F südlich vom Zenit (Fig. 81), so ist $ZF = \varphi - N$; liegt F nördlich vom Zenit (Fig. 82), so ist $ZF = N - \varphi$. Da aber $\cos (N - \varphi) = \cos (\varphi - N)$ ist, so geht die Formel allgemein über in:

$$\cos z = \cos y \cdot \cos (\varphi - N)$$

oder

$$\sin h = \sin \delta \cdot \operatorname{cosec} N \cdot \cos (\varphi - N),$$

daher ist

$$3. \quad \mathbf{cos\, (\varphi - N) = sin\, h \cdot sin\, N \cdot cosec\, \delta.}$$

Diese Formel liefert ein ungenaues Ergebnis bei kleinen Werten von δ, da alsdann $\operatorname{cosec} \delta$ sehr groß und $\sin N$ sehr klein wird, sodaß kleine Ungenauigkeiten von δ und N merkliche Fehler von $\varphi - N$ zur Folge haben. Für $\delta = 0$ wird auch $N = 0$ und Formel 3 unbestimmt.

Daher wird im Falle eines kleinen δ, etwa für $\delta < 30°$, die Gleichung umgewandelt.

Man schreibe Formel 2 in folgender Weise:

$$\frac{\cos N}{\sin N} = \frac{\cos t \cdot \cos \delta}{\sin \delta},$$

dann ist

$$\sin N = \frac{\cos N \cdot \sin \delta}{\cos t \cdot \cos \delta}.$$

Dies in 3 eingesetzt, gibt:

$$3a. \quad \mathbf{cos\, (\varphi - N) = sin\, h \cdot cos\, N \cdot sec\, t \cdot sec\, \delta.}$$

Die Gleichungen 3 oder 3a liefern zwei Werte für $\varphi - N$, nämlich einen positiven und einen negativen, da die Bestimmung aus dem Cosinus erfolgt.

Die Breite ist aus jedem der beiden Werte nach der Gleichung

$$4. \quad \boldsymbol{\varphi = N + (\varphi - N)}$$



zu berechnen. Man bekommt daher zwei Werte φ_1 und φ_2, von denen derjenige die Breite φ_r des Bestimmungspunktes ist, der dem gegißten Besteck am nächsten liegt.

Die Länge des Bestimmungspunktes ist die gegißte Länge.

Das Azimut findet man aus Azimuttafeln oder durch Berechnung nach der Formel:

$$5.\quad \sin Az \doteq -\sin t \cdot \cos \delta \cdot \sec h.$$

Durch den nach Länge und Breite in der Karte eingezeichneten Bestimmungspunkt wird die Standlinie senkrecht zu dem Azimut gezogen und, falls man auch den wahrscheinlichen Schiffsort haben will, vom gegißten Punkte das Lot auf die Standlinie gefällt.

Die Bestimmung von $\varphi - N$ wird ungenau, wenn N nahe gleich φ wird, oder, wenn das Gestirn nahe am Zenit beobachtet worden ist.

In diesem Falle wird aber die Berechnung der Standlinie besser durch die Zeichnung der Höhengleiche (§§ 175 bis 177) ersetzt, sodaß die Einführung einer Formel für diesen Fall nicht nötig ist.

Wenn man Nord-Breite und Abweichung immer positiv, Süd-Breite und Abweichung immer negativ setzt, so braucht man keinerlei Zeichenregeln über gleichnamig und ungleichnamig, oberen Pol und unteren Pol zu beachten, da die Formeln dann immer das richtige Vorzeichen von selbst ergeben.

In bezug auf die bei der Rechnung notwendige Genauigkeit gelten die bei der Höhenmethode aufgestellten Regeln.

b. Der Gang des Verfahrens.

§ 162. 1. bis 3. Wie bei der Höhenmethode (§ 157).

4. Entnimm die gegißte Länge des Beobachtungsortes der Karte oder der Logrechnung.

5. Berechne den Gestirnsstundenwinkel im gegißten Ort nach Gleichung 1.

6. Bestimme den Hilfswinkel N nach Gleichung 2.

7. Berechne $(\varphi - N)$ nach Gleichung 3, wenn $\delta \geqq 30°$, nach Gleichung 3a, wenn $\delta < 30°$ ist.

8. Berechne zwei Werte von φ nach Gleichung 4 (mit dem positiven und dem negativen Wert von $\varphi - N$).

9. Entscheide, welches der beiden φ die Breite des Bestimmungspunktes (φ_r) ist. (Das der gegißten Breite am nächsten liegende φ ist φ_r.)

10. Ermittle das Azimut des Gestirns nach Gleichung 5 oder der Azimuttafel.

11. Setze den Bestimmungspunkt in der Karte ab.

12. Ziehe die Standlinie durch den Bestimmungspunkt in der Richtung $Az \pm 90°$.

13. Fälle vom gegißten Besteckpunkt ein Lot auf die Standlinie, sein Fußpunkt ist das wahrscheinliche Besteck.



Beispiele.

Bei Sonnenbeobachtungen.

1. Am 30. Mai 1904 nachmittags wurde auf etwa 1° 24′ *N*-Br. und 167° 11,5′ *O*-Lg. zur Bestimmung der Standlinie beobachtet: ⊙ h_a = 66° 53,6′, J. V. = — 3,0′, Ah. = 7 m, U = 1h 29m 22s, I — U = + 0h 2m 8s, m. Gr. Zt. — I = + 0h 1m 11s, Lufttemperatur = 28,5°, Wasseroberflächentemperatur = 22° C.

U =	1h	29m	22s
I — U = +		2	8
I =	1	31	30
m. Gr. Zt. — I = +		1	11
m. Gr. Zt. =	1	32	41
V. M. 30. V. =	13	32	41
29. V.			
Ztgl. = —		2	46
w. Gr. Zt. =	13	35	27
λ_g =	11	8	46 *O*
w. O. Zt. =	0	44	13

⊙ δ 30. V. =	+ 21°	44,9′
Änd. f. 1h =	+ 0,38′	
Änd. f. —10,5 = —		4,0
⊙ δ =	+ 21	40,9

Ztgl. 30. V. =	— 2m	43s
Änd. f. 1h =	+ 0,3s	
Änd. f. —10,5 = —		3
Ztgl. =	— 2	46

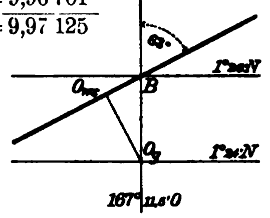
Luftt. =	28,5°
Wassert. =	22
Δ =	6,5
Luft wärmer.	

⊙ h_a =	66°	53,6′
J. V. = —		3,0
⊙ h_g =	66	50,6
v_Δ = + 2,7′; G. V. = + 10,8 } = +		13,5
⊖ h_w =	67	4,1
=	67	4

$$\cot g\, N = \cot g\, \delta \cdot \cos t,$$
$$\cos(\varphi - N) = \sin h \cdot \cos N \cdot \sec t \cdot \sec \delta.$$

⊙ t_g = 0h 44m 13s	*log cos* = 9,99 187	*log sec* = 0,00 813	
h = 67° 4′		*log sin* = 9,96 424	
δ = + 21 41	*log cotg* = 0,40 054	*log sec* = 0,03 187	
N = + 22 3	*log cotg* = 0,39 241	*log cos* = 9,96 701	
φ — *N* = ± 20 37		*log cos* = 9,97 125	
φ = + 1 26			

Fig. 83.



Nach der Tafel von Ebsen ist: *Az* = *N* 27° *W* = 333°. Der Bestimmungspunkt liegt auf 1° 26′ *N*-Br. und 167° 11,5′ *O*-Lg. Durch ihn wird die Standlinie in der Richtung 333° + 90° = 63° gelegt (Fig. 83) und das Lot vom gegißten Schiffsort darauf gefällt.

Bei Mond-, Planeten- und Fixsternbeobachtungen.

2. Am 13. Oktober 1904 N. M. wurde auf 22° 16′ *N* und 153° 0,5′ *O* der Stern α Piscis australis (Fomalhaut) zur Bestimmung der Standlinie beobachtet. Es war ★ h_a = 37° 7,9′, J. V. = — 2,1′, Ah. = 12 m, U = 9h 50m 32s, I — U = + 0h 46m 15s, m. Gr. Zt. — I = + 3m 12s. Es herrschte Windstille, die Lufttemperatur in Augeshöhe betrug 30,5° C., dicht über dem Wasser 28° C.

U =	9h	50m	32s	
I — U = +		46	15	
I =	10	36	47	
m. Gr. Zt. — I = +		3	12	
m. Gr. Zt. =	10	39	59	
V. M.				13. X.
=	22	39	59	12. X.
Lg. i. Zt. =	10	12	2 *O*	
m. O. Zt. =	8	52	1	13. X.
m. ⊙ α =	13	26	14	
Fp. O. Zt. =	22	18	15	
★ α =	22	52	24	
★ *t* =	23	25	51	

m. ⊙ α 12. X. =	13h	22m	31s
Änd. f. 22h 40m =		3	43
m. ⊙ α =	13	26	14

★ α 12. X. = 22h 52m 24s

★ δ 12. X. = — 30° 7,6′

Luftt. in Ah. =	30,5°
„ üb. W. =	28
Δ = +	2,5

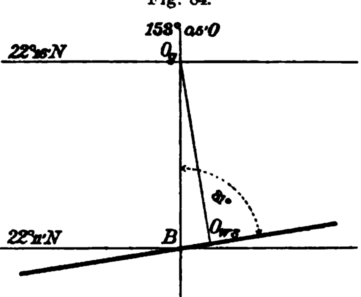
★ h_a =	37°	7,9′
J. V. = —		2,1
★ h_g =	37	5,8
v_Δ = + 4′; G. V. = — 7,5 } = —		3,5
★ h_w =	37	2,3
=	37	2

$$cotg\,N = cotg\,\delta \cdot cos\,t,\quad cos\,(\varphi - N) = sin\,h \cdot cosec\,\delta \cdot sin\,N,$$
$$sin\,Az = -\,sin\,t \cdot sec\,h \cdot cos\,\delta.$$

★ $t_ö = 0^h 34^m 9^s$	$log\,cos = 9{,}99\,517$		$log\,sin = 9{,}171\,n$
★ $h = 37^\circ\ 2'$		$log\,sin = 9{,}77\,980$	$log\,sec = 0{,}098$
$\delta = -30\ \ 8$	$log\,cotg = 0{,}23\,623\,n$	$log\,cosec = 0{,}29\,928\,n$	$log\,cos = 9{,}937$
$N = -30\ \ 25$	$log\,cotg\,N = 0{,}23\,140\,n$	$log\,sin = 9{,}70\,439\,n$	$log\,sin = 9{,}206$
$\varphi - N = \pm 52\ \ 36$		$log\,cos\,(\varphi - N) = 9{,}78\,347$	$Az = S\ 9^\circ\ O$
$\varphi_1 = +22\ \ 11$			$= N\,171\ O$
$\varphi_2 = -83\ \ 1$			
$\varphi_r = +22\ \ 11$ nach gegiß. Br.			

Der Bestimmungspunkt liegt auf 22° 11′ *N*-Br. u. 153° 0,5′ *O*-Lg. Durch ihn wird die Standlinie in der Richtung 171° — 90° = 81° (Fig. 84) gelegt und vom gegißten Ort (O_g) das Lot darauf gefällt. Sein Fußpunkt (O_{ws} Fig. 84) ist der wahrscheinliche Schiffsort.

Fig. 84.



C. Sonderfälle.
Meridian- und Nebenmeridianbreite, Polarsternbreite.

§ 163. Die hier folgenden Methoden sind eigentlich Sonderfälle der Breitenmethode. Sie weichen aber in der Art der Behandlung und der bequemen Anwendbarkeit, sowie dadurch, daß sie auch neben und in Verbindung mit der Höhenmethode mit Vorteil zu benutzen sind, soweit von der Breitenmethode ab, daß ihre gesonderte Behandlung angezeigt erscheint.

I. Die Meridianbreite.

§ 164. Unter diesem Namen versteht man ein kurzes Verfahren zur Bestimmung einer Ortslinie oder einer Standlinie für den wahren Schiffsort, wenn die Höhenmessung in demjenigen Zeitpunkte erfolgt ist, wo das Gestirn durch den Meridian ging oder kulminierte.

Der Zeitpunkt, zu dem in diesem Falle die Höhenmessung vorzunehmen ist, ergibt sich daraus, daß das Gestirn bei der oberen Kulmination seinen höchsten, bei der unteren Kulmination seinen niedrigsten Stand über dem Horizont erreicht (§§ 31 und 32). Man stellt dementsprechend die größte bzw. kleinste Höhe des Gestirns durch Messung fest, indem man seinem Steigen mit dem Winkelmeßinstrument so lange folgt, bis das Gestirn wieder zu fallen beginnt, oder umgekehrt, indem man dem Fallen folgt, bis das Gestirn zu steigen beginnt, und nimmt dann an, daß die betreffende größte bzw. kleinste Höhe im Meridian gemessen wurde. Beim Monde kann man dabei in seltenen, ungünstigen Fällen Fehler begehen, die größer sind als 1′ (§ 125). Will man diese vermeiden,

so ist der Zeitpunkt des Mondmeridiandurchgangs am Beobachtungsort zu errechnen (§ 123) und die Messung zu dem ermittelten Zeitpunkte auszuführen.

Dasselbe ist auch bei der Messung von Meridianhöhen der anderen Gestirne zu tun, wenn die durch die Fahrt des Schiffes bewirkte Ortsveränderung in der Nord-Südrichtung mehr als 13 Sm in der Stunde beträgt, da dann die größte oder kleinste Höhe nicht mehr als Meridianhöhe angesehen werden kann (§ 125).

Will man in einem solchen Falle trotzdem die größte oder kleinste Höhe beobachten, so ist die gemessene Höhe mittels der Formel des § 125 auf den Meridian zu beschicken, oder es muß auch die Beobachtungszeit am Chronometer abgelesen und die Beobachtung als Nebenmeridianbreite (§§ 169 bis 171) behandelt werden.

Um Verwechslungen vorzubeugen, berechnet man die Meridianhöhe des zu beobachtenden Gestirnes voraus (§ 136) und stellt sie am Winkelmeß-Instrument ein.

a. Die Formeln.

§ 165. Die Meridianbreite ist der günstigste Fall der Breitenmethode und ihre Berechnung gestaltet sich viel einfacher als der allgemeine Fall, da sie neben der durch Messung gewonnenen Kenntnis der Meridianhöhe (H) nur die Kenntnis der Abweichung des Gestirns (δ) erfordert. Für Fixsterne kann die Abweichung ohne weiteres dem Nautischen Jahrbuch entnommen werden, für die übrigen zur nautischen Ortsbestimmung verwertbaren Gestirne außer dem Mond genügt zur Berichtigung der Abweichung eine ungefähre Feststellung der mittleren Greenwicher Zeit der Beobachtung mittels des Chronometers oder durch Anwendung der gegißten Länge in Zeit auf die mittlere Ortszeit.

Fig. 85.

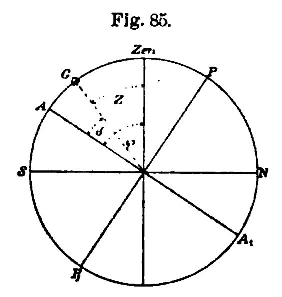
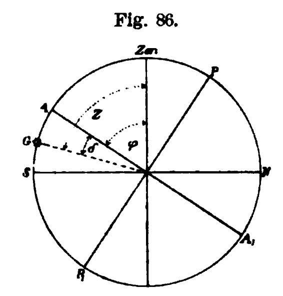


Fig. 86.



Die Meridianbreite gestattet, die Breite des wahren Schiffsortes direkt zu berechnen. Ist Z der Meridianzenitabstand, so ist:

$$1.\quad Z = 90° - H.$$

Ferner, wenn das Gestirn südlich vom Zenit kulminiert (Fig. 85 und 86), ist:

$$\varphi = \delta + Z,$$

wobei zu beachten ist, daß südliche Breite und südliche Abweichung negatives Vorzeichen haben. Steht das Gestirn zwischen Zenit und Nordpol, so ist nach Fig. 87:

$$\varphi = \delta - Z.$$

Ist endlich das Gestirn in unterer Kulmination im Süden, so ist nach Fig. 88:

$$360° + \varphi = (180° - \delta) + Z \text{ oder } \varphi = (180° - \delta) + Z^{*})$$

und im Norden nach Fig. 89:

$$\varphi = (180° - \delta) - Z.$$

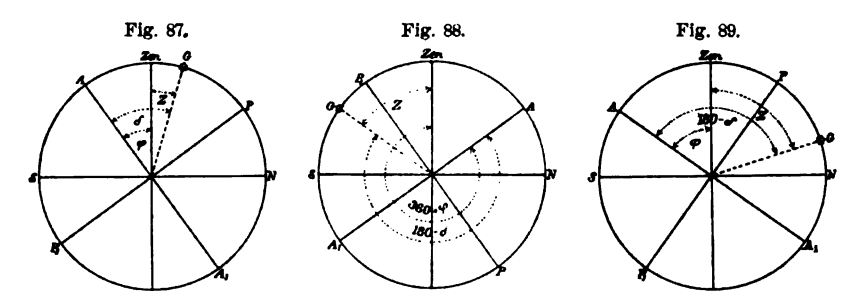


Fig. 87. Fig. 88. Fig. 89.

Zur Vermeidung von Irrtümern ist es zweckmäßig, den Meridianzenitabstand eines Gestirns, das nördlich vom Zenit kulminiert, als negativ zu betrachten und dann immer nach folgenden Gleichungen zu rechnen:

2. bei oberer Kulmination: $\varphi_r = \delta + Z$,

3. bei unterer Kulmination: $\varphi_r = (180° - \delta) + Z$

und dabei die nachstehenden Regeln zu beachten:

1. Der Zenitabstand erhält immer das Vorzeichen +, wenn das Gestirn über dem Südhorizont, das Vorzeichen —, wenn es über dem Nordhorizont beobachtet wurde.

2. Nordbreite und Nordabweichung erhalten stets das Vorzeichen +, Südbreite und Südabweichung stets das Vorzeichen —.

Man erhält dann die Breite stets mit richtigem Vorzeichen, was besonders in der Nähe des Äquators von Wert ist, wenn das gegißte Besteck unsicher ist.

Auf dem Breitenparallel der errechneten Breite muß der wahre Schiffsort liegen. Dieser Breitenparallel ist daher eine Standlinie oder Ortslinie für den gesuchten Ort. Da die Meridiane senkrecht

*) Der Winkel $APG\,Zen$ ist gleich $360° + \varphi$ und nicht etwa gleich $360° - \varphi$ zu setzen, weil φ negativ ist. Ebenso ist $\measuredangle APA_1G = 180° - \delta$, weil δ negativ ist.

auf den Breitenparallelen stehen, so ist der Schnittpunkt des gegißten Meridians mit dem errechneten Breitenparallel der wahrscheinliche Schiffsort. Dieser Sonderfall der Breitenmethode hat daher mit der Höhenmethode den Vorzug gemein, daß Bestimmungspunkt und wahrscheinlicher Schiffsort zusammenfallen.

Da das Gestirn im Meridian beobachtet wird, so steht auch in diesem Sonderfall die Standlinie senkrecht auf der Richtung zum Gestirn.

Im Falle, daß der Meridiandurchgang des Gestirns nicht durch den Übergang vom Steigen zum Fallen oder umgekehrt hat festgestellt werden können, sondern der Zeitpunkt der Beobachtung mit Hilfe des Chronometers bestimmt worden ist (Mondmeridianhöhen, große Fahrtgeschwindigkeit des Schiffes in Nord-Südrichtung), liefert die Meridianbreite nur eine gewöhnliche Ost-West verlaufende Standlinie. In diesem Falle hat nämlich die beobachtete Höhe nur für den durch das Chronometer bezeichneten Zeitpunkt, also für einen bestimmten Projektionspunkt des Gestirns, Gültigkeit und die Höhengleiche auf der Erdoberfläche ist wie gewöhnlich ein um diesen Punkt geschlagener Kreis, der den errechneten Breitenparallel im wahrscheinlichen Schiffsort berührt. Dieser Breitenparallel ist daher auch nur in beschränkter Ausdehnung Standlinie für den Beobachter.

Ist dagegen die Beobachtung ohne Rücksicht auf die Greenwicher Zeit nur nach Maßgabe des Wechsels im Steigen und Fallen des Gestirns gemacht, so ist über den Projektionspunkt nichts weiter bekannt, als daß er irgendwo auf dem durch die Abweichung des Gestirns bestimmten Breitenparallel gelegen hat, während der Schiffsort sich genau nördlich oder südlich in einem durch den beobachteten Zenitabstand gegebenen Abstande davon befunden hat. Da demnach jeder Punkt des durch die Abweichung bezeichneten Breitenparallels Projektionspunkt sein kann, so kann auch jeder Punkt des Parallels der errechneten Breite Schiffsort sein. In diesem Falle ist demnach der ganze errechnete Breitenparallel eine Ortslinie für den wahren Schiffsort.

Die Meridianbreite liefert somit in manchen Fällen mehr als eine kurze Standlinie, nämlich die ganze Ortslinie.

b. Gang des Verfahrens.

§ 166. Da die Entnahme der Abweichung aus dem Nautischen Jahrbuch bei den einzelnen Gestirnen verschieden ist, sollen sie getrennt behandelt werden.

Für Meridianhöhen im unteren Meridian kommen nur Fixsterne in Betracht, da der untere Meridiandurchgang der anderen Gestirne wegen ihrer mäßigen Abweichung nur in sehr hohen Breiten und in so geringer Höhe über dem Horizont stattfindet, daß er zur Beobachtung ungeeignet ist.

1. Die Fixsternmeridianbreite.

1. Berichtige die abgelesene Höhe zur wahren Höhe.
2. Berechne den Zenitabstand nach Gleichung 1. (+ im Südmeridian, — im Nordmeridian).
3. Entnimm die Abweichung des Sterns dem Nautischen Jahrbuch.



4. Berechne die Breite nach Formel 2. bei oberer Kulmination, nach Formel 3. bei unterer Kulmination.

5. Ziehe den dieser Breite entsprechenden Parallel in der Nähe des gegißten Bestecks.

6. Finde den wahrscheinlichen Schiffsort durch Fällen des Lotes vom gegißten Besteck auf den Breitenparallel.

Beispiele.

Im oberen Meridian.

1. Am 28. Mai 1904 wurde auf dem gegißten Schiffsort 0° 3′ *S*-Br. und 46° 42′ *W*-Lg. die Meridianhöhe von α^2 Centauri im Südmeridian zu 29° 34,6′ abgelesen. Es war J. V. = + 1,2′, Ah. = 10 m.

$$\star H_a = 29° 34.6'$$
$$\text{J. V.} = +1.2$$
$$\star H_g = 29\ 35.8$$
$$\text{G. V.} = -7.4$$
$$\star H_w = 29\ 28.4$$

$$\star\delta \text{ 28. V.} = -60° 26,4'$$
$$\varphi = \delta + Z$$

$$H = 29° 28' \text{ i. } S\text{-Mer.}$$
$$Z = +60\ 32$$
$$\delta = -60\ 26$$
$$\varphi = +\ 0\ 6$$

Der Bestimmungspunkt liegt demnach auf: 0° 6′ *N*-Br. und 46° 42′ *W*-Lg. Die Standlinie läuft rechtweisend West-Ost.

2. Am 27. Dezember 1904 wurde auf ungefähr 15° 25′ *N* und 24° 15′ *W* ein Stern erster Größe im Nordmeridian beobachtet. Es war: $H_a = 59° 43{,}2'$, J. V. = + 3,1′, Ah. = 8,5 m, ungef. m. Gr. Zt. der Beobachtung = 12h 20m.

$$\star H_a = 59° 43.2'$$
$$\text{J. V.} = +3.1$$
$$\star H_g = 59\ 46.3$$
$$\text{G. V.} = -5.8$$
$$\star H_w = 59\ 40.5$$

Nach § 145 ist:

gen. $\delta = \varphi + (90° - H)$, gen. α = Fp. O. Zt.

$$H = 59° 40'$$
$$90° - H = 30\ 20$$
$$\varphi = +15\ 25$$
$$\text{gen. } \star\delta = +45\ 45$$

ungef. m. Gr. Zt. = 12h 20m
ungef. m. ⊙α 27. XII. = 18 22
ungef. Fp. Gr. Zt. = 30 42
= 6 42
Lg. i. Zt. = 1 37 *W*
gen. ★α = Fp. O. Zt. = 5 5

$$\varphi = \delta + Z$$

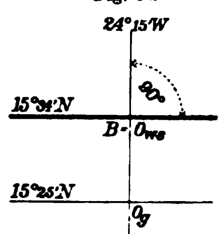
$$H = 59° 40' \text{ i. } N\text{-Mer.}$$
$$Z = -30\ 20$$
$$\delta = +45\ 54$$
$$\varphi = +15\ 34$$

Der Stern ist α Aurigae (Capella), dessen Koordinaten nach dem N. J. sind:

★α 27. XII. = 5h 10m ★δ 27. XII. = + 45° 54,0′.

Der Bestimmungspunkt, der gleichzeitig wahrscheinlicher Schiffsort ist, liegt daher auf: 15° 34′ *N*-Br. und 24° 15′ *W*-Lg. Die Standlinie hat das Azimut 90° (Fig. 90).

Fig. 90.



Im unteren Meridian.

3. Am 10. September 1904 wurde die Meridianhöhe von α Ursae majoris (Dubhe) in unterer Kulmination im Nordmeridian beobachtet. Es war $H_a = 22° 2{,}0'$, J. V. = — 1,3′, Ah. = 10 m, gegißtes Besteck: 49° 10′ *N*-Br. und 6° 41′ *W*-Lg.

★ H_a = 22° 2,0′	★ δ 10. IX. = + 62° 15,9′	H = 21° 53′ i. N-Mer.
J. V. = − 1,3		Z = − 68 7
★ H_g = 22 0,7	$\varphi = (180° - \delta) + Z$	180° − δ = 117 44
G. V. = − 8,1		φ = 49 37
★ H_w = 21 52,6		

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt demnach auf 49° 37′ N-Br. und 6° 41′ W-Lg. Die Standlinie hat das Azimut 90°.

4. Am 22. September 1904 beobachtete man auf 52° 32′ S und 67° 25′ W die untere Kulmination von α Crucis im Südmeridian. Es war ★ H_a = 25° 26,1′, J. V. = + 3,4′, Ah. = 8 m.

★ H_a = 25° 26,1′	★ δ 22. IX. = − 62° 34,2′	H = 25° 22′ i. S-Mer.
J. V. = + 3,4		Z = + 64 38
★ H_g = 25 29,5	$\varphi = (180° - \delta) + Z$	180° − δ = 242 34
G. V. = − 7,1		φ = 307 12
★ H_w = 25 22,4		= − 52 48

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt danach auf 52° 48′ S-Br. und 67° 25′ W-Lg. Die Standlinie läuft Ost-West rw.

2. Die Sonnenmeridianbreite.

§ 167. Die Zeit des Meridiandurchgangs der Sonne ist 0h wahre Ortszeit, die Abweichung ist daher für diesen Zeitpunkt zu entnehmen. Der Gang der Rechnung ist folgender:

1. Berichtige die abgelesene Höhe zur wahren Mittelpunktshöhe.

2. Berechne den Zenitabstand nach Gleichung 1 (+ im Südmeridian, — im Nordmeridian).

3. Entnimm die Abweichung der Sonne im wahren Greenwicher Mittage und ihre Änderung für 1° Westlänge dem Nautischen Jahrbuch.

4. Berichtige die Abweichung für die gegißte Länge (bei Westlänge mit dem im Jahrbuch gegebenen Vorzeichen oder nach dem dem gegebenen Tage nachfolgenden, bei Ostlänge mit umgekehrtem Vorzeichen oder nach dem vorhergehenden Tage zu).

5. bis 7. Wie 4. bis 6. unter 1. Fixsternmeridianbreite.

Beispiel.

Am 10. Mai 1904 ist auf 58° 25′ ungef. N-Br. und 19° 27′ ungef. O-Lg. die Sonnenunterrandshöhe im Südmeridian abgelesen worden zu 48° 51,1′. Die Augeshöhe betrug 9 m, die Indexverbesserung + 1,5′.

⨀ H_a = 48° 51,1′	⨀ δ i. w. Gr. Mttg. 10. V. = + 17° 34,8′	$\varphi = \delta + Z$
J. V. = + 1,5	And. f. 1° W-Lg. = + 0,044′	H = 49° 2′ i. S-Mer.
⨀ H_g = 48 52,6	„ „ 19 O-Lg. = − 0,8	Z = + 40 58
G. V. = + 9,8	⨀ δ i. w. Mttg. a. O. = + 17 34,0	δ = + 17 34
⊖ H_w = 49 2,4		φ = + 58 32

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt daher auf 58° 32′ N-Br. uud 19° 27′ O-Lg. Die Standlinie läuft rw. Ost-West.

Die Sonnenmeridianbreite findet hauptsächlich bei dem sogenannten **Mittagsbesteck**, dem Schiffsorte im wahren Mittag, Verwendung. Befindet sich ein Schiff weitab von Land, sodaß auf die genaue Kenntnis des Ortes nicht soviel ankommt wie in der Nähe der Küste, so pflegt man nur einmal am Tage das Besteck aufzumachen und nimmt dazu mit Vorliebe das Mittagsbesteck. Man findet es aus der Vereinigung einer am Morgen ermittelten Standlinie mit der Sonnenmeridianbreite. Über seine Berechnung siehe § 194.

3. Die Mond- und Planetenmeridianbreite.

§ 168. 1. Entnimm dem Nautischen Jahrbuch die mittlere Greenwicher Zeit des Meridiandurchgangs des Gestirns in Greenwich (zu beachten §§ 123 und 124) und beim Monde ihre Änderung für 1° Länge.

2. Beim Monde multipliziere die Änderung für 1° Länge mit der gegißten Länge und füge diese Verbesserung zur Greenwicher Meridiandurchgangszeit hinzu (bei Westlänge nach dem dem gegebenen Tage folgenden, bei Ostlänge nach dem vorhergehenden Tage zu). Dies gibt die mittlere Ortszeit des Meridiandurchgangs des Mondes am Beobachtungsorte. Bei Planeten kann diese Verbesserung unterbleiben.

3. Berechne die mittlere Greenwicher Zeit des Durchgangs des Gestirns durch den gegißten Meridian durch Hinzufügung der westlichen Länge in Zeit zu der (verbesserten) Ortszeit oder Abziehen der östlichen Länge von der Ortszeit.

4. Entnimm dem Nautischen Jahrbuch den Mondhalbmesser und die Abweichung für die mittlere Greenwicher Zeit des Durchgangs des Gestirns durch den gegißten Meridian.

5. Berichtige die abgelesene Höhe zur wahren Mittelpunktshöhe im Erdmittelpunkt.

6. Berechne den Zenitabstand nach Gleichung 1 (+ im Südmeridian, — im Nordmeridian).

7. bis 9. Wie 4. bis 6. unter 1. Die Fixsternmeridianbreite.

Beispiele.

Mond.

1. In der Nacht vom 22. zum 23. Dezember 1904 wurde auf 0° 10′ *N*-Br. und 8° 36′ *O*-Lg. die Meridianhöhe des Mondunterrandes im Nordmeridian zu 70° 41,4′ abgelesen. Es war J. V. = + 3.8′. Ah. = 6 m.

m. O. Zt. d. ☾ Mer. Durchg. i. Gr. 22. XII. =	12^h	12.5^m	
Änd. f. 1° *O*-Lg. =		$-0{,}153^m$	
„ „ 8,6 „ =		— 1,3	
m. O. Zt. d. ☾ Mer. Durchg. =	12	11,2	
Lg. i. Zt. =	0	34,4	*O*
m. Gr. Zt. d. ☾ Mer. Durchg. =	11	36,8	22. XII.

$☾ r$ 22. XII. $0^h = 15' 45''$ | $☾ \delta$ 22. XII. $11^h = +18° 43{,}1'$
Änd. f. $12^h = +5''$ | Änd. f. $1^m = +0{,}003'$
Verb. $= \frac{+5'' \times 11.6}{12} = +5$ | " $36{,}8 = +$ 0,1
$☾ r = 15\ 50$ | $☾ \delta = +18\ 43{,}2$

$☾ H_a = 70° 41{,}4'$
J. V. $= +3.8$
$☾ H_g = 70\ 45{,}2$
G. V. f. 70° u. 15′ 50″ $= +29{,}7'$
Prop. Teile f. 0,8° $= -0{,}8$; f. 0″ $= 0{,}0$ $\Big\} = +30{,}2$
Z. V. f. 6 m Ah. $= +1{,}3$
$☾ H_w = 71\ 15{,}4$

$\varphi = \delta + Z$

$H = 71° 15'$ i. N-Mer.
$Z = -18\ 45$
$\delta = +18\ 43$
$\varphi = -0\ 2$

Der wahrscheinliche Schiffsort ist daher 0° 2′ S-Br. und 8° 36′ O-Lg. Die Standlinie läuft rw. O-W.

Planeten.

2. Am 23. Oktober 1904 wurde im Nordmeridian die Höhe des Jupiter gemessen. Es wurde gefunden: ♃ $H_a = 49° 0.4'$, J. V. $= -3.7'$, Ah. $= 12$ m, gegißtes Besteck $= 32° 53'$ S-Br. und 72° 3′ W-Lg.

m. O. Zt. d. ♃ Mer. Durchg. 23. X. $= 11^h 25^m$
Lg. i. Zt. $= 4\ 48\ W$
m. Gr. Zt. d. ♃ Mer. Durchg. $= 16\ 13$

♃ δ 23. X. $= +8° 3{,}1'$
Änd. f. $1^h = -0{,}12'$
" " $+16 = -1.9$
♃ $\delta = +8\ 1{,}2$

♃ $H_a = 49° 0{,}4'$
J. V. $= -3{,}7$
♃ $H_g = 48\ 56{,}7$
G. V. $= -7{,}1$
♃ $H_w = 48\ 49{,}6$

$\varphi = \delta + Z$
$H = 48° 50'$ i. N-Mer.
$Z = -41\ 10$
$\delta = +8\ 1$
$\varphi = -33\ 9$

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt daher auf 33° 9′ S-Br. und 72° 3′ W-Lg. Die Standlinie ist der Breitenparallel.

II. Die Nebenmeridianbreite.

§ 169. Wenn es aus irgend einem Grunde nicht möglich ist, genau die Meridianhöhe eines Gestirns zu messen, so ist es doch vorteilhaft, eine Höhe möglichst in der Nähe des Meridians zu bekommen, da man diese nach der bequemen Formel der Nebenmeridianbreite auswerten kann, sodaß man nicht auf den allgemeinen Fall der Breiten- oder der Höhenmethode zurückzugreifen braucht.

Bei der Nebenmeridianbreite wird die Länge des Bestimmungspunktes gleich der gegißten Länge gesetzt und die Breite dieses Punktes berechnet. Die Methode stellt sich daher als Sonderfall der Breitenmethode dar.

Da der Stundenwinkel des Gestirns gebraucht wird, so ist die Greenwicher Zeit der Beobachtung mit Hilfe des Chronometers festzustellen.

a. Die Formeln.

§ 170. Der Grundgedanke der Methode ist der, daß die beobachtete Höhe (h) durch Hinzufügung einer kleinen Verbesserung (Δh), die Reduktion auf den Meridian heißt, in die Meridianhöhe (H)

übergeführt wird. Dies ist für kleine Stundenwinkel möglich, da sich die Höhe in der Nähe des Meridians nur langsam ändert (§ 137).

1. Bei **oberer** Kulmination.

Zunächst berechnet man den Stundenwinkel am Ort (m) durch die folgenden Gleichungen (die Bezeichnung m soll daran erinnern, daß es sich um kleine, nur nach Minuten zählende Stundenwinkel in der Nähe des Meridians handelt):

$$1. \begin{cases} m = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.} \mp \lambda_g & \text{für die Sonne,} \\ m = \text{m. Gr. Zt.} + m \odot \alpha - \star\alpha \mp \lambda_g & \text{für die anderen Gestirne,} \end{cases}$$

wo — für westl., + für östl. Länge gilt.

Sodann setzt man

$$H = h + \Delta h \text{ oder } h = H - \Delta h$$

und hat nach dem Kosinussatz (§ 115 II):

$$\sin h = \sin (H - \Delta h) = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t.$$

Da nun für den Meridian selbst in der oberen Kulmination

$m = 0$ ist, so ist

$$\sin H = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta.$$

Durch Subtraktion erhält man hieraus:

$$\sin H - \sin (H - \Delta h) = \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot (1 - \cos m),$$
$$\sin H - \sin H \cdot \cos \Delta h + \cos H \cdot \sin \Delta h = \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot 2 \cdot \sin^2 {}^1\!/_2\, m.$$

Da Δh und m klein sind, so ist:

$$\cos \Delta h = 1,\ \sin \Delta h = \Delta h \cdot arc\, 1',\ \sin {}^1\!/_2\, m = {}^1\!/_2\, m \cdot arc\, 1^m,$$

und die Gleichung geht über in:

$$\cos H \cdot \Delta h \cdot arc\, 1' = \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot 2 \cdot {}^1\!/_4\, m^2 \cdot arc^2\, 1^m$$

oder, da $arc\, 1^m = 15 \cdot arc\, 1'$ ist,

$$\cos H \cdot \Delta h = 15 \cdot {}^1\!/_2 \cdot arc\, 1^m \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot m^2.$$

Da nun die Meridianhöhe $H = 90° - Z = 90° - (\varphi - \delta)$ für die obere Kulmination ist, so bekommt man:

$$\Delta h = \frac{15 \cdot arc\, 1^m \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta}{2 \cdot \sin (\varphi - \delta)} \cdot m^2.$$

Man setzt

$$2.\ c = \frac{15 \cdot arc\, 1^m \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta}{2 \cdot \sin (\varphi - \delta)},\ \text{wo } \log \frac{15 \cdot arc\, 1^m}{2} = 8{,}5149$$

ist, und das Vorzeichen von c immer positiv genommen wird, auch wenn $(\varphi - \delta)$ negativ ist. Die Größe c heißt: Höhenänderung in der nächsten Minute vom oberen Meridian. Der Ausdruck für die Verbesserung Δh (Reduktion auf den Meridian) wird dann:

$$3.\ \Delta h = c \cdot m^2,$$

wo m in Zeitminuten auszudrücken ist, und Δh in Bogenminuten erhalten wird. Sehr bequem sind die Hilfstafeln von Bossen und Mars (§ 214) und das Ex-Meridian Diagram von Kitchin (§ 215), die Δh ohne Rechnung zu entnehmen gestatten. Die Breite des Bestimmungspunktes ergibt sich dann aus den Gleichungen:

$$4. \left| \begin{array}{l} H = h + \Delta h, \\ Z = \pm (90° - H), \\ \varphi_r = \delta + Z. \end{array} \right. \begin{cases} + \text{ über Südhorizont,} \\ - \text{ über Nordhorizont.} \end{cases}$$

Das Azimut des Gestirns findet man aus den Azimuttafeln oder aus der Gleichung

$$5. \quad \sin Az = - \sin m \cdot \cos \delta \cdot \sec h$$

und zieht die Standlinie senkrecht zu dieser Richtung durch den in der Karte nach Länge und Breite abgesetzten Bestimmungspunkt. Das Lot vom gegißten Ort auf die Standlinie liefert den wahrscheinlichen Schiffsort.

Die Anwendung der Methode wird sehr erleichtert dadurch, daß die Höhenänderungen in der nächsten Minute vom oberen Meridian (c) in N. T. 18a für die Breiten von 0° bis 80° und die Abweichungen von 0° bis 24° und die Quadrate der Stundenwinkel (m^2) in N. T. 18b von 0^m bis 30^m zusammengestellt sind. Für größere Abweichungen muß man c nach Formel 2 berechnen.

Da es nicht rätlich ist, über die in den N. T. angegebenen Grenzen hinaus die Methode anzuwenden, so tut man gut, sich schon vor der Beobachtung Klarheit darüber zu verschaffen, bis zu welchem Stundenwinkel bei der gegebenen Breite und Abweichung die Nebenmeridianbreite Anwendung finden kann. Zu dem Zweck bestimmt man mit der gegißten Breite, die man zur Zeit der Kulmination des Gestirns voraussichtlich haben wird, und seiner Abweichung einen Näherungswert von c entweder aus Tafel 18a ohne Einschaltung oder nach Gleichung 2. Diesen Wert sucht man in der untersten Zeile der Tafel 18b auf und findet dann am Kopf derselben oder auch noch der nächstfolgenden Spalte den größten Stundenwinkel, bis zu dem die Nebenmeridianbreite im vorliegenden Falle anwendbar ist.

Eine leicht zu behaltende Näherungsregel für die Anwendbarkeit der Nebenmeridianbreite ist, daß die Anzahl der Zeitminuten des Stundenwinkels kleiner oder gleich sein muß der Anzahl der Grade der Zenitdistanz des Gestirns.

Hat die Beobachtung nicht innerhalb dieser Grenzen stattgefunden, so bringen die höheren Glieder, die bei der Nebenmeridianbreite vernachlässigt werden, Fehler über 1′ in die errechnete Breite, sodaß dann die Anwendung der Höhenmethode oder des allgemeinen Falles der Breitenmethode notwendig wird. Bei Anwendung der Tafeln von Bossen und Mars geht das Anwendungsbereich der Methode um das Doppelte bis Dreifache über diese Grenzen hinaus.

Die Nebenmeridianbreite findet hauptsächlich zur Ermittlung des Mittagsbestecks Verwendung.

2. Für die **untere Kulmination** ist die Höhenänderung in der nächsten Minute vom unteren Meridian nach der Formel

$$2\text{a.}\quad c_u = \frac{15 \cdot arc\ 1^m \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta}{2 \cdot \sin(\varphi + \delta)}, \text{ wo } \log\frac{15 \cdot arc\ 1^m}{2} = 8{,}5149 \text{ und}$$

das Vorzeichen immer positiv ist, zu berechnen. Die anderen Gleichungen werden in diesem Falle

$$3\text{a.}\quad \Delta h = c_u \cdot m_u^2.$$

$$4\text{a.}\quad \left|\begin{array}{l} H = h - \Delta h, \\ Z = \pm(90^\circ - H), \left\{\begin{array}{l} + \text{ über Südhorizont,} \\ - \text{ über Nordhorizont.}\end{array}\right. \\ \varphi_r = (180^\circ - \delta) + Z. \end{array}\right.$$

Die Stundenwinkel m_u werden in diesem Falle vom unteren Meridian aus gezählt, sodaß $m_u = m - 12^h$ oder $m_u = 12^h - m$ ist.

»c_u« kann auch aus N. T. 18a entnommen werden, wobei immer der Teil »Abweichung ungleichnamig mit der Breite« zu benutzen ist. Dies geht daraus hervor, daß Gleichung 2a für gleichnamiges φ und δ dem Zahlenwerte nach gleich ist der Gleichung 2 für ungleichnamiges φ und δ.

b. Der Gang des Verfahrens.

§ 171. 1. bis 5. Wie bei der Höhenmethode (§ 157).

6. Entnimm die Höhenänderung in der nächsten Minute vom oberen Meridian (c) der N. T. 18a oder berechne sie nach Gleichung 2.

7. Stelle mit Hilfe der letzten Zeile von Tafel 18b fest, ob die Methode bei der vorliegenden Größe von m noch anwendbar ist.

8. Entnimm das Quadrat des Stundenwinkels (m^2) der N. T. 18b.

9. Berechne Δh nach Gleichung 3.

10. Berechne die Breite des Bestimmungspunktes (φ_r) nach den Gleichungen 4.

11. Bestimme das Azimut aus der Azimuttafel oder nach Gleichung 5.

12. Ziehe die Standlinie durch den Bestimmungspunkt in der Richtung $Az \pm 90^\circ$.

13. Finde den wahrscheinlichen Schiffsort durch Fällen des Lotes vom gegißten Ort auf die Standlinie.

Beispiele.

1. Am 22. März 1904 ist zur Bestimmung der Standlinie beobachtet: $\odot\, h_a = 70^\circ\, 23{,}5'$ im Südmeridian, J. V. $= -2{,}7'$, Ah. $= 6^m$, U $= 12^h\, 54^m\, 45^s$, I — U $= +0^h\, 6^m\, 18^s$, m. Gr. Zt. — I $= +0^h\, 25^m\, 38^s$, gegißtes Besteck: $19^\circ\, 28'$ *N*. $156^\circ\, 33'$ *O*. Lufttemperatur $= 25^\circ$ C., Wasseroberflächentemperatur $= 23{,}5^\circ$ C.

	h	m	s
U =	12	54	45
I — U = +		6	18
I =	13	1	3
m. Gr. Zt. — I = +		25	38
m. Gr. Zt. =	13	26	41
		21. III.	
Lg. i. Zt. =	10	26	12 *O*
m. O. Zt. =	23	52	53
— Ztgl. = —	(+ 7	12)	
w. O. Zt. =	23	45	41

$\odot\,\delta$ 21. III. =	+ 0° 10,9′
Änd. f. 1h =	+ 0,99′
„ „ + 13,4 =	+ 13,3
$\odot\,\delta$ =	+ 0 24,2
Ztgl. 21. III. =	+ 7m 23s
Änd. f. 1h =	— 0,8s
„ „ + 13,4 =	— 11
Ztgl. =	+ 7 12

Lufttemp. =	25°
Wassertemp. =	23,5
Δ =	1,5 Luft wärmer.
$\odot\, h_a$ =	70° 23,5′
J. V. =	— 2,7
$\odot\, h_g$ =	70 20,8
$v\Delta$ = + 0,6′; G. V. = + 11,2	+ 11,8
$\ominus\, h_w$ =	70 32,6

$$\varDelta h = c \cdot m^2,\ H = h + \varDelta h,\ \varphi = \delta + Z.$$

$m = -14^m 19^s \qquad m^2 = 205{,}0$

$\left.\begin{array}{l}\varphi_g = 19{,}5^\circ \\ \delta = 0{,}4 \text{ gleichn.}\end{array}\right\}\ c = 0{,}094$ (Die Methode ist bis $m = 22^m$ anwendbar.)

$\varDelta h = 19{,}3'$

$h = 70^\circ\ 32{,}6'$	Nach N. T. 16 mit flüchtigem Einschalten:
$\varDelta h = \quad 19{,}3$	$a = +5{,}7$
$H = 70\ \ 51{,}9 = 70^\circ\ 52'$ i. S-Mer.	$b = -0{,}1$
$Z = +19^\circ\ \ 8'$	$a + b = +5{,}6$
$\delta = +\ \ 0\ \ 24$	$Az = S\ 11^\circ\ O$
$\varphi = +19\ \ 32$	$= 169$

Fig. 91.

Der Bestimmungspunkt liegt auf $19^\circ\ 32'$ N-Br. und $156^\circ\ 33'$ O-Lg. Die Standlinie hat das Azimut $169^\circ - 90^\circ = 79^\circ$ (Fig. 91).

2. Am 16. Dezember 1904 wurde auf $35^\circ\ 16'$ S und $30^\circ\ 21'$ O in der Nähe des Meridians beobachtet: ☾ $h_a = 50^\circ\ 58{,}4'$, J.V. $= +1{,}3'$, Ah. $= 12$ m, Lufttemp. $= +26^\circ$ C., Wasseroberflächentemp. $= +20^\circ$ C., $U = 5^h\ 48^m\ 13^s$, $I - U = -0^h\ 7^m\ 37^s$, m. Gr. Zt. $- I = +0^h\ 1^m\ 53^s$.

$U =$	5^h	48^m	13^s
$I - U = -$		7	37
$I =$	5	40	36
m. Gr. Zt. $- I = +$		1	53
m. Gr. Zt. $=$	5	42	29
	16. XII.		
Lg. i. Zt. $=$	2	1	24 O
m. O. Zt. $=$	7	43	53
m. ⊙ $\alpha =$	17	39	43
Fp. O. Zt. $=$	25	23	36
☾ $\alpha =$	0	55	39
☾ $t =$	24	27	57

m. ⊙ α 16. XII. $= 17^h\ 38^m\ 47^s$
Änd. f. $5^h 42{,}5^m = +\ \ 0\ \ 56$
m. ⊙ $\alpha = 17\ \ 39\ \ 43$

☾ α 16. XII. $5^h = 0^h\ 54^m\ 19^s$
Änd. f. $1^m = +1{,}89^s$
„ „ $42{,}5 = +\ \ 1\ \ 20$
☾ $\alpha = 0\ \ 55\ \ 39$

Lufttemp. $= 26^\circ$
Wassertemp. $= 20$
$\triangle = 6$
Luft wärmer.

☾ δ 16. XII. $5^h = +3^\circ\ 0{,}8'$
Änd. f. $1^m = +0{,}157'$
„ „ $42{,}5 = +\ \ 6{,}7$
☾ $\delta = +3\ \ 7{,}5$

☾ $h_a = 50^\circ\ 58{,}4'$
J. V. $= +\ \ 1{,}3$
☾ $h_g = 50\ \ 59{,}7$

$v_\triangle = +\ \ 2{,}5'$
G.V. f. 51° u. $14'50'' = +12{,}9$
Prop. Teile { f. $0{,}0^\circ = 0{,}0$; f. $2'' = 0{,}0$
Z. V. f. 12 m Ah. $= -\ 0{,}5$
(zusammen) $= +\ 14{,}9$

☾ $h_w = 51\ \ 14{,}6$

☾ r 16. XII. $0^h = 14'\ 51''$
Änd. f. $12^h = +2''$
„ „ $6 = {}^1/_{12} \cdot (+2'' \times 6) = +\ 1$
☾ $r = 14\ \ 52$

$\varDelta h = c \cdot m^2,\ H = h + \varDelta h,\ \varphi = Z + \delta$

$m = +27^m\ 57^s \qquad m^2 = 781$

$\left.\begin{array}{l}\varphi_g = 35{,}3^\circ \\ \delta = 3{,}1 \text{ unglnam.}\end{array}\right\}\ c = 0{,}043$ (Die Methode ist bis $m = 30^m$ anwendbar.)

$\varDelta h = 33{,}6'$

$h = 51^\circ\ 14{,}6'$	Nach N. T. 16
$\varDelta h = \quad 33{,}6$	
$H = 51\ \ 48{,}2$ i. N-Mer.	$a = +5{,}70$
	$b = +0{,}43$
$Z = -38\ \ 12$	$c = +6{,}13$
$\delta = +\ \ 3\ \ \ 8$	$Az = N\ 11^\circ\ W$
$\varphi = -35\ \ \ 4$	$= 349$

Der Bestimmungspunkt liegt auf $35^\circ\ 4'$ S und $30^\circ\ 21'$ O, die Standlinie verläuft im Azimut $349^\circ + 90^\circ = 79^\circ$ (Fig. 92).
Aus der Zeichnung findet man den wahrscheinlichen Schiffsort auf $\varphi = 35^\circ\ 5'\ S$ und $30^\circ\ 18'\ O$.

Fig. 92.

III. Die Polarsternbreite.

§ 172. Besonders bequem gestaltet sich die Ermittlung der Breite des Bestimmungspunktes, wenn man die Höhe des Polarsterns gemessen hat. Da der Polarstern sich niemals weit vom Nordpol entfernt — er umkreist ihn in einem Abstand von etwa $1^1/_4{}^\circ$ —, so ist die Höhe dieses Sterns bis auf Unterschiede von 75′ gleich der Polhöhe oder der Breite des Beobachtungsortes.

Diese Unterschiede ändern sich in erster Linie mit dem Stundenwinkel des Polarsterns, sodaß sie ihre größten Werte für die Stundenwinkel 0^h und 12^h, wenn das Gestirn im Meridian steht, erhalten und gleich 0 werden in den Stundenwinkeln von ungefähr 6^h und 18^h. Da der Stundenwinkel gleich der Frühlingspunkts-Ortszeit weniger gerader Aufsteigung ist und die letztere sich nur sehr wenig ändert, kann man auch sagen, die Unterschiede zwischen Breite und Höhe des Polarsterns sind in erster Linie von der Frühlingspunkts-Ortszeit abhängig.

Man hat daher diese Unterschiede in Tafeln gebracht, deren Eingänge Orts-Sternzeit = Frühlingspunkts-Ortszeit und Höhe des Polarsterns sind. Man findet sie als Berichtigungen der gemessenen Höhe des Polarsterns in Tafel 11 (2 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs. Dort ist auch noch eine dritte Tabelle gegeben, die die Berichtigung wegen der Änderungen der Abweichung und geraden Aufsteigung des Polarsterns enthält.

a. Die Formeln.

§ 173. Nachdem man die Frühlingspunktszeit des gegißten Meridians aus

$$1.\quad \text{Fp. O. Zt.} = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.}\odot\alpha \mp \lambda_g$$
$$(\text{— für westl., + für östl. Länge})$$

gefunden hat, wobei eine Genauigkeit bis auf 1^m genügt, entnimmt man mit ihr und der wahren Höhe des Polarsterns die drei in Winkelminuten ausgedrückten Berichtigungen der Tafel 11 (2 bis 1906) des N. J. und findet die Breite des Bestimmungspunktes aus:

$$2.\quad \varphi_r = h_w + \text{1. Bericht.} + \text{2. Bericht.} + \text{3. Bericht.},$$

wobei die Berichtigungen algebraisch mit ihren im Jahrbuch gegebenen Vorzeichen zu addieren sind.

Die Länge des Bestimmungspunktes ist die gegißte Länge. Das Azimut des Sterns findet man aus Tafel 10 (1 bis 1906) des N. J. mit den Eingängen Breite und Orts-Sternzeit = Frühlingspunkts-Ortszeit. Standlinie und wahrscheinlicher Schiffsort ergeben sich daraus in der gewöhnlichen Weise.

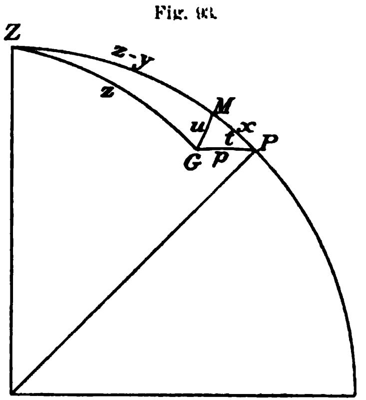
Die Ausdrücke für die drei Berichtigungen kann man in folgender Weise ableiten:



Stellen in Fig. 93 G den Polarstern und PZG das Poldreieck dar, und fällt man von G auf den Meridian das Lot $GM = u$, so zerlegt dieses die Seite $ZP = 90^\circ - \varphi$ in die Abschnitte $ZM = z - y$ und $MP = x$. Weil beim Polarstern $GP = p$ klein ist, kann GPM als ebenes Dreieck angesehen werden und es ist dann:

$$x = p \cdot \cos t \text{ und } u = p \cdot \sin t.$$

Fig. 93.



Ferner ist nach Fig. 93:

$$ZP = z - y + x \text{ oder was dasselbe ist:}$$

$$90^\circ - \varphi = 90^\circ - h - y + x$$

und

$$\varphi = h - x + y$$

$$= h - p \cdot \cos t + y.$$

Den Wert von y erhält man nach dem Kosinussatz aus dem Dreieck ZMG.

Es ist

$$\cos z = \cos u \cdot \cos (z - y).$$

Nach Auflösung der Klammer und Division durch $\cos z \cdot \cos u$

$$\frac{1}{\cos u} = \cos y + tg\, z \cdot \sin y.$$

Da u sehr klein ist, kann man unter Vernachlässigung von Gliedern höherer als zweiter Ordnung setzen:

$$\frac{1}{\cos u} = 1 + {}^1/_2 u^2 \cdot arc^2\, 1'.$$

Da auch y sehr klein ist, geht die Gleichung über in:

$$1 + {}^1/_2 u^2 \cdot arc^2\, 1' = 1 + y \cdot arc\, 1' \cdot tg\, z,$$

$$y = \frac{u^2 \cdot arc\, 1'}{2 \cdot tg\, z}.$$

Da nun $u = p \cdot \sin t$ ist,

so ist $y = {}^1/_2 p^2 \cdot \sin^2 t \cdot arc\, 1' \cdot tg\, h$

und $\varphi = h - p \cdot \cos t + {}^1/_2 p^2 \cdot \sin^2 t \cdot arc\, 1' \cdot tg\, h.$

Da die Abweichung des Polarsterns veränderlich ist, so ist auch p veränderlich. Bezeichnet p_0 einen mittleren Wert von p in Bogenminuten, so ist:

$p = p_0 + \Delta p_0$. die obige Gleichung geht also über in:

$$\varphi = h - p_0 \cdot \cos t - \Delta p_0 \cdot \cos t + {}^1/_2 p_0{}^2 \cdot \sin^2 t \cdot arc\, 1' \cdot tg\, h$$
$$+ {}^1/_2\, \Delta p_0{}^2 \cdot \sin^2 t \cdot arc\, 1' \cdot tg\, h.$$

Das letzte Glied der Gleichung kann man fortlassen. da Δp_0 klein, $\Delta p_0{}^2$ also verschwindend klein ist. und erhält. wenn man auf der rechten Seite -1 und $+1$ hinzufügt, wodurch der Wert nicht geändert. aber das dritte Glied der rechten Seite positiv wird:

$$\varphi = h - \underbrace{(1 + p_0 \cdot \cos t)}_{\text{1. Berichtigung.}} + \underbrace{{}^1/_2 p_0{}^2 \cdot \sin^2 t \cdot arc\, 1' \cdot tg\, h}_{\text{2. Berichtigung.}} + \underbrace{(1 - \Delta p_0 \cdot \cos t)}_{\text{3. Berichtigung.}}.$$

Die jährliche Veränderung der geraden Aufsteigung des Polarsterns wird bei Berechnung der 3. Berichtigung mit berücksichtigt.

b. Der Gang des Verfahrens.

§ 174. 1. Entnimm der Karte oder der Logrechnung die gegißte Länge.

2. Ermittle die mittlere Greenwich-Zeit.

3. Berechne die Frühlingspunktszeit in Greenwich.

4. Leite daraus die Frühlingspunktszeit am Ort nach Gleichung 1. ab.

5. Beschicke die abgelesene Höhe zur wahren Höhe.

6. Entnimm Tafel 11 (2 bis 1906) des N. J. die drei Berichtigungen (Orts-Sternzeit ist gleich der Frühlingspunkts-Ortszeit).

7. Berechne die Breite des Bestimmungspunktes nach Gleichung 2.

8. Entnimm das Azimut des Polarsterns der Tafel 10 (1 bis 1906) des N. J.

9. Ziehe die Standlinie durch den Bestimmungspunkt senkrecht zum Azimut.

10. Fälle vom gegißten Ort das Lot auf die Standlinie, sein Fußpunkt ist der wahrscheinliche Schiffsort.

Beispiel.

Am 8. März 1904 abends wurde zur Bestimmung der Standlinie beobachtet: Polaris $h_a = 24° 49.0'$, J. V. $= + 0.2'$. Ah. $= 10$ m, $U = 8^h 45^m$, $I - U = + 4^h 40^m$. m. Gr. Zt. $- I = - 0^h 31^m$. Gegißtes Besteck $= 24° 48'$ *N*. $119° 15'$ *O*.

$U = 8^h 45^m$
$I - U = + 4 \quad 40$
$I = 13 \quad 25$
m. Gr. Zt. $- I = - 0 \quad 31$
m. Gr. Zt. $= 12 \quad 54$
$= 0 \quad 54$
8. III.
m. $\odot \alpha = 23 \quad 3$
Fp. Gr. Zt. $= 23 \quad 57$
$\lambda_g = 7 \quad 57$ *O*
Fp. O. Zt. $= 31 \quad 54$
$= 7 \quad 54$

m. $\odot \alpha$ 8. III. $= 23^h 3^m 2^s$
Änd. f. $0^h 54^m = + \quad 9$
m. $\odot \alpha = 23 \quad 3 \quad 11$

Fig. 94.

$\star h_a = 24° 49.0'$
J. V. $= + \quad 0.2$
$\star h_g = 24 \quad 49.2$
G. V. $= - \quad 7.9$
$\star h_w = 24 \quad 41.3$
1. Ber. $= + 10,1'$
2. Ber. $= - \quad 0.9$
3. Ber. $= + \quad 0.6$
$= + \quad 9.8$
$\varphi_r = 24 \quad 51,1$

Nach N. J. Tafel 10 (1 bis 1906) ist:
$Az = N 1° W$
$= 359$

Der Bestimmungspunkt liegt somit auf $24° 51'$ *N*-Br. und $119° 15'$ *O*-Lg.
Die Standlinie hat das Azimut $359° + 90° = 89°$ (Fig. 94).

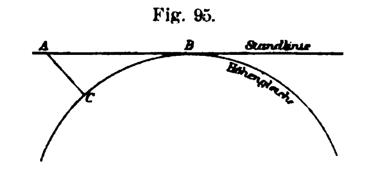
D. Die Zeichnung der Höhengleiche bei sehr großen Höhen.

§ 175. Bei Höhen über 86° geben die Formeln sowohl der Höhenmethode als der Breitenmethode das gesuchte Stück zur Festlegung des Bestimmungspunktes nicht mehr mit der nötigen Genauigkeit. Ferner leidet die Standlinienmethode bei großen Höhen darunter, daß infolge der starken Krümmung der Höhengleiche der



Unterschied (AC Fig. 95) zwischen Standlinie und Höhengleiche schon in geringem Abstande vom Bestimmungspunkt (B) eine unzulässige Größe erreicht. Die nachfolgende Tabelle enthält die kleinsten Entfernungen (BA) in Seemeilen, in denen der Unterschied (AC) den Betrag von 1 Sm erreicht, für verschiedene Höhen und Breiten.

Fig. 95.



φ \ h	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90°
0°	35	33	31	29	27	25	22	19	16	11	0 Sm
70	29	28	26	25	24	22	20	18	15	11	0

Die Tabelle zeigt, daß man gut tut, etwa von 83° bis 85° Höhe an nicht die Standlinie zu ermitteln, sondern nach dem im folgenden erläuterten Verfahren die Höhengleiche selbst zu zeichnen, was man von 86° Höhe ab aus dem zuerst genannten Grunde immer tun muß.

a. Die Grundlage des Verfahrens.

§ 176. Fig. 96 stelle die ellipsenförmige Höhengleiche in der Merkatorkarte dar, Z_1 sei ihr nördlichster Punkt, in dem sie den Breitenparallel φ_1 berührt und Z_2 ihr südlichster Punkt, in dem sie den Breitenparallel φ_2 berührt. E sei der Projektionspunkt, A der Mittelpunkt der Ellipse.

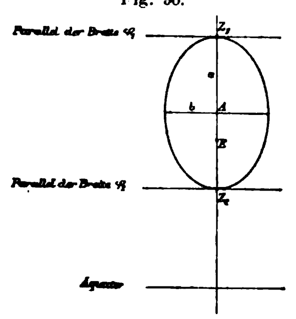
Ihre große Halbachse (a) ist dann

$$a = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) = z = 90° - h,$$

während die kleine Halbachse (b) aus der Beziehung

$$a = log\ nat\ tg\left(45° + \frac{b}{2}\right) \text{*)}$$

Fig. 96.



berechnet werden oder aus N. T. 3 entnommen werden kann; a ist nämlich die in dieser Tafel gegebene „vergrößerte Breite", wenn b die zugehörige Breite ist. Man sieht aus N. T. 3, daß bei großen Höhen oder kleinen Zenitabständen a und b nahezu gleich sind, sodaß die Ellipse sich so sehr einem Kreise mit dem Radius a nähert, daß man diesen leicht zu zeichnenden Kreis an Stelle der Höhengleiche setzen kann. Die Zeichnung geschieht in der Weise, daß man in der Karte die Breiten $\varphi_1 = \delta + z$ und $\varphi_2 = \delta - z$ auf dem Meridian des Projektionspunktes absetzt, ihren Abstand in A halbiert und mit dem halben Abstand den Kreis um A schlägt. Das Lot vom gegißten Besteck auf diesen Kreis gibt den wahrscheinlichen Schiffsort.

*) Den Beweis findet man bei Lecointe: La navigation astronomique et la navigation estimée. S. 295.

Bei 83° Höhe beträgt der Unterschied der beiden Halbachsen (a und b) gerade 1′, sodaß der Fehler, der aus dem Ersatz der Höhengleiche durch einen Kreis hervorgeht, bei Höhen von 83° und darüber 1 Sm nicht überschreitet.

Wenn man den Kreis um A nicht mit der Hälfte des Abstands $Z_1 Z_2$ (Fig. 96) schlägt, sondern mit einem Radius, der um $^1/_2$ Sm kleiner ist, so übersteigt der soeben erwähnte Fehler sogar nicht einmal $^1/_2$ Sm.

b. Der Gang des Verfahrens.

§ 177. 1. bis 3. Wie bei der Höhenmethode (§ 157).

4. Berechne die westliche Länge des Projektionspunktes nach der Gleichung:

$$\lambda_{\text{Proj.}} \begin{cases} = \text{m. Gr. Zt.} - \text{Ztgl.} & \text{bei der Sonne,} \\ = \text{m. Gr. Zt.} + \text{m.} \odot \alpha - \star \alpha & \text{bei den anderen Gestirnen.} \end{cases}$$

5. Ziehe den zugehörigen Meridian in einer Karte von entsprechendem Maßstab.

6. Berechne die nördlichste und südlichste Breite aus:

$$\varphi_1 = \delta + (90^\circ - h_w) \text{ und } \varphi_2 = \delta - (90^\circ - h_w).$$

7. Setze diese Breiten auf dem Meridian des Projektionspunktes ab in Z_1 und Z_2.

8. Halbiere $Z_1 Z_2$ in A.

9. Schlage um A mit $A Z_1 = A Z_2$ (oder $A Z_1 - {}^1/_2$ Sm) den Kreis; dies ist die Höhengleiche.

10. Fälle vom gegißten Schiffsort das Lot auf die Höhengleiche; sein Fußpunkt ist der wahrscheinliche Schiffsort.

Beispiel.

Am 10. Mai 1904 wurde auf etwa 56° 48′ N-Br. und 4° 42′ O-Lg. γ Ursae majoris nahe dem Zenit beobachtet: $\star h_a = 85^\circ\, 16{,}0'$, J. V. $= +2{,}3'$, $U = 9^h\, 34^m\, 7^s$, $I - U = -0^h\, 56^m\, 31^s$, m. Gr. Zt. $- I = +0^h\, 12^m\, 46^s$. Ah. = 8 m.

Da h über 83° ist, kann die Höhengleiche als Kreis gezeichnet werden.

U =	9h	34m	7s		m. ⊙ α 10. V. =	3h	11m	25s	★ h_a =	85°	16,0′
I − U =	−	56	31		Änd. f. m. Gr. Zt. =		+1	27	J. V. =		+2,3
I =	8	37	36		m. ⊙ α =	3	12	52	★ h_g =	85	18,3
m. Gr. Zt. − I =	+	12	46						G. V. =		−5,2
m. Gr. Zt. =	8	50	22	10. V.					★ h_w =	85	13,1
m. ⊙ α =	3	12	52						z =	4	47
Fp. Gr. Zt. =	12	3	14		★ α 10. V. =	11h	48m	48s	★ δ =	+54	14
★ α =	11	48	48		★ δ 10. V. =	+54′	13,8′		φ_1 =	+59	1
$\lambda_{\text{Proj.}}$ =	0	14	26						φ_2 =	+49	27
=	3°	37′	W								

In der Karte (Fig. 97) ist der Meridian von 3° 37′ W ausgezogen und die Breiten $\varphi_1 = 59^\circ\, 1'\, N$ und $\varphi_2 = 49^\circ\, 27'\, N$ in Z_1 und Z_2 darauf abgetragen. $Z_1 Z_2$ ist in A halbiert und um A mit $A Z_1 = A Z_2$ der Kreis geschlagen. Dieser Kreis ist die Höhengleiche. Vom gegißten Schiffsort (O_g) ist das Lot ($O_g\, O_{ws}$) auf die Höhengleiche gefällt. Sein Fußpunkt (O_{ws}) ist der wahrscheinliche Schiffsort. Er liegt auf 56° 33′ N-Br. und 3° 45′ O-Lg.



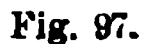


Fig. 97.

Dritter Abschnitt.

Die Verwertung der Standlinie und die Bestimmung des Schiffsortes.

A. Die Verwertung der Standlinie in der Karte.

a. In der Nähe von Land.

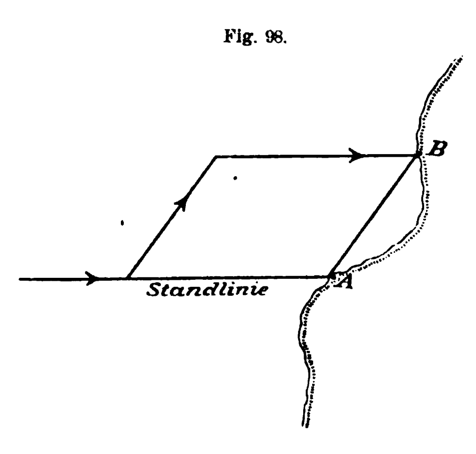
§ 178. Eine Standlinie kann in derselben Weise wie eine Peilung in der Karte gehandhabt werden, nur muß im Auge behalten werden, daß die Standlinie, da sie aus einer durchaus anders gearteten Beobachtung hervorgeht als die Peilungslinie, auch in bezug auf das Vertrauen, das sie verdient, anders als letztere zu be-

urteilen ist. Es ist somit keineswegs statthaft, Standlinie und Peilungslinie als gleichwertige Ortslinien zu behandeln. Immerhin hat die Standlinie in der Nähe von Land, also in Verbindung mit den Mitteln der terrestrischen Navigation, für die Bestimmung des Schiffsortes, für das Ausmachen von Peilobjekten und für das Vermeiden von Gefahren einen hohen Wert.

Nachstehend sind einige kennzeichnende Beispiele für diese Verwendung der Standlinie aufgeführt.

1. In Verbindung mit Lotungen oder einer Peilung gestattet sie einen Schluß auf den Schiffsort.

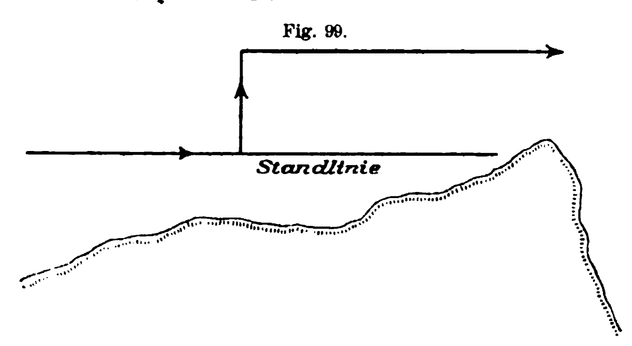
Fig. 98.



2. Bei der Ansteuerung von Land ist eine Standlinie von Vorteil, die auf die Küste zuläuft (Fig. 98). Sie gibt den Punkt an, an dem das der Richtung der Standlinie folgende Schiff die Küste erreichen würde (*A* Fig. 98). Die Lage dieses Punktes (*A*) zum Reiseziel des Schiffes (*B*) gibt die Strecke und Richtung, um welche aus der Standlinie herauszusteuern ist, um dann durch Verfolgen des Kurses der Standlinie das Ziel (*B*) zu erreichen.

3. Will man den Abstand von der Küste kennen, so wird ein Gestirn zur Höhenmessung ausgewählt, dessen Azimut senkrecht zur Richtung der Küste ist. Die Standlinie läuft dann in der Richtung der Küste (Fig. 99) und zeigt, in welchem Abstand man von dieser

Fig. 99.



bleibt, wenn man der Standlinie folgt. Will man weiter von der Küste abbleiben oder näher an sie heranholen, so hat man nur in einen entsprechenden Abstand von der Standlinie herauszusteuern und dann ihren Kurs aufzunehmen.

b. Auf hoher See.

§ 179. Auf hoher See ist namentlich eine Standlinie, die parallel zum Kurse liegt, von Bedeutung. Sie zeigt, ob und um wieviel das Schiff von seinem Kurse abgekommen ist und ob es beim Weiterverfolgen seines Kurses frei bleibt von gefährlichen Stellen. Eine Standlinie quer zum Kurs gibt Aufschluß über die zurückgelegte Strecke und kontrolliert somit die Geschwindigkeit der Fahrt. Zwei Standlinien zusammen geben durch ihren Schnittpunkt den wahren Schiffsort an (§ 180).

B. Die Bestimmung des Schiffsortes aus zwei Standlinien.

I. Vorbemerkungen.

1. Versegelung.

§ 180. Es ist bereits (§ 148) auseinandergesetzt, daß durch zwei Höhenmessungen verschiedener Gestirne oder auch desselben Gestirnes zu verschiedenen Zeiten zwei Höhengleichen festgelegt werden, deren jede die Ortslinie für den Schiffsort zur Zeit der Beobachtung darstellt. Sind zwei verschiedene Gestirne gleichzeitig beobachtet worden oder wurde die Höhe desselben Gestirnes, z. B. der Sonne, zweimal gemessen, ohne daß das Schiff zwischen beiden Messungen seinen Ort veränderte, so ist durch einen der Schnittpunkte der beiden Höhengleichen unmittelbar der Schiffsort bestimmt; das gegißte Besteck gibt Aufschluß darüber, welcher von den Schnittpunkten zu wählen ist.

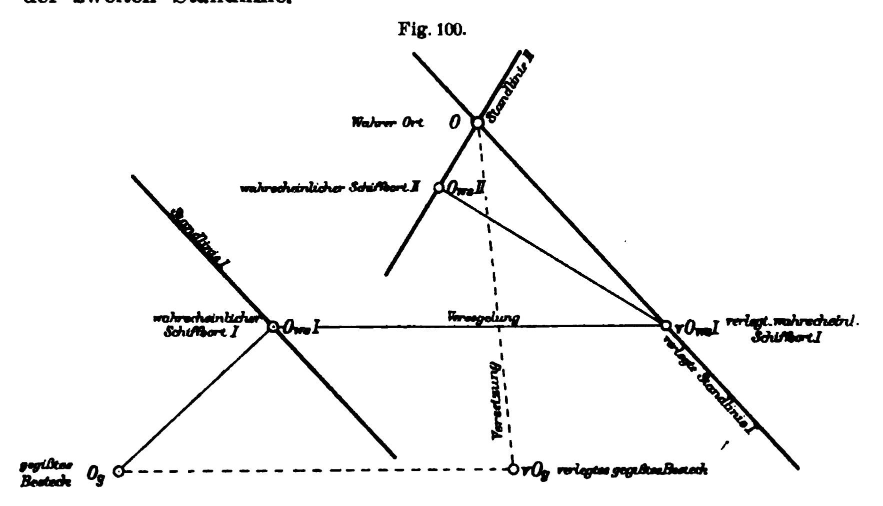
In der Seekarte geschieht die Bestimmung des Schiffsortes durch den Schnitt der den Beobachtungen entsprechenden Standlinien.

Hat das Schiff zwischen den beiden Messungen seinen Ort verändert, so ist für Bestimmung des Schiffsortes die erste Standlinie (*I* Fig. 100) entsprechend der bis zur zweiten Beobachtung stattgehabten und aus der Logrechnung zu entnehmenden Versegelung (*Vs*) zu verlegen. Denkt man sich die Versegelung in allen Punkten nach Kurs und Entfernung angetragen, so ergibt sich aus den Endpunkten der angetragenen Strecken eine Linie, die offenbar eine aus der ersten Beobachtung ermittelte, für die Zeit der zweiten Beobachtung beschickte Ortslinie — die sogenannte verlegte erste Standlinie (*v. I* Fig. 100) — darstellt. In der Praxis zeichnet man sie in der Weise, daß man die Versegelung nach Richtung und Entfernung an einen Punkt der ersten Standlinie anträgt und durch den Endpunkt der Versegelung eine der Standlinie parallele Gerade legt. Streng genommen ist die verlegte Standlinie der ursprünglichen zwar nicht parallel wegen des Wachsens der Breitenminuten, aber man kann für

den Seegebrauch ebenso wie in ähnlichen Fällen der terrestrischen Navigation die Größe der Breitenminute als konstant ansehen.

Die Bestimmung des Schiffsortes (O Fig. 100) geschieht in diesem Falle erst durch den Schnitt der verlegten ersten Standlinie mit der zweiten Standlinie.

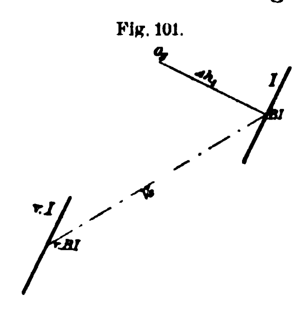
Fig. 100.



Auch die nicht verlegte erste Standlinie pflegt man oft in die Karte einzutragen, weil ihre Lage allein schon für die Beurteilung des Schiffsortes wichtig sein kann (§§ 178 u. 179).

§ 181. Die Versegelung kann durch Zeichnung in der Karte oder durch Berechnung an einen Punkt der Standlinie I angetragen und dadurch der verlegte Punkt I ermittelt werden.

Fig. 101.



1. Geschieht dies durch Zeichnung, so wählt man den ersten wahrscheinlichen Schiffsort zum Antragen der Versegelung und erhält den verlegten wahrscheinlichen Schiffsort I ($v. O_{ws} I$ Fig. 100).

2. Geschieht dies durch Rechnung, so berechnet man die Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes I ($v. B I$ Fig. 101). Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden (§§ 151 bis 155).

a. Die Koordinaten des Bestimmungspunktes I sind bekannt. Dies trifft immer zu bei der Längen- und Breitenmethode und den Sonderfällen der Meridian-, Nebenmeridian- und Polarsternbreite und wird manchmal auch bei der Höhenmethode eintreten.

In diesem Falle werden der der Versegelung entsprechende Breitenunterschied und die Längendifferenz an die Koordinaten des Bestimmungspunktes I angebracht und so die Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes I erhalten.

β. Die Koordinaten des Bestimmungspunktes I sind nicht bekannt. Dies tritt bei der Höhenmethode ein, wenn man die erste Standlinie nicht gezeichnet hat, also bei den meisten Beobachtungen auf hoher See.

In diesem Falle koppelt man den Höhenunterschied der ersten Standlinie ($\triangle h_1$ Fig. 101) mit der Versegelung (*Vs*) und bringt den sich ergebenden Breiten- und Längenunterschied an die gegißten Koordinaten an. Man geht so vom gegißten Besteck (O_g) direkt zum verlegten ersten Bestimmungspunkte (*v.BI*) über, der in diesem Falle auch der verlegte wahrscheinliche Schiffsort (*v.* $O_{ws}I$) ist.

3. In einigen Sonderfällen (§§ 187, 2 β u. 188) wählt man auch den gegißten Schiffsort als verlegten Punkt und berechnet durch Anbringung des aus der Versegelung sich ergebenden Breitenunterschiedes und der Längendifferenz an seine Koordinaten diejenigen des verlegten gegißten Ortes (*v.* O_g Fig. 100). Die verlegte Standlinie I ist nicht durch diesen Punkt hindurchzulegen, sondern muß wie die ursprüngliche konstruiert werden.

§ 182. Bei Bestimmung der zweiten Standlinie müssen der Rechnung in allen Fällen die Koordinaten des verlegten ersten Punktes zugrunde gelegt werden. Hat man die Versegelung durch Zeichnung angebracht, so entnimmt man die Koordinaten des verlegten wahrscheinlichen Schiffsortes (*v.* $O_{ws}I$) der Karte (§ 181, 1). Hat man sie durch Rechnung angebracht, so benutzt man die aus der Rechnung sich ergebenden Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes I (§ 181, 2 α) oder des verlegten wahrscheinlichen Schiffsortes I (§ 181, 2 β) oder in Sonderfällen diejenigen des verlegten gegißten Besteckpunktes (§ 181, 3).

Wenn der wahre Schiffsort gefunden ist, bestimmt man vielfach noch das verlegte gegißte Besteck auch in den Fällen, wo es vorher nicht geschehen ist, um die Versetzung des Schiffes zu finden. Dies ist der Abstand des verlegten gegißten Ortes vom wahren Schiffsort nach Länge und Richtung und gibt den Fehler der Gissung an (Fig. 100 gestrichelte Linien).

2. Grundsätze für die Auswahl der zu beobachtenden Gestirne.

§ 183. Für die Anstellung der Beobachtung ist in erster Linie der Grundsatz maßgebend, daß für die Bestimmung des Schiffsortes alle Höhenbeobachtungen gleichwertig sind (vgl. § 149). Es folgt hieraus, daß der Beobachter bei der Wahl der Beobachtungszeit und der zu beobachtenden Gestirne allein darauf hinzielen soll, die der Beobachtung anhaftenden unvermeidlichen Un-

genauigkeiten auf ein Mindestmaß zu beschränken. Die leitenden Gesichtspunkte hierbei sind folgende:

1. Die Standlinien müssen sich möglichst unter rechtem Winkel schneiden, weil dann ebenso wie bei dem Schnitt von Peilungslinien (Bd. I, § 179) Ungenauigkeiten in der Lage und Richtung der Standlinien den geringsten Einfluß auf die Lage des Schiffsortes haben. Daher finden die zwei Beobachtungen am günstigsten in zwei um 90° verschiedenen Azimutrichtungen statt. Man vermeide Azimutunterschiede unter 20° wegen des starken Anwachsens der durch die Ungenauigkeiten der Standlinien verursachten Fehler in der Lage des Schiffsortes bei kleinen Schnittwinkeln.

2. Je geringer die zwischen den beiden Beobachtungen verflossene Zwischenzeit ist, um so vorteilhafter ist dies für die Genauigkeit der Ortsbestimmung, weil die Gissung der Versegelung eine beträchtliche und sehr ungewisse Fehlerquelle abgibt. Daher stellen gleichzeitige Beobachtungen zweier Gestirne den günstigsten Fall dar. Sehr vorteilhaft sind gleichzeitige Höhenmessungen von Planeten, Mond und hellen Fixsternen in der Dämmerung, wenn die Kimm noch gut sichtbar ist. Auch Sonne und Mond können in den frühen Vormittags- und späten Nachmittagsstunden häufig gleichzeitig beobachtet werden.

3. Schließlich müssen die äußeren Verhältnisse der Beobachtung, wie Beschaffenheit der Kimm, Bewölkung, Beleuchtung, bequeme Höhe u. dgl. einen bestimmenden Einfluß haben.

Hier spricht auch Erfahrung und Geschmack des Beobachters mit. Doch sei wiederholt, daß Höhen unter 10° wegen der Unsicherheit der Strahlenbrechung nach Möglichkeit zu vermeiden sind. Die genaue Bestimmung großer Höhen in der Nähe des Zenits ist — besonders bei Nachtbeobachtungen — schwierig.

In zweiter Linie erst kommt für die Wahl der zu beobachtenden Gestirne die Handlichkeit der Rechnungsformel in Betracht. Gewöhnt man sich jedoch, immer nach der Höhenmethode zu rechnen, neben der für einzelne sich von selbst darbietende Fälle noch Meridian- und Nebenmeridianbreite sowie Polarsternbreite mit Vorteil anzuwendende Rechnungsarten sind, so fällt dieser Gesichtspunkt überhaupt fort, was schon in § 155 als ein Vorzug der Höhenmethode bezeichnet worden ist. Die Einheitlichkeit der Rechnung nach dieser Methode erzeugt eine der Schnelligkeit und Fehlerfreiheit des Rechnens günstige mechanische Gewöhnung, gegenüber der der Nachteil der weniger bequemen Formel nicht ins Gewicht fällt.

3. Vergleich zwischen Zeichnung und Berechnung des Schiffsortes.

§ 184. Die Ermittlung der geographischen Koordinaten des Schiffsortes, als des Schnittpunktes zweier Standlinien, erfolgt entweder durch ihre Entnahme aus der Zeichnung oder durch Be-



rechnung. Beide Bestimmungsarten sind im Wesen nicht verschieden. Will man die Genauigkeit der Zeichnung kontrollieren, so führt man die Rechnung aus, die sich ganz an die Zeichnung anlehnt; will man die Beobachtung aller Regeln für die Rechnung sicherstellen, so entwirft man sich — wenigstens skizzenhaft — eine entsprechende Zeichnung.

Die Zeichnung führt schneller zum Ziele und gewährt den Vorteil, daß sie eine Beurteilung des Wertes der Ortsbestimmung auf Grund der eingezeichneten Ortslinien ermöglicht. Sie ist dem Auge und dem Gefühl des Seemannes verständlicher als die Rechnung. Bei großen Höhen kommt sie überhaupt allein in Betracht.

Die Errechnung der geographischen Koordinaten verwischt die Kennzeichen für die Güte des Bestecks, hat aber den Vorteil, daß die Ungenauigkeiten, die die Zeichnung in das Besteck hineinträgt, vermieden werden.

Die Zeichnung muß daher in den Vordergrund gestellt werden (vgl. die entsprechenden Ortsbestimmungen durch Peilungslinien), doch so, daß es dem Dafürhalten des Beobachters anheimzugeben ist, ob die nautischen Verhältnisse — in der Nähe von Land, auf hoher See — nur Zeichnung oder nur Berechnung gestatten oder beide zur gegenseitigen Kontrolle verlangen.

II. Die Ermittlung des Schiffsortes aus zwei Standlinien durch Zeichnung.

Die Zeichnung kann mit verschiedenen Hilfsmitteln ausgeführt werden:

1. In der Karte.
2. Auf einem Blatt weißen Papiers (oder Gitterpapiers) mit Maßstab und Transporteur.
3. In besonderen für diesen Zweck entworfenen Diagrammen, wie z. B. dem Diagramm von Eckardt und Meßtorf.

Die Zeichnung in der Karte ist das gewöhnliche Verfahren, das in der Mehrzahl der Fälle angewendet wird.

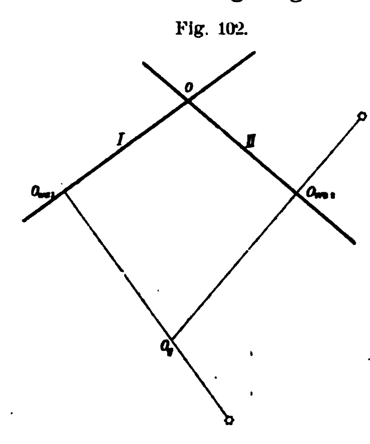
1. In der Karte.

§ 185. Am besten ist dazu die gerade in Gebrauch befindliche Karte. Wenn jedoch ihr Maßstab nicht ausreicht, Breite und Länge mit einer Genauigkeit von ein bis zwei Minuten daraus zu entnehmen, so kann eine andere Karte derselben Breite und von genügendem Maßstabe, etwa eine Küstenkarte, an ihre Stelle treten.

Außerdem hat man eigens zu diesem Zweck Kartennetze großen Maßstabes für die verschiedenen Breitenzonen angefertigt, die sich nur über wenige Längen- und Breitengrade erstrecken und außer dem Gradnetz nur eine rechtweisende Kompaßrose enthalten. Sie sind im Handel gewöhnlich unter dem Namen Sumner-Karten erhältlich.

Recht bequem und für alle Breiten brauchbar sind die unvollständigen Kartennetze von Lüning*), die nur eine Längenskala und eine rechtweisende Kompaßrose haben. Die Breitenskala wird je nach Bedarf mit Hilfe von N. T. 2 für die benötigte Breite von dem Rechner selbst eingetragen.

Fig. 102.



Die Standlinien werden in der Karte nach Fig. 100 (§§ 180 u. 181) oder, wenn keine Versegelung zwischen den beiden Beobachtungen liegt, nach Fig. 102 eingezeichnet. Dabei wird im Falle der Benutzung von Hilfskarten die geographische Länge des gegißten Bestecks in passender Weise verschoben. Der Schnittpunkt der beiden Standlinien ist der wahre Schiffsort, seine Länge und Breite werden direkt aus der Karte abgelesen.

Hat man eine Hilfskarte benutzt, so kann nur die Längendifferenz zwischen dem gegißten und dem wahren Schiffsort abgelesen werden. Sie ist im richtigen Sinne an die gegißte Länge anzubringen, um die wahre Länge zu ergeben.

Die Einzelheiten des Verfahrens ergeben sich am besten aus dem folgenden eingehend durchgeführten Beispiel.

Beispiel.

Am 14. Januar 1904 wurde auf ungefähr 38° 3′ *N*-Br. und 14° 58′ *W*-Lg. beobachtet: ⊙ h_a = 10° 13,5′, J. V. = − 1,9′, Ah. = 10 m, U = 8h 17m 20s, I − U = + 1h 0m 13s, m. Gr. Zt. − I = + 0h 4m 21s, Lufttemperatur = 16° C., Wasseroberflächentemperatur = 15° C. Dann wurde gesegelt *S* 60° *O* mw. 23 Sm und zum zweiten Male beobachtet: ⊙ h_a = 28° 52,1′, U = 11h 4m 45s, I − U = + 1h 0m 14s, m. Gr. Zt. − I = + 0h 4m 21s, Lufttemperatur = 20° C., Wasseroberflächentemperatur = 15° C., Mißweisung = 19° *W*.

Nach Beobachtung der ersten Höhe rechnet man:

U = 8h 17m 20s	⊙ δ 14. I. = − 21° 30,1′	Luftt. = 16°
I − U = + 1 0 13	Änd. f. 1h = + 0,42′	Wassert. = 15
I = 9 17 33	Änd. f. − 2,6 = − 1,1	△ = 1 Luft wärmer
m. Gr. Zt. − I = + 0 4 21	⊙ δ = − 21 31,2	
m. Gr. Zt. = 9 21 54 V. M. 14. I.	Ztgl. 14. I. = + 8m 49s	⊙ h_a = 10° 13,5′
λ_g = 0 59 52 *W*	Änd. f. 1h = + 1,0s	J. V. = − 1,9
m. O. Zt. = 8 22 2	Änd. f. − 2,6 = − 3	⊙ h_g = 10 11,6
Ztgl. = + 8 46	Ztgl. = + 8 46	v△ = + 0,4′, G. V. = + 5,1 } = + 5,5
w. O. Zt. = 8 13 16		⊖ h_w = 10 17,1
⊙ t_g = − 3 46 44		

*) Navigationslehrer Th. Lüning, Unvollständige Kartennetze (25 Netze in einem Heft mit Gebrauchsanweisung). Flensburg bei J. W. Rossi, Großestraße 63.

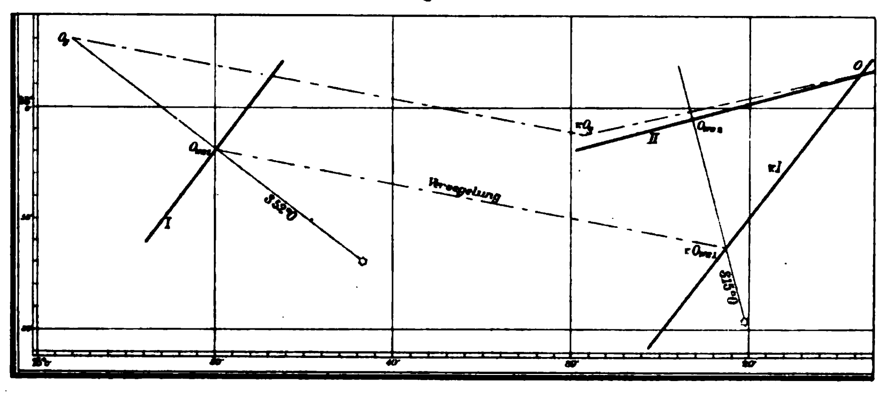


$$\sin^2 {}^1/_2\, x = \sin^2 {}^1/_2\, t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta),\ \sin h = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos x,$$
$$\sin Az = -\sin t \cdot \cos\delta \cdot \sec h.$$

$t_ö = 3^h\ 46^m\ 44^s$	$\log \sin^2 {}^1/_2 t = 9{,}35\,289$		$\log \sin = 9{,}922\,n$
$\varphi = +38°\ \ 3'$	$\log \cos = 9{,}89\,624$		
$\delta = -21\ \ 31$	$\log \cos = 9{,}96\,863$		$\log \cos = 9{,}969$
$\varphi - \delta = +59\ \ 34$	$\log \sec = 0{,}29\,539$	$\log \cos = 9{,}70\,461$	
	$\log \sin^2 {}^1/_2 x = 9{,}51\,315$	$\log \cos = 9{,}54\,161$	
		$\log \sin h_r = 9{,}24\,622$	
		$h_r = 10°\ \ 9'$	$\log \sec = 0{,}007$
		$h_b = 10\ \ 17$	
		$(h_b - h_r) = \triangle h_1 = +\ \ 8$	$\log \sin = 9{,}898$
			$Az_1 = S\ 52°\ O.$

Die hierdurch bestimmte Standlinie wird in der Karte (Fig. 103) eingetragen, indem vom gegißten Besteck (O_g) in 38° 3′ *N*-Br. und 14° 58′ *W*-Lg. eine Linie im rechtweisenden Azimut *S* 52° *O* gezogen wird und darauf 8 Sm (auf der Breitenskala abzugreifen) in der Richtung auf das Gestirn zu, also in der Richtung *S* 52° *O* abgesetzt werden. Dieser Punkt (O_{ws_1}) ist der erste wahrscheinliche Schiffsort; durch ihn wird die Standlinie I senkrecht zur Azimut-

Fig. 103.



richtung gezogen. Da bei Berechnung der zweiten Standlinie von dem verlegten Punkt ($v. O_{ws_1}$) ausgegangen wird, so sind dessen Koordinaten durch Anbringung der Versegelung zu ermitteln. Die Versegelung ist:

	Versegelung = *S* 60° *O* mw. 23 Sm	
	Mißweisung = 19° *W*	
also	Geseg. rw. Kurs = *S* 79° *O*	23 Sm.

Dieser Kurs wird in der Karte von O_{ws_1} aus eingezeichnet, die gesegelte Entfernung von 23 Sm auf der Breitenskala abgegriffen und von O_{ws_1} aus auf der Kurslinie abgetragen. Der Endpunkt ist der verlegte Punkt ($v. O_{ws_1}$). Durch ihn wird eine Parallele zur Standlinie I gezogen, die die verlegte Standlinie ($v. I$) ist. Die Koordinaten des verlegten Punktes ($v. O_{ws_1}$) werden aus der Karte abgelesen zu 37° 54′ *N*-Br. und 14° 21′ *W*-Lg. Damit wird die zweite Höhe berechnet.

U = 11h 4m 45s	$\odot\delta$ 14. I. = −21° 30,1′	Luftt. = 20°
I − U = + 1 0 14	Änd. f. 1h = +0,43′	Wassert. = 15
I = 12 4 59	Änd. f. +0,2 = + 0,1	△ = 5 Luft wärmer
m.Gr.Zt. − I = + 0 4 21	$\odot\delta$ = −21 30,0	
m. Gr. Zt. = 12 9 20 N. M. 14. I.	Ztgl. 14. I. = + 8m 49s	
λ_g = 0 57 24 *W*	Änd. f. 1h = + 0,9s	
m. O. Zt. = 11 11 56	„ f. +0,2 = + 0	$\odot h_a$ = 28° 52,1′
Ztgl. = + 8 49	Ztgl. = + 8 49	J.V. = − 1,9
w. O. Zt. = 11 3 7		$\odot h_g$ = 28 50,2
$\odot t_g$ = − 0 56 53		$v\triangle$ = + 2,1′, G.V. = + 8,6 } = + 10,7
		$\ominus h_w$ = 29 0,9

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta),\quad \sin h = \cos(\varphi \quad \delta) \cdot \cos x,$$
$$\sin Az = -\sin t \cdot \cos\delta \cdot \sec h.$$

$t_ö$ = 0h 56m 53s	$\log \sin^2 {}^1/_2 t$ = 8,18 506		$\log\sin$ = 9,390 *n*
φ = + 37° 54′	$\log\cos$ = 9,89 712		
δ = − 21 30	$\log\cos$ = 9,96 868		$\log\cos$ = 9,969
$\varphi - \delta$ = + 59 24	$\log\sec$ = 0,29 325	$\log\cos$ = 9,70 675	
	$\log\sin^2 {}^1/_2 x$ = 8,34 411	$\log\cos$ = 9,98 036	
		$\log\sin h_r$ = 9,68 711	
		h_r = 29° 7′	$\log\sec$ = 0,059
		h_b = 29 1	
		$h_b - h_r = \triangle h_2$ = − 6	$\log\sin$ = 9,418
			$Az_2 = S$ 15° *O*.

Vom verlegten Punkt ($v. O_{ws_1}$) aus wird im rechtweisenden Kurs *S* 15° *O* eine Linie gezogen und in der Richtung von dem Gestirn fort, also nach *N* 15° *W*, werden 6 Sm abgesetzt. Durch den Endpunkt (O_{ws_2}) wird die Standlinie II senkrecht zu der Kurslinie gezogen. Ihr Schnittpunkt mit der verlegten Standlinie (*v. I*) ist der wahre Schiffsort (*O*), dessen Koordinaten aus der Karte abgelesen werden zu 38° 1′ *N*-Br. und 14° 14′ *W*-Lg. Will man auch noch die Versetzung wissen, so ist der verlegte gegißte Besteckpunkt ($v. O_g$) zu konstruieren, indem man die Versegelung nach Richtung und Distanz an das gegißte Besteck (O_g) anbringt. Die Verbindungslinie der Punkte $v. O_g$ und *O* ist die Versetzung nach Richtung und Größe (auf der Breitenskala abzugreifen). Man findet sie zu *N* 77° *O* 13 Sm.

2. Auf einem Blatt weißen Papiers oder Gitterpapiers mit Maßstab und Transporteur.

§ 186. Die Zeichnung kann auch auf einem Stück gewöhnlichen Papiers erfolgen. Dieses sowie das unter 3 zu erörternde Verfahren werden angewandt, wenn keine geeignete Karte zur Hand ist oder, wie das bei den beschränkten Bordverhältnissen vorkommen kann, kein genügender Platz zum Ausbreiten der Karte zur Verfügung steht.

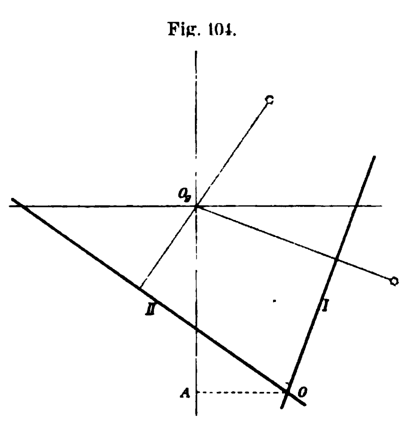
a. Die beiden Höhen sind gleichzeitig beobachtet.

Man zieht zwei aufeinander senkrechte Linien, die den Meridian und den Breitenparallel darstellen. Ihr Schnittpunkt (O_g) ist der gegißte Ort, von dem

aus die beiden Standlinien in der üblichen Weise, wie in der Karte, gezeichnet werden, wobei man für die Minute oder Seemeile ein beliebiges Maß, etwa 1 Sm = 1 cm, wählt (Fig. 104).

Ist die eine Standlinie nach der Längenmethode bestimmt, so wird zunächst die Längendifferenz zwischen Bestimmungspunkt und gegißtem Besteck durch Multiplikation mit *cos φ* oder mit Hilfe von N. T. 2 in Abweichung verwandelt und diese von O_g aus auf dem Breitenparallel in dem gewählten Maßstabe aufgetragen.

Fig. 104.



Der Schnittpunkt (*O*) der beiden Standlinien ist der wahre Schiffsort. Um seine Koordinaten zu finden, ziehe man durch *O* den Parallel *O A* (Fig. 104) und messe die beiden Strecken *O A* und $O_g A$ in der gewählten Maßeinheit. Dann ist $O_g A$ die an die gegißte Breite anzubringende Berichtigung und *O A* die der Längenberichtigung entsprechende Abweichung. Die letztere muß durch Multiplikation mit *sec φ* oder mit Hilfe von N. T. 2 in Längendifferenz verwandelt werden. Die Berichtigungen werden in dem sich aus der Figur ergebenden Sinne an die gegißten Koordinaten angebracht. Das Ergebnis sind die Koordinaten des wahren Ortes.

b. Zwischen den beiden Höhenmessungen hat das Schiff seinen Ort verändert.

§ 187. 1. Die Koordinaten des Bestimmungspunktes der ersten Standlinie sind bekannt.

Man berechnet nach § 181, 2 *α* die Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes I und zeichnet wieder das rechtwinklige Koordinatenkreuz, dessen Schnittpunkt den verlegten Punkt (*v. B I* Fig. 105, S. 233) darstellt.

Durch ihn wird die verlegte Standlinie I senkrecht zum Azimut I gelegt. Das Einzeichnen der zweiten Standlinie und die Entnahme der Koordinaten des wahren Schiffsortes (*O*) erfolgt in der unter a beschriebenen Weise.

2. Sind dagegen die Koordinaten des ersten Bestimmungspunktes nicht bekannt, so kann man in verschiedener Weise verfahren.

α) Man berechnet die Koordinaten des verlegten ersten Bestimmungspunktes nach § 181, 2 *β* und fährt, wie soeben unter 1. beschrieben ist, fort.

Weitere Einzelheiten ergeben sich aus dem folgenden Beispiel.

β) Vielfach (z. B. für das Mittagsbesteck auf hoher See) ist es bequemer, die Versegelung nach § 181, 3 an das gegißte Besteck anzubringen und den Schnittpunkt des auf dem Papier gezeichneten Koordinatenkreuzes als verlegtes gegißtes Besteck (*v.* O_g) zu bezeichnen. Es ist dabei nur darauf zu achten, daß man in diesem Falle bei Berechnung der zweiten Standlinie von diesem verlegten gegißten Besteck auszugehen hat.

Die Zeichnung geht dann nach Art der Fig. 104 vor sich, indem der Schnittpunkt des Koordinatenkreuzes für die Konstruktion der ersten Standlinie als gegißtes Besteck, für die der zweiten Standlinie sowie für die Entnahme des wahren Schiffsortes (*O*) als verlegtes gegißtes Besteck anzusehen ist. Das Verfahren schließt sich dem unter a beschriebenen an.

Weitere Einzelheiten ergibt das Beispiel des folgenden Abschnittes 3, bei dem die Zeichnung zwar nicht auf gewöhnlichem Papier, sondern auf dem Diagramm erfolgt ist, wodurch der Gang des Verfahrens aber nicht geändert wird.

Anmerkung. Die Verwendung von Gitterpapier an Stelle des gewöhnlichen Papiers erleichtert die Zeichnung, indem es die Konstruktion des Koordinatenkreuzes erspart, und macht den Maßstab überflüssig. Die Seite eines Gitterquadrats von passender Länge wird gleich einer Minute oder gleich einer Seemeile gesetzt.

Beispiele.

1. Zu § 187, 1. Am 11. Oktober 1904 V. M. wurde auf ungefähr 36° 56′ *N*-Br. und 125° 14′ *W*-Lg. beobachtet: $\odot h_a = 27° 5{,}0'$, J. V. = − 1,7′, Ah. = 10 m, Lufttemperatur = 21° C., Wassertemperatur = 18° C., U = $8^h 13^m 44^s$, I − U = + $8^h 33^m 42^s$, m. Gr. Zt. − I = + $0^h 7^m 36^s$. Darauf wurde gesegelt *N* 61° *O* rechtw. 26 Sm und dann wieder beobachtet: $\odot h_a = 43° 23{,}8'$, J. V. und Ah. wie vorher, Lufttemperatur = 23° C., Wassertemperatur = 21,5° C., U = $10^h 21^m 21^s$, I − U = + $8^h 33^m 41^s$, m. Gr. Zt. − I = + $0^h 7^m 36^s$.

U = 8^h 13^m 44^s	$\odot\delta$ 11. X. = − 6° 57,8′	$\odot h_a$ = 27° 5,0′
I − U = + 8 33 42	Änd. f. 1^h = − 0,94′	J. V. = − 1,7
I = 4 47 26	Änd. f. + 4,9 = − 4,6	$\odot h_g$ = 27 3,3
m. Gr. Zt. − I = + 0 7 36	$\odot\delta$ = − 7 2,4	$v\triangle$ = + 1,2′ } G. V. = + 8,5 } = + 9,7
m. Gr. Zt. = 4 55 2 11. X.	Ztgl. 11. X. = − 13^m 10^s	$\odot h_w$ = 27 13,0
Lufttemp. = 21°	Änd. f. 1^h = − $0{,}6^s$	z = 62 47
Wassertemp. = 18	Änd. f. + 4,9 = − 3	
$\triangle$ = 3 Luft wärmer	Ztgl. = − 13 13	

$$u = \varphi - \delta, \quad \sin^2 \tfrac{1}{2} t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin \tfrac{1}{2}(z+u) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(z-u).$$

φ = + 36° 56′	$\log \sec$ = 0,09 727
δ = − 7 2	$\log \sec$ = 0,00 328
u = + 43 58	
z = 62 47	
$z + u$ = 106 45	
$\tfrac{1}{2}(z+u)$ = 53 23	$\log \sin$ = 9,90 452
$\tfrac{1}{2}(z-u)$ = 9 24	$\log \sin$ = 9,21 306
	$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} t$ = 9,21 813

$\odot t_ö$ = 3^h 11^m 52^s
w. O. Zt. = 8 48 8
Ztgl. = − 13 13
m. O. Zt. = 8 34 55 V. M. 11. X.
m. Gr. Zt. = 4 55 2 N. M. 11. X.
Lg. i. Zt. = 8 20 7 *W*
λ = 125° 2′ *W*.

Nach den Tafeln von Ebsen ist:
Az_1 = *N* 124° *O*.

Die Koordinaten des Bestimmungspunktes I (*B I*) sind demnach: φ = 36° 56′ *N*, λ = 125° 2′ *W*, das Azimut der Standlinie ist 124° − 90° = 34°. Da die Versegelung = *N* 61° *O*, 26 Sm ist, so ist:

	Br-U = 13′ *N*	Abw = 22,7 Sm *O*	
		Lg-U = 28′ *O*	
B I:	φ = 36° 56′ *N*	λ = 125° 2′ *W*	
v. B I:	φ = 37 9 *N*	λ = 124 34 *W*.	



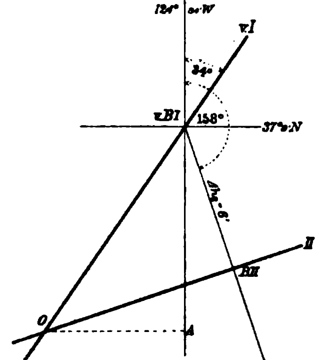
Mit diesen Koordinaten wird die Höhe für die Zeit der zweiten Beobachtung errechnet:

$U = 10^h\,21^m\,21^s$	$\odot\delta$ 11. X. $= -6°\,57{,}8'$	Lufttemp. $= 23°$
$I - U = +\;8\;\;33\;\;41$	Änd. f. $1^h = -0{,}94'$	Wassertemp. $= 21{,}5$
$I = 6\;\;55\;\;2$	Änd. f. $+7 = -\;\;6{,}6$	$\triangle = 1{,}5$ Luft wärmer
m. Gr. Zt. $- I = +\;0\;\;7\;\;36$	$\odot\delta = -7\;\;4{,}4$	
m. Gr. Zt. $= 7\;\;2\;\;38$		
N. M. 11. X.	Ztgl. 11. X. $= -13^m\,10^s$	$\odot h_a = 43°\,23{,}8'$
Ztgl. $= -\;\;13\;\;14$	Änd. f. $1^h = -0{,}6^s$	J. V. $= -\;\;1{,}7$
w. Gr. Zt. $= 7\;\;15\;\;52$	Änd. f. $+7 = -\;\;4$	$\odot h_g = 43\;\;22{,}1$
Lg. i. Zt. $= 8\;\;18\;\;16\;W$	Ztgl. $= -13\;\;14$	$v\triangle = +0{,}6'$, G. V. $= +9{,}3$ } $= +\;\;9{,}9$
w. O. Zt. $= 10\;\;57\;\;36$		
$t_ö = 1\;\;2\;\;24$		$\odot h_w = 43\;\;32{,}0$

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} x = \sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot \cos x,$$
$$\sin Az = - \sin t \cdot \cos \delta \cdot \sec h.$$

$t_ö = 1^h\;2^m\;24^s$	$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} t = 8{,}26\,526$		$\log \sin = 9{,}430\,n$
$\varphi = +37°\;9'$	$\log \cos = 9{,}90\,149$		
$\delta = -\;7\;\;4$	$\log \cos = 9{,}99\,669$		$\log \cos = 9{,}997$
$\varphi - \delta = +44\;\;13$	$\log \sec = 0{,}14\,466$	$\log \cos = 9{,}85\,534$	
	$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} x = 8{,}30\,810$	$\log \cos = 9{,}98\,196$	
		$\log \sin h = 9{,}83\,730$	
		$h_r = 43°\;\;26'$	$\log \sec = 0{,}139$
		$h_b = 43\;\;32$	
		$\triangle h_2 = +\;\;6$	$\log \sin Az = 9{,}566$
			$Az_2 = S\,22°\,O$
			$= 158.$

Fig. 105.



Der verlegte Bestimmungspunkt I (*v.BI*) wird durch ein rechtwinkliges Koordinatenkreuz bezeichnet (Fig. 105) und durch ihn die verlegte Standlinie I (*v.I*) in der Richtung $N\,34°\,O$ gezogen. Danach zieht man vom selben Punkte aus das Azimut II ($N\,158°\,O$) und trägt auf diesem in der Richtung auf das Gestirn zu (weil $\triangle h_2$ positiv ist) $\triangle h_2 = 6$ Sm in einem passenden Maßstabe, z. B. 1 Sm = 0,5 cm, ab. Durch den Endpunkt (*B II*) wird senkrecht zum zweiten Azimut die Standlinie II gezogen, die die verlegte Standlinie I (*v.I*) in *O* schneidet; dieser Schnittpunkt ist der wahre Schiffsort. Hierauf wird *O A* parallel zur Ost-West-Richtung gezogen. Durch Messung von *O A* und *v.BI A* wird die Abweichung zu 5,5 Sm *W* und der Breitenunterschied zu 8′ *S* gefunden. Die Abweichung von 5,5 Sm ist nach N. T. 2 gleich einem Längenunterschied von 7′ *W*. Längen- und Breitenunterschied, auf die Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes angewendet, ergeben den wahren Schiffsort (*O*) auf

37° 1′ *N*, 124° 41′ *W*.

2. Zu § 187,2*a*. Am 16. November 1904 N. M. wurde auf ungefähr 49° 37′ *S*-Br. und 78° 4′ *W*-Lg. beobachtet: $\odot h_a = 19°\,2{,}7'$, J. V. $= +2{,}3'$, Ah. = 9 m, $U = 5^h\,12^m\,49^s$, $I - U = +5^h\,6^m\,49^s$, m. Gr. Zt. $- I = +0^h\,4^m\,41^s$, Lufttemperatur = 10° C., Wassertemperatur = 12,5° C. Dann wurde gesegelt mw. *SO* 22 Sm und wieder beobachtet: ♃ $h_a = 28°\,40{,}8'$, J. V. $= +2{,}5'$, Ah. = 9 m, $U = 7^h\,50^m\,23^s$, $I - U = +5^h\,6^m\,48^s$, m. Gr. Zt. $- I = +0^h\,4^m\,41^s$, Mißweisung = 22° *O*, Lufttemperatur = 8° C, Wassertemperatur = 11° C.

Aus der ersten Beobachtung berechnet man:

U = 5h 12m 49s
I − U = + 5 6 49
I = 10 19 38
m. Gr. Zt. − I = + 0 4 41
m. Gr. Zt. = 10 24 19
16. XI.
Ztgl. = − 15 5
w. Gr. Zt. = 10 39 24
λ_g = 5 12 16 W
w. O. Zt. = 5 27 8

⊙δ 16. XI. = − 18° 42,7′
Änd. f. 1h = − 0,62′
Änd. f. + 10,4 = − 6,4
⊙δ = − 18 49,1

Ztgl. 16. XI. = − 15m 10s
Änd. f. 1h = + 0,5s
Änd. f. + 10,4 = + 5
Ztgl. = − 15 5

Lufttemp. = 10°
Wassertemp. = 12,5
△ = 2,5 Luft kälter

⊙h_a = 19° 2,7′
J. V. = + 2,3
⊙h_g = 19 5,0
v△ = − 1,0′, G. V. = + 7,9 } = + 6,9
⊙h_w = 19 11,9

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi-\delta), \quad \sin h = \cos(\varphi-\delta)\cdot\cos x.$$

t_w = 5h 27m 8s $\log \sin^2 {}^1/_2 t$ = 9,63 199
φ = − 49° 37′ $\log\cos$ = 9,81 151
δ = − 18 49 $\log\cos$ = 9,97 615
$\varphi-\delta$ = − 30 48 $\log\sec$ = 0,06 603 $\log\cos$ = 9,93 397
$\log \sin^2 {}^1/_2 x$ = 9,48 568 $\log\cos$ = 9,58 889
$\log\sin h$ = 9,52 286
h_r = 19° 28′
h_b = 19 12
$\triangle h_1$ = − 16

Nach den Tafeln von Ebsen ist
$Az_1 = S\,84°\,W$.
Der wahrscheinliche Schiffsort liegt vom Gestirn fort, da Δh negativ ist, also in der Richtung $N\,84°\,O$ um 16 Sm ab. Die Versegelung ist
22 Sm in magnet. Kurs $S\,45°\,O$
Mißweis. = 22 O
22 Sm in rw. Kurs $S\,23\,O$.

Berechnung der Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes I (v. B I).

rw. Kurs	Entfernung	Br-U N	Br-U S	Abw O	Abw W
N 84° O	16	1,7	—	15,9	—
S 23 O	22	—	20,3	8,6	—
		1,7	20,3	24,5	—
		—	1,7	—	—
		—	18,6	24,5	

Br-U = 0° 19′ S
φ_g = 49 37 S
v. φ_1 = 49 56 S

Abw = 24,5 Sm O
Lg-U = 0° 38′ O (N. T. 2)
λ_g = 78 4 W
v. λ_1 = 77 26 W.

Der verlegte Bestimmungspunkt I liegt demnach auf 49° 56′ S-Br. und 77° 26′ W-Lg. Hiermit wird die zweite Höhe berechnet:

U = 7h 50m 23s
I − U = + 5 6 48
I = 12 57 11
m. Gr. Zt. − I = + 0 4 41
m. Gr. Zt. = 13 1 52
16. XI.
m. ⊙α = 15 42 39
Fp. Gr. Zt. = 28 44 31
♃α = 1 22 16
♃t_{Gr} = 27 22 15
v. λ_1 = 5 9 44 W
♃t = 22 12 31

m. ⊙α 16. XI. = 15h 40m 31s
Änd. f. 13h 1,9m = + 2 8
m. ⊙α = 15 42 39

♃α 16. XI. = 1h 22m 28s
Änd. f. 1h = − 0,9s
" " + 13,0 = − 12
♃α = 1 22 16

♃δ 16. XI. = + 7° 3,6′
Änd. f. 1h = − 0,08′
" " + 13,0 = − 1,0
♃δ = + 7 2,6

Lufttemp. = 8°
Wassertemp. = 11
△ = 3 Luft kälter

♃h_a = 28° 40,8′
J. V. = + 2,5
♃h_g = 28 43,3
v△ = − 1,2′, G. V. = − 7,3 } = − 8,5
♃h_w = 28 34,8

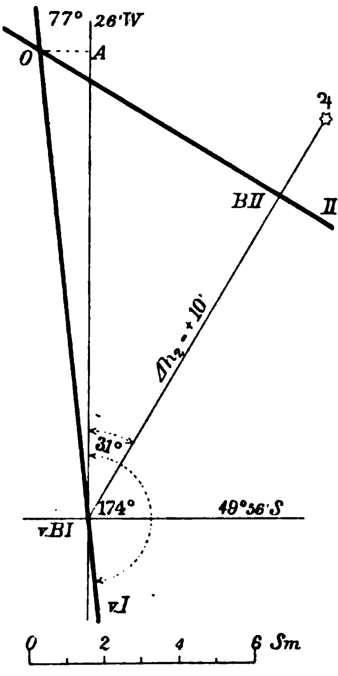
$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi-\delta), \quad \sin h = \cos(\varphi-\delta)\cdot\cos x.$$

$t = -1^h\,47^m\,29^s$ $\log \sin^2 {}^1/_2 t = 8{,}73\,215$
$\varphi = -49°\,56'$ $\log \cos = 9{,}80\,867$
$\delta = +\;7\;\;3$ $\log \cos = 9{,}99\,670$
$\varphi - \delta = -56\;\;59$ $\log \sec = 0{,}26\,370$
$\log \sin^2 {}^1/_2 x = 8{,}80\,122$

Nach den Tafeln von Ebsen ist
$Az_2 = N\,31°\,O$

$\log \cos = 9{,}73\,630$
$\log \cos = 9{,}94\,126$
$\log \sin h = 9{,}67\,756$
$h_r = 28°\;25'$
$h_b = 28\;\;35$
$\triangle h_2 = +\;10.$

Fig. 106.



Der Schnittpunkt des rechtwinkligen Koordinatenkreuzes (Fig. 106) ist der verlegte erste Bestimmungspunkt. Durch ihn wird die verlegte erste Standlinie (*v. I*) in der Richtung 84° + 90° = 174° gelegt. Darauf wird eine zweite Linie im Azimut $N\,31°\,O$ gezogen und auf dieser in einem passenden Maßstab (1′ = 0,5 cm) $\triangle h_2 = 10'$ in der Richtung nach dem Gestirn zu (weil $\triangle h_2$ positiv ist) abgetragen. Durch den Endpunkt *BII* wird senkrecht zum Azimut die Standlinie II gezogen. Sie schneidet die Standlinie *v. I* in *O*. Parallel zur Ost-West-Richtung wird *OA* gezogen und *OA* sowie *A v.BI* mit dem gewählten Maßstabe gemessen. Man findet *OA* = 1 Sm und *A v.BI* = 12 Sm. Nach N. T. 2 entspricht der Abw von 1 Sm ein Lg-U von 2′. Das Schiff steht also 12′ nördlicher und 2′ westlicher, als in dem verlegten Bestimmungspunkt I (*v. B I*).

Der beobachtete Schiffsort ist daher 49° 44′ *S* und 77° 28′ *W*.

3. Auf dem Diagramm von Eckardt und Meßtorf.

§ 188. Die Zeichnung erfolgt in derselben Weise, wie unter 2. gezeigt worden ist, mit Lineal und Zirkel, da der Maßstab durch das Gitterpapier, der Transporteur durch die Gradteilung des Diagramms (Fig. 107) ersetzt ist. Als Länge einer Minute oder einer Seemeile nimmt man die Seite eines kleinen Gitterquadrates an.

Liegt keine Versegelung zwischen den beiden Höhenmessungen, so ist die Mitte des Diagramms der gegißte Schiffsort.

Ist eine Versegelung zu berücksichtigen, so ist entweder der verlegte erste Bestimmungspunkt oder der verlegte gegißte Besteckpunkt, wie in § 187, 2, α und β beschrieben ist, in der Diagrammitte anzunehmen. Besonders durch das letztere Verfahren (2, β) werden die Vorteile der Zeichnung voll ausgenutzt. Einzelheiten zeigt das Beispiel.

Das Diagramm kann auch an Stelle der N. T. 2. zur Verwandlung der Abweichung in Längendifferenz und umgekehrt benutzt werden. Nachdem man die Abweichung des wahren Schiffsorts (*OA* Fig. 107) vom verlegten Punkt gefunden hat, trägt man sie mittels des Zirkels von $v.\,O_g$ aus nach *N* hin auf dem Meridian

bis B ab, sodaß $v.O_g\,B = O\,A$ ist. Danach zieht man von der Mitte $v.\,O_g$ aus eine Linie, die mit $v.O_g\,N$ einen Winkel gleich der Breite des wahren Schiffsortes bildet, und durch B eine Parallele zu der O-W Linie, die die schräge Linie in C schneidet. Die Länge von $v.O_g\,C$ gemessen am Gittermaßstab gibt dann die Längendifferenz an.

Der Beweis hierfür ergibt sich unmittelbar aus der Figur, da

$$v.O_g\,C = v.O_g\,B \cdot sec\,\varphi$$

ist.

Umgekehrt verfährt man zur Bestimmung der Abweichung aus der Längendifferenz, wenn die eine Standlinie nach der Längenmethode ermittelt ist.

Beispiel.

Am 6. Februar 1905 vormittags wurde auf ungefähr 54° 45′ N-Br. und 7° 16′ O-Lg. beobachtet: $\odot h_a = 11°\,28{,}3'$. J. V. $= +\,0{,}5'$, Ah. = 11 m, Lufttemperatur $= +\,2{,}5°$ C., Wassertemperatur $= +\,1°$ C., $U = 8^h\,24^m\,36^s$, $I - U = +\,0^h\,35^m\,37^s$, m. Gr. Zt. $- I = +\,0^h\,4^m\,27^s$. Darauf wurde gesegelt $N\,15°\,W$ rechtw., 45 Sm und dann wieder beobachtet: $\odot h_a = 11°\,19{,}5'$, J. V. und Ah. wie vorher, Lufttemperatur $= +\,3{,}5°$ C., Wassertemperatur $= +\,0{,}5°$ C., $U = 1^h\,46^m\,19^s$, $I - U$ und m. Gr. Zt. $- I$ wie bei der ersten Beobachtung.

$U = 8^h\,24^m\,36^s$
$I - U = +\,35\;\;27$
$I = 9\;\;0\;\;3$
m. Gr. Zt. $- I = +\;\;4\;\;27$
m. Gr. Zt. $= 9\;\;4\;\;30$
V. M. 6. II.
Ztgl. $= +\,14\;\;13$
w. Gr. Zt. $= 8\;\;50\;\;17$
Lg. i. Zt. $= 0\;\;29\;\;4\;O$
w. O. Zt. $= 9\;\;19\;\;21$

$\odot\,\delta$ 6. II. $= -\,15°\,43{,}8'$
Änd. f. $1^h = +\,0{,}76'$
Änd. f. $-\,2{,}9 = -\;\;2{,}2$
$\odot\,\delta = -\,15\;\;46{,}0$

Ztgl. 6. II. $= +\,14^m\,14^s$
Änd. f. $1^h = +\,0{,}2^s$
Änd. f. $-\,2{,}9 = -\;\;1$
Ztgl. $= +\,14\;\;13$

Lufttemp. $= +\,2{,}5°$
Wassertemp. $= +\,1{,}0$
$\triangle = \;\;1{,}5$
Luft wärmer

$\odot\,h_a = 11°\,28{,}3'$
J. V. $= +\;\;0{,}5$
$\odot\,h_g = 11\;\;28{,}8$
$v\triangle = +\,0{,}6'$ | G.V. $= +\,5{,}4$ } $= +\;\;6{,}0$
$\ominus\,h_w = 11\;\;34{,}8$
$= 11\;\;35$

$$sin^2\,{}^1/_2x = sin^2\,{}^1/_2t \cdot cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot sec\,(\varphi - \delta),$$
$$sin\,h = cos\,(\varphi - \delta) \cdot cos\,x.$$

$t_\ddot{o} = 2^h\,40^m\,39^s$
$\varphi = +\,54°\,45'$
$\delta = -\,15\;\;46$
$\varphi - \delta = +\,70\;\;31$

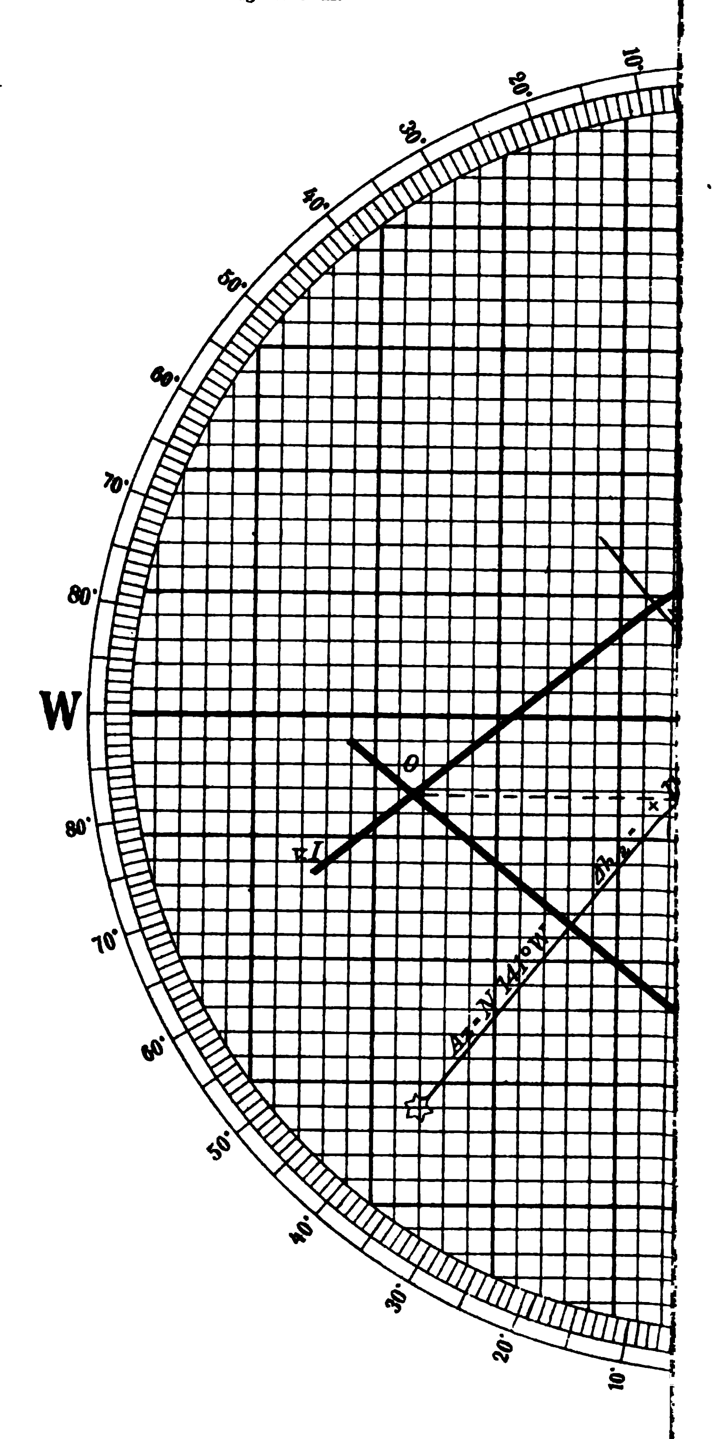
$log\;sin^2\,{}^1/_2t = 9{,}07\,157$
$log\;cos = 9{,}76\,129$
$log\;cos = 9{,}98\,334$
$log\;sec = 0{,}47\,686$
$log\;sin^2\,{}^1/_2x = 9{,}29\,306$

$log\;cos = 9{,}52\,314$
$log\;cos = 9{,}78\,346$
$log\;sin\,h = 9{,}30\,660$
$h_r = 11°\,41'$
$h_b = 11\;\;35$
$\triangle h_1 = -\;\;6$

Nach der Tafel von Ebsen:
$Az_1 = N\,141°\,O.$

Berechnung der Koordinaten des verlegten gegißten Besteckpunktes ($v.\,O_g$):

	Kurs $= N\,15°\,W$	Entfernung = 45 Sm
	Br-U $= \;0°\,43{,}5'\,N$	Abw = 11,6 Sm W
		Lg-U $= 0°\,20'\,W$
O_g:	$\varphi = 54\;\;45\;\;N$	$\lambda = 7\;\;16\;\;O$
$v.\,O_g$:	$\varphi = 55\;\;29\;\;N$	$\lambda = 6\;\;56\;\;O$


10°
20°
30°
40°
50°
60°
70°
80°
W
O
I
II
Az = N 140° W
Δh = 2'
80°
70°
60°
50°
40°
30°
20°
10°

Hiermit wird die zweite Höhe berechnet.

$U = 1^h\ 46^m\ 19^s$	$\odot\delta$ 6. II. $= -15°\ 43{,}8'$	Lufttemp. $= +3{,}5$
$I - U = +\ 35\ \ 27$	Änd. f. $1^h = +0{,}77'$	Wassertemp. $= +0{,}5$
$I = 2\ \ 21\ \ 46$	" f. $+2{,}4 = +\ \ 1{,}8$	$\triangle = 3{,}0$
m. Gr. Zt. $- I = +\ 4\ \ 27$	$\odot\delta = -15\ \ 42{,}0$	Luft wärmer
m. Gr. Zt. $= 2\ \ 26\ \ 13$		
6. II.	Ztgl. 6 II. $= +14^m\ 14^s$	$\odot h_a = 11°\ 19{,}5'$
Ztgl. $= +14\ \ 14$	Änd. f. $1^h = +0{,}2^s$	J. V. $= +\ \ 0{,}5$
w. Gr. Zt. $= 2\ \ 11\ \ 59$	" f. $+2{,}4 = +\ \ 0$	$\odot h_g = 11\ \ 20{,}0$
Lg. i. Zt. $= 0\ \ 27\ \ 44$ *O*	Ztgl. $= +14\ \ 14$	$v\triangle = +1{,}2'$ } $= +\ 6{,}6$
w. O. Zt. $= 2\ \ 39\ \ 43$		G. V. $= +5{,}4$ }
		$\odot h_w = 11\ \ 26{,}6$
		$= 11\ \ 27$

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta),$$

$$\sin h = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

$t_w - 2^h\ 39^m\ 43^s$	$\log \sin^2 {}^1/_2 t = 9{,}06\,671$	
$\varphi = +55°\ 29'$	$\log \cos = 9{,}75\,331$	
$\delta = -15\ \ 42$	$\log \cos = 9{,}98\,349$	
$\varphi - \delta = +71\ \ 11$	$\log \sec = 0{,}49\,142$	$\log \cos = 9{,}50\,858$
	$\log \sin^2 {}^1/_2 x = 9{,}29\,493$	$\log \cos = 9{,}78\,213$
		$\log \sin h = 9{,}29\,071$
	Nach der Tafel von Ebsen:	$h_r = 11°\ 16'$
	$Az_2 = N\ 141°\ W.$	$h_b = 11\ \ 27$
		$\triangle h_2 = +\ \ 11.$

Nach Eintragung beider Standlinien in das Diagramm wird der Breitenunterschied $\triangle\varphi = 3'\ S$ und die Abweichung Abw $= 13{,}5$ Sm W gefunden. Letztere wird in Längenunterschied ($\triangle\lambda$) verwandelt, indem man die Abweichung ($OA = 13{,}5$ Sm) von $v.O_g$ aus auf dem Meridian nach N hin abträgt, sodaß $v.O_g\,B = O\,A$ wird. Darauf zieht man von $v.O_g$ aus eine Linie, die mit $v.O_g\,N$ einen Winkel gleich der Breite $\varphi = 55°\ 26'$ bildet. Diese Linie wird von einer durch B parallel zur O-W Linie gelegten Linie in C geschnitten. Schlägt man um $v.O_g$ mit $v.O_g\,C$ einen Kreis, der den Meridian in C_1 schneidet, so ist $v.O_g\,C_1 = 23'$ der Längenunterschied. Breiten- und Längenunterschied zu den Koordinaten des verlegten gegißten Bestecks ($v.O_g$) hinzugefügt, ergeben den wahren Schiffsort (O):

$$\underline{\varphi = 55°\ 26'\ N,\quad \lambda = 6°\ 33'\ O.}$$

III. Die Berechnung der geographischen Koordinaten des wahren Schiffsortes als des Schnittpunktes zweier Standlinien.

§ 189. Hier sind die folgenden beiden Regeln stets zu beachten:

1. Die Versegelung wird nach § 181, 2. berücksichtigt, sodaß man stets den verlegten Bestimmungspunkt der ersten Standlinie erhält, der der Berechnung der zweiten Standlinie zugrunde zu legen ist.

2. Man verschafft sich durch Anfertigung einer flüchtigen, aus freier Hand gezeichneten Darstellung Klarheit über die gegenseitige Lage der Standlinien und der Versegelung.



Die Einteilung der Methoden zur Berechnung der geographischen Koordinaten des Schiffsortes erfolgt auf Grund der Methoden, nach denen die zweite Standlinie ermittelt ist. Es sind daher drei allgemeine Fälle entsprechend der Höhen-, der Längen- und der Breitenmethode und zwei Sonderfälle entsprechend der Meridian- und der Nebenmeridianbreite zu unterscheiden. Die Methode, nach der die erste Standlinie bestimmt ist, hat keinen Einfluß auf das Verfahren.

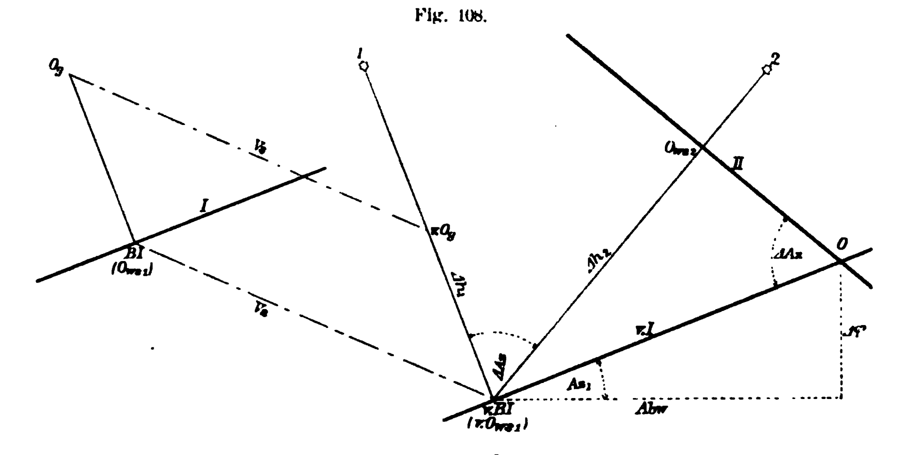
a. Allgemeine Fälle.

1. Die zweite Standlinie ist nach der Höhenmethode bestimmt worden.

α. Lösung mit Hilfe der Koppeltafel N. T. 1.

§ 190. Nachdem der Höhenunterschied der zweiten Standlinie (Δh_2) und ihr Azimut (Az_2) gefunden sind, wobei man vom verlegten ersten Bestimmungspunkt ($v.BI$ Fig. 108) mit den Koordinaten φ_1 und λ_1 ausgegangen ist, berechnet man den Winkel, den die beiden Standlinien miteinander einschließen (ΔAz). In Fig. 108 ist der verlegte erste Bestimmungspunkt gleichzeitig verlegter wahrscheinlicher Schiffsort. Dies ist jedoch zur Anwendung der Methode nicht erforderlich.

Fig. 108.



Der Winkel ΔAz ist gleich dem Unterschiede der beiden berechneten Azimute oder der entgegengesetzten Richtungen mit der Maßgabe, daß es stets der spitze Winkel sein soll. Der Beweis folgt aus Fig. 108, nach der

$$\measuredangle\, O_{ws_2}\, O\ v.BI = \measuredangle\, v.O_g\ v.BI\, O_{ws_2} = \Delta Az$$

ist. Die Art, in der die Azimutdifferenz zu bilden ist, ergibt sich am besten aus der Skizze. Das rechtwinklige Dreieck $O_{ws_2}\, O\ v.BI$ kann dann als ein Kursdreieck angesehen werden, in dem der Kurs $\alpha = \Delta Az$ und die Abweichung $a = \Delta h_2$ bekannt sind. Gesucht wird die Entfernung $c = v.BI\ O$.

Man sucht daher in N. T. 1. in der Kurszeile, die durch den Winkel ΔAz bezeichnet ist von vorn anfangend diejenige Abweichung, die dem errechneten Δh_2 möglichst nahe kommt. Die Entfernung, die über der Spalte dieser Abweichung steht, ist das Stück $v.BI\ O$ der verlegten Standlinie I. In derselben Entfernungsspalte sucht man dann mit der Richtung dieser Standlinie ($Az_1 \pm 90°$) als Kurs den Breitenunterschied ($\Delta\varphi$) und die Abweichung (Abw) auf. Nachdem letztere mit

Hilfe der N. T. 2 in Längendifferenz ($\Delta\lambda$) verwandelt ist, findet man die Koordinaten des Schiffsortes aus

$$\varphi = \varphi_1 + \Delta\varphi \quad \text{u.} \quad \lambda = \lambda_1 + \Delta\lambda,$$

wobei die Vorzeichen von $\Delta\varphi$ und $\Delta\lambda$ an der Hand der Skizze zu bestimmen sind.

Beispiel.

Am 13. August 1904 nachm. ist auf etwa 57° 4′ *S*-Br. und 64° 56′ *W*-Lg. beobachtet worden: $\odot h_a = 15° 48{,}0'$, J. V. = + 0,3′, Ah. = 9 m, U = $7^h\,39^m\,14^s$, I — U = — $1^h\,35^m\,14^s$, m. Gr. Zt. — I = — $0^h\,16^m\,13^s$, Lufttemp. = + 5,5° C., Wasseroberfl.-Temp. = + 4,5° C. Darauf wurde gesegelt: *N* 70° *O* mißw. 35 Sm und nach Sonnenuntergang wieder beobachtet: *α* Scorpii (Antares) $* h_a = 54° 45{,}5'$, J. V., Ah., I — U, m. Gr. Zt. — I wie vorher, U = $11^h\,23^m\,21^s$, Lufttemp. = + 2,0° C., Wasseroberfl.-Temp. = + 4,5° C., Mißweisung = 18° *O*.

Die erste Standlinie wurde nach der Höhenmethode bestimmt und gefunden:

$$\Delta h_1 = -16', \qquad Az_1 = S\,159°\,W = 339°.$$

Der wahrscheinliche Schiffsort liegt in der Richtung vom Gestirn fort, da Δh_1 negativ ist, also im Azimut *S* 21° *O* um 16 Sm. Die Richtung der Standlinie I ist = 339° + 90° = 69°.

Versegelung = mißw.	*N* 70° *O*	35 Sm
Mißweisung =	18 *O*	
Versegelung = rechtw.	*N* 88 *O*	35 Sm.

Berechnung der Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes I (*v. BI*).

rw. Kurs	Entf.	Br-U *N*	Br-U *S*	Abw *O*	Abw *W*
S 21° *O*	16	—	14,9	5,7	—
N 88 *O*	35	1,2	—	35,0	—
		1,2	14,9	40,7	—
		—	— 1,2	—	—
		—	13,7	40,7	—

	Br-U =	0° 14′ *S*
Og:	φ =	57 4 *S*
v. BI:	φ =	57 18 *S*
	Abw =	41 Sm *O*
	Lg-U =	1° 15′ *O*
Og:	λ =	64 56 *W*
v. BI:	λ =	63 41 *W*.

Mit diesen Koordinaten ist die zweite Standlinie nach der Höhenmethode bestimmt worden. Es ergab sich:

$$\Delta h_2 = +21', \qquad Az_2 = N\,40°\,O$$

$$\text{Azimutunterschied:} \left\{ \begin{array}{lcl} Az_2 = 40° & = & 400° \\ Az_1 & = & 339 \\ \hline \Delta Az & = & 61. \end{array} \right.$$

N. T. 1 ergibt mit 61° als Kurswinkel eine dem $\Delta h_2 = 21'$ am nächsten kommende Abweichung von 21,0 Sm in der Spalte 24 Sm. In derselben Spalte findet man mit dem Kurswinkel 69° (Richtung der Standlinie I) einen Br-U von 8,6′ und eine Abweichung von 22,4 Sm. Aus N. T. 2 folgt für die Breite 57° 20′ und eine Abweichung von 22,4 Sm ein Längenunterschied von 41,5′. Der Br-U ist *N*, der Lg-U ist *O* (Fig. 108), daher berechnen sich die Koordinaten des wahren Schiffsortes folgendermaßen:

v. BI: φ = 57° 18′ *S*		λ = 63° 41′ *W*
$\Delta\varphi$ = 9 *N*		$\Delta\lambda$ = 42 *O*
O: φ = 57 9 *S*		λ = 62 59 *W*.

β. Lösung mit Hilfe der Tafel zur Berechnung des Schiffsortes nach der Höhenmethode. N. T. 17.

§ 191. Diese Rechenweise empfiehlt sich besonders, wenn die Azimute mit Hilfe von Tafel 16 der N. T. berechnet sind, da dann die Hilfsgröße c schon bekannt ist.

Bedeutet $\triangle Az$ den Winkel, den die beiden Standlinien miteinander einschließen, so ist

$$\triangle Az = Az_2 - Az_1$$

oder, wenn $Az_2 - Az_1$ größer als 180° ist

$$\triangle Az = 360° - (Az_2 - Az_1).$$

Aus dem Dreieck $O\ v.BI\ O_{vs_2}$ (Fig. 109) ergibt sich dann

$$O\ v.BI = \frac{\triangle h_2}{sin \triangle Az}.$$

Ferner ist der Breitenunterschied zwischen dem verlegten ersten Bestimmungspunkt und O

$$\triangle\varphi = O\ v.BI \cdot cos\,(Az_1 \pm 90°) = O\ v.BI \cdot sin\,Az_1$$

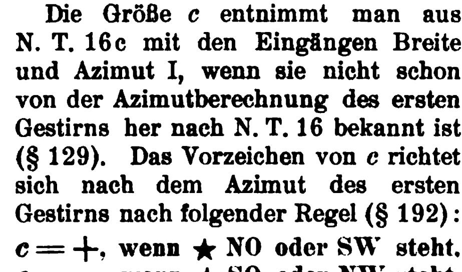
also
$$1.\ \triangle\varphi = \triangle h_2 \cdot \frac{sin\,Az_1}{sin \triangle Az}.$$

Der Quotient $\frac{sin\,Az_1}{sin \triangle Az}$ ist aus N. T. 17 mit den Eingängen Azimutunterschied und Azimut I zu entnehmen. Das Vorzeichen ergibt sich aus der am Fuße der Tafel stehenden Zeichenregel oder aus der Skizze.

Die Längendifferenz zwischen $v.BI$ und dem wahren Schiffsorte (O) liefert die Differentialgleichung (§ 119)

$$\triangle\lambda = - sec\,\varphi \cdot cotg\,Az_1 \cdot \triangle\varphi,$$

$$2.\ \triangle\lambda = c \cdot \triangle\varphi.$$

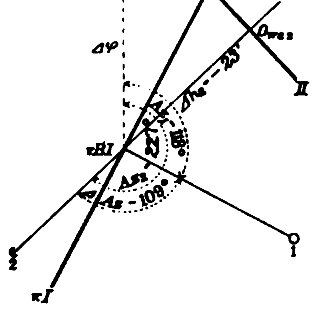


Die Größe c entnimmt man aus N. T. 16c mit den Eingängen Breite und Azimut I, wenn sie nicht schon von der Azimutberechnung des ersten Gestirns her nach N. T. 16 bekannt ist (§ 129). Das Vorzeichen von c richtet sich nach dem Azimut des ersten Gestirns nach folgender Regel (§ 192):

$c = +$, wenn ★ NO oder SW steht.
$c = -$, wenn ★ SO oder NW steht.

Das Vorzeichen stimmt nicht immer mit dem von $a + b$ aus der Azimutberechnung überein. Ein positives $\triangle\lambda$ bedeutet eine Verschiebung nach West, ein negatives eine solche nach Ost.

Fig. 109.



Der wahre Schiffsort folgt dann aus:

$$3.\ \varphi = \varphi_1 + \triangle\varphi \quad \text{und} \quad \lambda = \lambda_1 + \triangle\lambda,$$

wo die Vorzeichen von $\triangle\varphi$ und $\triangle\lambda$ durch eine freihändige Zeichnung zu kontrollieren sind.

Beispiel.

Am 3. Oktober 1904 morgens ist auf etwa 41° 23′ *N*-Br. gleichzeitig beobachtet: 1. ⊙ $h_a = 22° 9{,}0'$, J. V. = + 1,2′, Ah. = 10 m, U = 9h 4m 23s, I — U = + 0h 16m 25s, m. Gr. Zt. — I = + 0h 7m 33s;

2. ☾ $h_a = 58° 24{,}8'$, U = 9h 7m 15s, Lufttemperatur = 18° C., Wassertemperatur = 16° C.

U =	9h	4m	23s
I — U = +		16	25
I =	9	20	48
m. Gr. Zt. — I = +		7	33
m. Gr. Zt. =	9	28	21
=	21	28	21
= 21,5h 2. X.			

⊙δ 3. X. = — 3° 53,9′
Änd. f. 1h = — 0,97′
Änd. f. —2,5 = + 2,4
⊙δ = — 3 51,5

Ztgl. 3. X. = — 10m 53s
Änd. f. 1h = — 0,8s
Änd. f. —2,5 = + 2
Ztgl. = — 10 51

Lufttemp. = 18°
Wassertemp. = 16
△ = 2 Luft wärmer.

⊙ h_a = 22° 9,0′
J. V. = + 1,2
⊙ h_g = 22 10,2
$v_\triangle$ = + 0,8′ } = + 8,8
G. V. = + 8,0 }
⊖ h_w = 22 19,0
z = 67 41

$$u = \varphi - \delta,$$

$$\sin^2 {}^1/_2\, t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin {}^1/_2 (z+u) \cdot \sin {}^1/_2 (z-u).$$

φ = +	41°	23′	$\log\sec$ = 0,12 476
δ = —	3	52	$\log\sec$ = 0,00 099
u = +	45	15	
z =	67	41	
$z + u$ =	112	56	
$^1/_2 (z+u)$ =	56	28	$\log\sin$ = 9,92 094
$^1/_2 (z-u)$ =	11	13	$\log\sin$ = 9,28 896

$\log\sin^2 {}^1/_2 t$ = 9,33 565

⊙ $t_ö$ =	3h	41m	52s
w. O. Zt. =	20	18	8
Ztgl. = —		10	51
m. O. Zt. =	20	7	17
m. Gr. Zt. =	21	28	21
Lg. i. Zt. =	1	21	4 *W*

λ_1 = 20° 16′ *W*

Nach N. T. 16 ist:
a = + 0,61
b = + 0,09
$a + b = c_1$ = + 0,70
Az_1 = *S* 62° *O*
= 118

U =	9h	7m	15s
I — U = +		16	25
I =	9	23	40
m. Gr. Zt. — I = +		7	33
m. Gr. Zt. =	9	31	13
=	21	31	13 2. X.
m. ⊙α =	12	46	38
Fp. Gr. Zt. =	34	17	51
=	10	17	51
Lg. i. Zt. =	1	21	4 *W*
Fp. O. Zt. =	8	56	47
☾α =	7	24	9
☾ t_w =	1	32	38

m. ⊙α 2. X. = 12h 43m 6s
Änd. f. 21h 31m = + 3 32
m. ⊙α = 12 46 38

☾α 2. X. 21h = 7h 22m 54s
Änd. f. 1m = + 2,39s
Änd. f. + 31,2 = + 1 15
☾α = 7 24 9

☾ r 2. X. 12h = 15′ 52″
Änd. f. 12h = + 6″
V. = $\frac{6'' \times 9{,}5}{12}$ = + 5
☾ r = 15 57

☾ h_a = 58° 24,8′
J. V. = + 1,2
☾ h_g = 58 26,0
$v_\triangle$ = + 0,8′ }
G. V. f. 58° u. 15′ 50″ = + 8,6 }
Prop. Teile } f. 0,4° = — 0,3 } = + 9,2
f. 7″ = + 0,1 }
☾ h_w = 58 35,2

☾δ 2. X. 21h = + 17° 32,5′
Änd. f. 1m = — 0,055′
Änd. f. + 31,2 = — 1,7
☾δ = + 17 30,8

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} x = \sin^2 \tfrac{1}{2} t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

☾ $t = 1^h\,32^m\,38^s$	$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} t = 8{,}60\,488$	
$\varphi = +41^\circ\ 23'$	$\log \cos = 9{,}87\,524$	
$\delta = +17\ \ 31$	$\log \cos = 9{,}97\,938$	
$\varphi - \delta = +23\ \ 52$	$\log \sec = 0{,}03\,882$	$\log \cos = 9{,}96\,118$
	$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} x = 8{,}49\,832$	$\log \cos = 9{,}97\,173$
Nach N. T. 16 ist:		$\log \sin h = 9{,}93\,291$
$a = +2{,}07$		$h_r = 58^\circ\ 58'$
$b = -0{,}81$		$h_b = 58\ \ 35$
$a + b = c_2 = +1{,}26$	$Az_2 = 227^\circ$	$\triangle h_2 = -\ \ 23$
$Az_2 = S\,47^\circ\,W$	$Az_1 = 118$	
$= 227$	$\triangle Az = 109$	

Nach N. T. 17 ergibt sich bei $Az_1 = S\,62^\circ\,O$ und $\triangle Az = 109^\circ$ der Tafelwert: 0,93. Az_1 ist O und links von Az_2 (Fig. 109)*), daher ist das Vorzeichen von $\triangle \varphi$ demjenigen von $\triangle h_2$ entgegengesetzt, d. i. im vorliegenden Falle $+$, sodaß

$$\triangle \varphi = +0{,}93 \times 23' = +21{,}4'$$

ist. Da Az_1 im SO-Quadranten liegt, so ist c_1 negativ, und daher

$$\triangle \lambda = (-0{,}70) \times (+21{,}4') = -15{,}0'.$$

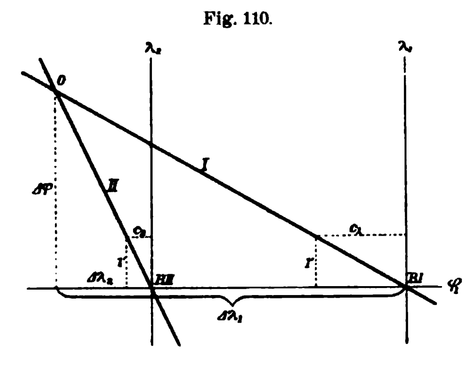
Der wahre Schiffsort folgt daher aus

BI:	$\varphi = 41^\circ\ 23'\ N$	$\lambda = 20^\circ\ 16'\ W$
	$\triangle \varphi = \ \ \ 21\ N$	$\triangle \lambda = \ \ \ 15\ O$
O:	$\varphi = 41\ \ 44\ N$	$\lambda = 20\ \ \ 1\ W.$

2. Die zweite Standlinie ist nach der Längenmethode bestimmt worden.

§ 192. In Fig. 110 sei φ_1 der Breitenparallel und λ_1 der Meridian des Bestimmungspunktes oder des verlegten Bestimmungspunktes der ersten Standlinie. λ_2 sei der Meridian des zweiten Bestimmungspunktes, dessen Breite ebenfalls φ_1 ist, da er nach der Längenmethode bestimmt worden ist. Der Schiffsort ist der Schnittpunkt (O) der beiden Standlinien, er wird durch den gesuchten Breitenunterschied ($\Delta \varphi$) und die gesuchten Längendifferenzen ($\Delta \lambda_1$ oder $\Delta \lambda_2$) bestimmt.

Fig. 110.



Die Figur zeigt ferner, daß für die Punkte der Standlinien λ_1 um die kleine Größe c_1 und λ_2 um die Größe c_2 sich ändern, wenn φ_1 um 1′ zunimmt; c_1 und c_2 sind also die Änderungen der Länge für eine Änderung der Breite von 1′ bei gleichbleibender Höhe und Abweichung (§§ 119 und 129). Sie sind aus N. T. 16c zu entnehmen mit den Eingängen Breite und Azimut des Gestirns. Die Azimute brauchen in diesem Falle jedoch gar nicht erst aufgeschlagen zu werden, da man ja die Größen c mit Hilfe der Tafeln 16a und b aus

$$c = a + b$$

finden kann. Dabei ist indessen zu beachten, daß das Vorzeichen von c für diese Berechnungen ein anderes als das Vorzeichen von $a + b$ ist. Man findet es nach folgender Regel:

*) Fig. 109 zeigt den allgemeinen Fall mit stattgefundener Versegelung, daher die Bezeichnung *v. I* und *v. B I*, während für dies Beispiel die Bezeichnung hätte lauten müssen: *I* und *BI*.



$c = +$, wenn ★ Azimut im I. oder III. Quadranten (NO, SW) liegt,
$c = -$, wenn ★ Azimut im II. oder IV. Quadranten (SO, NW) liegt.

Dabei sind westliche Längenänderungen positiv, östliche negativ angenommen.

Den Beweis für diese Regel ersieht man leicht aus Fig. 110. Liegt das Azimut im I. oder III. Quadranten, so liegt die Standlinie im II. und IV. Einer Zunahme der Breite entspricht daher auch eine Zunahme der westlichen Länge, c ist daher in diesem Falle positiv. Ebenso findet man im anderen Falle, daß einer Breitenzunahme eine Abnahme der westlichen Länge entspricht, c also negativ ist.

Die Vorzeichen der Größen c_1 und c_2 sind jedesmal nach dieser Regel mit Hilfe der flüchtigen Zeichnung zu bestimmen und in der folgenden Rechnung streng zu beachten.

Nach Fig. 110 ist dann

$$\triangle\lambda_1 = c_1 \cdot \triangle\varphi$$

und

$$\triangle\lambda_2 = c_2 \cdot \triangle\varphi,$$

also

$$\triangle\lambda_1 - \triangle\lambda_2 = (c_1 - c_2) \cdot \triangle\varphi.$$

Da ferner nach der Figur

$$\triangle\lambda_1 - \triangle\lambda_2 = \lambda_2 - \lambda_1$$

ist, so findet man

$$\triangle\varphi = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{c_1 - c_2}.$$

Damit kann dann

$$\triangle\lambda_2 = c_2 \cdot \triangle\varphi \text{ oder auch } \triangle\lambda_1 = c_1 \cdot \triangle\varphi$$

gefunden werden und die Koordinaten des wahren Schiffsortes werden:

$$\varphi = \varphi_1 + \triangle\varphi \text{ und } \lambda = \lambda_2 + \triangle\lambda_2 = \lambda_1 + \triangle\lambda_1.$$

Die gefundenen Vorzeichen von $\triangle\varphi$ und $\triangle\lambda$ sind nach der flüchtigen Zeichnung zu kontrollieren.

Beispiel.

Am 9. Mai 1904 wurden auf etwa 25° 51′ *N*-Br. und 115° 53′ *W*-Lg. gleichzeitig beobachtet: 1. β Geminorum (Pollux) $h_a = 53° \; 9{,}7'$, J. V. $= +1{,}7'$, Ah. $= 9$ m, U $= 12^h\,34^m\,33^s$, I − U $= +2^h\,16^m\,43^s$, m. Gr. Zt. − I $= +0^h\,6^m\,48^s$; 2. α Canis minoris (Procyon) $h_a = 44° \; 1{,}0'$, U $= 12^h\,37^m\,21^s$, Lufttemperatur $= 19{,}5°$ C., Wassertemperatur $= 17{,}5°$ C.

U = $12^h\,34^m\,33^s$	m. ⊙ α 9. V. = $3^h\;7^m\;29^s$	★ $h_a = 53°\;9{,}7'$
I − U = + 2 16 43	Änd. f. $14^h 58^m$ = + 2 28	J. V. = + 1,7
I = 14 51 16	m. ⊙ α = 3 9 57	★ h_g = 53 11,4
m. Gr. Zt. − I = + 0 6 48		$v\triangle = +0{,}8'$, G. V. = − 6,2 } = − 5,4
m. Gr. Zt. = 14 58 4	★ α 9. V. = $7^h\,39^m\,27^s$	
9. V.	★ δ 9. V. = + 28° 15,4′	★ h_w = 53 6,0
		z = 36 54

Lufttemp. = 19,5°
Wassertemp. = 17,5
$\triangle$ = 2,0 Luft wärmer.

$$u = \varphi - \delta, \quad \sin^2 {}^1\!/_2\, t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin {}^1\!/_2\,(z+u) \cdot \sin {}^1\!/_2\,(z-u).$$

φ =	+ 25° 51′	$\log \sec$ = 0,04 579
δ =	+ 28 15	$\log \sec$ = 0,05 508
u =	− 2 24	
z =	36 54	
$z + u$ =	34 30	
$^1/_2\,(z+u)$ =	17 15	$\log \sin$ = 9,47 209
$^1/_2\,(z-u)$ =	19 39	$\log \sin$ = 9,52 669
		$\log \sin^2 {}^1/_2\, t$ = 9,09 965
		$t_w = 2^h\,46^m\,12^s$

$t_w =$	2h	46m	12s	
$\star a =$	7	39	27	
Fp. O. Zt. =	10	25	39	
m. ⊙ a =	3	9	57	
m. O. Zt. =	7	15	42	
m. Gr. Zt. =	14	58	4	
Lg. i. Zt. =	7	42	22	W
	= 115° 36′ W.			

Berechnung von c
(N. T. 16).

$a = +0{,}56$
$b = -0{,}81$
$c_1 = -0{,}25$
$Az_1 = N\,77°\,W.$

U =	12h	37m	21s
I − U = +	2	16	43
I =	14	54	4
m. Gr. Zt. − I = +	0	6	48
m. Gr. Zt. =	15	0	52
	9. V.		

m ⊙ a = 3h 9m 57s
$\star a$ 9. V. = 7h 34m 17s
$\star \delta$ 9. V. = + 5° 28,0′

$\star h_a =$	44°	1,0′
J. V. = +		1,7
$\star h_g =$	44	2,7
$v_\triangle = +0{,}8'$, G. V. = − 6,4 } = −		5,6
$\star h_w =$	43	57,1
$z =$	46	3

$$u = \varphi - \delta,\quad \sin^2 {}^1/_2 t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin {}^1/_2 (z + u) \cdot \sin {}^1/_2 (z - u).$$

$\varphi = +$	25°	51′	$\log \sec = 0{,}04\,579$
$\delta = +$	5	28	$\log \sec = 0{,}00\,198$
$u = +$	20	23	
$z =$	46	3	
$z + u =$	66	26	
$^1/_2(z+u) =$	33	13	$\log \sin = 9{,}73\,863$
$^1/_2(z-u) =$	12	50	$\log \sin = 9{,}34\,658$
			$\log \sin^2 {}^1/_2 t = 9{,}13\,298$

Fig. 111.

$t_w =$	2h	53m	0s	
$\star a =$	7	34	17	
Fp. O. Zt. =	10	27	17	
m. ⊙ a =	3	9	57	
m. O. Zt. =	7	17	20	
m. Gr. Zt. =	15	0	52	
Lg. i. Zt. =	7	43	32	W
	= 115° 53′ W			

Berechnung von c
(N. T. 16).

$a = +0{,}52$
$b = -0{,}14$
$c_2 = +0{,}38$
$Az_2 = S\,71°\,W.$

Das Vorzeichen von c_1 ist —, da das Azimut im NW-Quadranten liegt, dasjenige von c_2 ist +, da das Azimut im SW-Quadranten liegt (Fig. 111). Also:

Standlinie I, BI: $\lambda_1 = 115°\,36'$ $\varphi_1 = +25°\,51'$ $c_1 = -0{,}25$
Standlinie II, BII: $\lambda_2 = 115\;53$ $\varphi_2 = +25\;51$ $c_2 = +0{,}38$

$c_1 - c_2 = -0{,}63$

1. $\lambda_2 - \lambda_1 = +\;17$
2. $c_1 - c_2 = -\;0{,}63$

1. : 2. = 3. $\Delta\varphi = -\;27{,}0'$ $\Delta\varphi = -27{,}0'$
4. $c_1 = -\;0{,}25$ $c_2 = +\;0{,}38$

3. × 4. = 5. $\Delta\lambda_1 = +\;6{,}8'$ $\Delta\lambda_2 = -\;10{,}3'$



Der wahre Schiffsort findet sich daher aus:

BI: $\varphi = 25°\ 51'\ N$	$\lambda_1 = 115°\ 36'\ W$		BII: $\lambda_2 = 115°\ 53'\ W$
$\Delta\varphi = \quad 27\ S$	$\Delta\lambda_1 = \quad 7\ W$		$\Delta\lambda_2 = \quad 10\ O$
O: $\varphi = 25\ \ 24\ N$	$\lambda = 115\ \ 43\ W$		$\lambda = 115\ \ 43\ W.$

3. Die zweite Standlinie ist nach der Breitenmethode bestimmt worden.

§ 193. In Fig. 112 bedeuten wieder φ_1 und λ_1 die Koordinaten des ersten Bestimmungspunktes (BI) oder, falls eine Versegelung zu berücksichtigen ist, des verlegten ersten Bestimmungspunktes, φ_2 die Breite des zweiten Bestimmungspunktes (BII), dessen Länge gleich λ_1 ist, da er nach der Breitenmethode ermittelt worden sein soll.

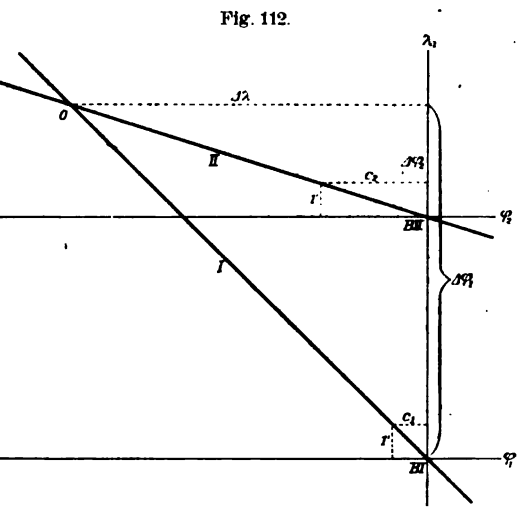


Fig. 112.

Zur Berechnung der Koordinatenverbesserungen ($\Delta\lambda$ und $\Delta\varphi$) des wahren Schiffsortes (O) dienen wieder die Änderungen der Länge für 1′ Breitenänderung (c) aus N. T. 16.

Man hat wiederum nach Fig. 112

$$\Delta\lambda = c_1 \cdot \Delta\varphi_1 \quad \text{und} \quad \Delta\lambda = c_2 \cdot \Delta\varphi_2$$

oder

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\Delta\lambda}{c_1},$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\Delta\lambda}{c_2}$$

Subtrahiere:

$$\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_2}\right) \cdot \Delta\lambda$$

$$= \frac{c_2 - c_1}{c_2 \cdot c_1} \cdot \Delta\lambda.$$

Da nach der Figur

$$\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1$$

ist, so folgt:

$$\Delta\lambda = \frac{c_2 \cdot c_1}{c_2 - c_1} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1),$$

womit dann

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\Delta\lambda}{c_2} \quad \text{oder auch} \quad \Delta\varphi_1 = \frac{\Delta\lambda}{c_1}$$

berechnet werden kann. Damit sind die Koordinaten des wahren Schiffsortes nach

$$\lambda = \lambda_1 + \Delta\lambda \quad \text{und} \quad \varphi = \varphi_2 + \Delta\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi_1$$

zu bestimmen. Die Vorzeichen von c_1 und c_2 sind nach der Regel in § 192 oder nach der Zeichnung zu ermitteln und bei der Rechnung streng zu beachten.

Beispiel.

Am 20. August 1904 morgens wurde auf etwa 32° 59′ *S* und 16° 45′ *O* etwa 1 Stunde vor Sonnenaufgang gleichzeitig beobachtet: 1. *α* Orionis (Beteigeuze) $h_a = 38° 14{,}2'$, J. V. = + 1,2′, Ah. = 10 m, U = 5h 31m 54s, I — U = — 0h 46m 12s, m. Gr. Zt. — I = — 0h 9m 38s.

2. *α* Tauri (Aldebaran) $h_a = 39° 7{,}3'$, U = 5h 35m 20s, Lufttemp. = 18,0° C., Wassertemp. = 16,5° C.

U =	5h	31m	54s
I — U =	—	46	12
I =	4	45	42
m. Gr. Zt. — I =	—	9	38
m. Gr. Zt. =	4	36	4
V. M. 20. VIII.			
=	16	36	4
19. VIII.			
m. ⊙α =	9	52	21
Fp. Gr. Zt. =	26	28	25
Lg. i. Zt. =	1	7	0 *O*
Fp. O. Zt. =	27	35	25
★α =	5	50	0
★t_w =	21	45	25
★$t_ö$ =	2	14	35

m. ⊙α 19. VIII. =	9h	49m	37s
Änd. f. 16h 36m =	+	2	44
m. ⊙α =	9	52	21
★α 19. VIII. =	5h	50m	0s
★δ 19. VIII. =	+ 7° 23,3′		

Lufttemp. =	18°
Wassertemp. =	16,5
△ =	1,5
Luft wärmer.	

★h_a =	38°	14,2′
J. V. =	+	1,2
★h_g =	38	15,4
$v_△$ = +0,6′, G. V. = —7,0 } =	—	6,4
★h_w =	38	9,0

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}x = \sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos(\varphi - \delta)\cdot\cos x.$$

t =	2h 14m 35s
φ =	— 32° 59′
δ =	+ 7 23
$\varphi - \delta$ =	— 40 22

$\log \sin^2 \frac{1}{2}t$ =	8,92 315
$\log \cos$ =	9,92 367
$\log \cos$ =	9,99 638
$\log \sec$ =	0,11 809
$\log \sin^2 \frac{1}{2}x$ =	8,96 129

$\log \cos$ =	9,88 191
$\log \cos$ =	9,91 221
$\log \sin h$ =	9,79 412
h_r =	38° 30′
h_b =	38 9
Δh_1 =	— 21

Nach N. T. 16 ist:

$a = +0{,}97$
$b = +0{,}23$
$a + b = c_1 = +1{,}20$
$Az_1 = N\,45°\,O.$

Berechnung des Bestimmungspunktes I (*BI*):

Da Δh negativ ist, liegt der Bestimmungspunkt in der Richtung vom Gestirn fort, also in *S* 45° *W* um 21 Sm ab.

Mit dem rw. Kurs = *S* 45° *W* und der Entf. = 21 Sm findet man

Br-U = 14.8′ *S* Abw = 14,8 Sm *W*
Lg-U = 18′ *W*.

Daher liegt

BI auf — 32° 59′ — 15′ = — 33° 14′ und 16° 45′ *O* + 18′ *W* = 16° 27′ *O*.

U = $5^h\ 35^m\ 20$	m. ⊙ α 19. VIII. = $9^h\ 49^m\ 37^s$		
I — U = — 46 12	Änd. f. $16^h\ 40^m$ = + 2 44		
I = 4 49 8	m. ⊙ α = 9 52 21		
m. Gr. Zt. — I = — 9 38			
m. Gr. Zt. = 4 39 30	★α 19. VIII. = $4^h\ 30^m\ 27^s$	★h_a = 39° 7,3′	
V. M. 20. VIII.	★δ 19. VIII. = +16° 19,0′	J. V. = + 1,2	
= 16 39 30		★h_g = 39 8,5	
19. VIII.		v_Δ = + 0,6′ ; G. V. = — 6,9	} = — 6,3
m. ⊙ α = 9 52 21			
Fp. Gr. Zt. = 26 31 51		★h_w = 39 2,2	
Lg. i. Zt. = 1 5 48 O			
Fp. O. Zt. = 27 37 39	Nach N. T. 16 ist:		
★α = 4 30 27	$a = +2{,}77$		
★t_w = 23 7 12	$b = +1{,}28$		
★$t_ö$ = 0 52 48	$a + b = c_2 = +4{,}05$		
	$Az_2 = N\ 16°\ O.$		

$$cotg\, N = cos\, t \cdot cotg\, \delta, \quad cos\, (\varphi - N) = sec\, t \cdot sin\, h \cdot sec\, \delta \cdot cos\, N.$$

★t = — $0^h\ 52^m\ 48^s$	$log\ cos = 9{,}98\,837$	$log\ sec = 0{,}01\,163$
★h = 39° 2′		$log\ sin = 9{,}79\,918$
★δ = + 16 19	$log\ cotg = 0{,}53\,352$	$log\ sec = 0{,}01\,785$
N = + 16 44	$log\ cotg\ N = 0{,}52\,189$	$log\ cos = 9{,}98\,121$
$\varphi - N$ = ± 49 48		$log\ cos\, (\varphi - N) = 9{,}80\,987$
φ = — 33 4 nach der geg. Breite		

BI:	$\varphi_1 = -33°\ 14'$	$\lambda_1 = 16°\ 27'\ O$	$c_1 = +1{,}20$	(positiv, da Az_1 im I. Quadr.)
BII:	$\varphi_2 = -33\ \ 4$	$\lambda_2 = 16\ \ 27\ O$	$c_2 = +4{,}05$	(positiv, da Az_2 im I. Quadr.) (Fig. 112)
1.	$\varphi_2 - \varphi_1 = +\ 10$		$c_2 \cdot c_1 = +4{,}86$	
2.	$\dfrac{c_2 \cdot c_1}{c_2 - c_1} = +\ 1{,}71$		$c_2 - c_1 = +2{,}85$	
1. × 2. = 3.	$\Delta\lambda = +\ 17{,}1'$	$\Delta\lambda = +\ 17{,}1'$	$\dfrac{c_2 \cdot c_1}{c_2 - c_1} = +1{,}71$	
4.	$c_1 = +\ 1{,}20$	$c_2 = +\ 4{,}05$		
3. : 4. = 5.	$\Delta\varphi_1 = +\ 14{,}2'$	$\Delta\varphi_2 = +\ 4{,}2'$		

Den wahren Schiffsort findet man daher aus:

BI: $\varphi_1 = 33°\ 14'\ S$	BII: $\varphi_2 = 33°\ 4'\ S$	$\lambda = 16°\ 27'\ O$
$\Delta\varphi_1 = 14\ N$	$\Delta\varphi_2 = 4\ N$	$\Delta\lambda = 17\ W$
O: $\varphi = 33\ \ 0\ S$	$\varphi = 33\ \ 0\ S$	$\lambda = 16\ \ 10\ O.$

b. Sonderfälle.

1. Die zweite Standlinie ist durch eine Meridianbreite bestimmt worden.

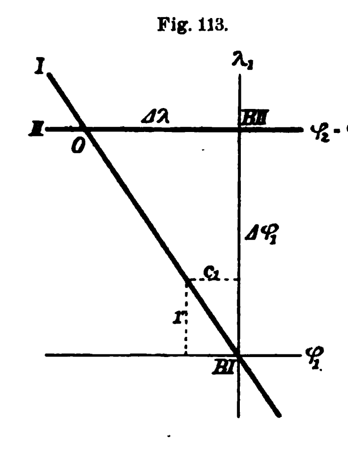
Mittagsbesteck.

§ 194. Bei diesem Sonderfalle der Breitenmethode gestaltet sich die Berechnung besonders einfach, weil die zweite Standlinie mit dem Breitenparallel zusammenfällt.

Die Breite des Schiffsortes (O) ist gleich der errechneten Breite des zweiten Bestimmungspunktes ($B\,II$)

$$\varphi = \varphi_2.$$

Fig. 113.



Ferner ist nach Fig. 113

$$\Delta\lambda = c_1 \cdot \Delta\varphi_1$$

und

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_2 - \varphi_1,$$

also

$$\Delta\lambda = c_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1),$$

wo c_1 aus N. T. 16 sich ergibt und das Vorzeichen nach der Regel in § 192 zu bestimmen ist. Schließlich ist

$$\lambda = \lambda_1 + \Delta\lambda.$$

Beispiel.

Am 16. Februar 1905 abends wurde beobachtet: 1. α Leonis (Regulus) $h_a = 24^\circ\,45{,}2'$, J.V. $= +\,0{,}5'$, Ah. $= 6$ m, U $= 7^h 28^m 33^s$, I — U $= +\,0^h 23^m 16^s$, m. Gr. Zt. — I $= -\,0^h 10^m 26^s$, 2. α Orionis (Beteigeuze) Meridianhöhe $= 42^\circ\,7{,}3'$ im Südmeridian. Lufttemperatur $= +\,3{,}5^\circ$ C., Wasseroberflächentemperatur $= +\,1{,}5^\circ$ C., gegißtes Besteck $= 55^\circ\,30'$ N, $5^\circ\,20'$ O.

	h	m	s
U =	7	28	33
I — U = +		23	16
I =	7	51	49
m. Gr. Zt. — I = —		10	26
m. Gr. Zt. =	7	41	23
		16. II.	
m. ⊙α =	21	44	30
Fp. Gr. Zt. =	29	25	53
★α =	10	3	20
★t_{Gr} =	19	22	33
λ_g =	0	21	20 O
★t_g =	19	43	53
★$t_ö$ =	4	16	7

m. ⊙α 16. II. $= 21^h 43^m 14^s$
Änd. f. $7^h 41^m = +\;1\;16$
m. ⊙α $= 21\;44\;30$

★α $= 10^h\;3^m 20^s$
★δ $= +\,12^\circ\,25{,}7'$

★h_a =	24° 45,2′
J. V. = +	0,5
★h_g =	24 45,7
$v\triangle = +\,0{,}8'$; G. V. $= -\,6{,}6$ } = —	5,8
★h_w =	24 39,9
=	24 40

Lufttemp. = 3,5°
Wassertemp. = 1,5
△ = 2,0
Luft wärmer.

$$\sin^2 {}^1\!/_2 x = \sin^2 {}^1\!/_2 t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

$t_ö$ =	$4^h\,16^m\,7^s$
φ =	+ 55° 30′
δ =	+ 12 26
$\varphi - \delta$ =	+ 43 4

$\log \sin^2 {}^1\!/_2 t$ =	9,44 882
$\log\cos$ =	9,75 313
$\log\cos$ =	9,98 969
$\log\sec$ =	0,13 634
$\log \sin^2 {}^1\!/_2 x$ =	9,32 798

$\log\cos$ =	9,86 366
$\log\cos$ =	9,75 913
$\log\sin h$ =	9,62 279
h_r =	24° 48′
h_b =	24 40
$\triangle h_1$ = —	8.

Berechnung des Azimuts nach N. T. 16:

$a = +\,0{,}71$
$b = -\,0{,}25$
$c_1 = +\,0{,}46$
$Az_1 = S\;75^\circ$ O.

Berechnung der Koordinaten des Bestimmungspunktes I (*BI*).

Da Δh negativ ist, liegt *BI* in der Richtung vom Gestirn fort, daher

Kurs $= N\ 75^\circ\ W$. Entfernung $= 8$ Sm.

$$\begin{array}{rl} \text{Br-U} = & 0^\circ\ \ 2'\ N \\ \varphi_g = & 55\ \ 30\ N \\ \hline \varphi_1 = & 55\ \ 32\ N \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \text{Abw} = & 7{,}7\ \text{Sm}\ W \\ \text{Lg-U} = & 0^\circ\ 14'\ W \\ \lambda_g = & 5\ \ 20\ O \\ \hline \lambda_1 = & 5\ \ \ 6\ O. \end{array}$$

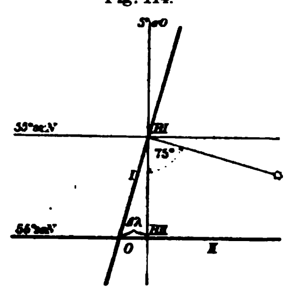
$$\begin{array}{rl} \star H_a = & 42^\circ\ 7{,}3' \\ \text{J. V.} = & +\ \ 0{,}5 \\ \hline \star H_g = & 42\ \ 7{,}8 \\ \left.\begin{array}{r} v\Delta = +0{,}8' \\ \text{G.V.} = -5{,}5 \end{array}\right\} = & -\ \ 4{,}7 \\ \hline \star H_w = & 42\ \ 3{,}1 \end{array} \qquad \star\delta\ 16.\ \text{II.} = +\ 7^\circ\ 23{,}2' \qquad \begin{array}{rl} \varphi = & \delta + Z \\ H = & 42^\circ\ \ 3' \left\{\begin{array}{l}\text{im } S\text{-}\\ \text{Mer.}\end{array}\right. \\ Z = & +\,47\ \ 57 \\ \delta = & +\ \ 7\ \ 23 \\ \hline \varphi = & +\,55\ \ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{lrl} BI: & \varphi_1 = & +\,55^\circ\ 32' \\ BII: & \varphi_2 = & +\,55\ \ 20 \\ \hline 1. & \varphi_2 - \varphi_1 = & -\ \ \ 12 \\ 2. & c_1 = & -\ \ \ 0{,}46 \\ \hline 1.\times 2. = 3. & \Delta\lambda = & +\ \ \ 5{,}5' \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \lambda_1 = & 5^\circ\ 6'\ O \\ \lambda_2 = & 5\ \ \ 6\ O \end{array} \qquad c_1 = -\,0{,}46 \text{ (negativ, weil } Az_1 \text{ im 2. Quadranten liegt)}$$

Den Schiffsort findet man daher aus (Fig. 114):

$$\begin{array}{rl} BII:\ \varphi_2 = & 55^\circ\ 20'\ N \\ \hline O:\ \varphi = & 55\ \ 20\ N \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \lambda_2 = & 5^\circ\ 6'\ O \\ \Delta\lambda = & 6\ W \\ \hline \lambda = & 5\ \ 0\ O. \end{array}$$

Fig. 114.



§ 195. Besonders bei der Ermittlung des **Mittagsbestecks** ist dies Verfahren empfehlenswert.

Man leitet die erste Standlinie aus einer Vormittagshöhe der Sonne möglichst nahe dem Ersten Vertikal ab, wozu man die Koordinaten des Bestimmungspunktes nach der Höhen- oder Längenmethode berechnet und aus N. T. 16 gleich die Größe c_1 bestimmt. Nach Beobachtung der Meridianhöhe der Sonne werden der der Versegelung entsprechende Breitenunterschied und die Längendifferenz ermittelt und an die Koordinaten des ersten Bestimmungspunktes angebracht. Auf See, wenn die erste Standlinie nicht gebraucht wird, kann man auch die Versegelung mit Δh_1 koppeln. Die erhaltenen Koordinaten λ_1 und φ_1 des verlegten Punktes I dienen zur Berechnung der Breite φ_2 nach den Formeln in §§ 164 bis 168. Dann bildet man $\varphi_2 - \varphi_1$ und erhält die wahren Koordinaten des Mittagsortes sehr schnell aus:

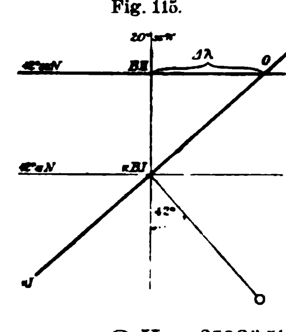
$$\varphi = \varphi_2 \text{ und } \lambda = \lambda_1 + c_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Beispiel.

Am 13. Januar 1905 morgens wurde auf ungefähr 43° 20′ *N* und 21° 15′ *W* beobachtet: $\odot h_a = 12° 58{,}3'$, J. V. $= + 0{,}5'$, Ah. $= 9$ m, Temperatur: Luft $=$ 11,5° C., Wasseroberfläche $= 15°$ C., U $= 9^h\,18^m\,46^s$, I — U $= + 1^h\,20^m\,16^s$, m. Gr. Zt. — I $= - 0^h\,6^m\,19^s$, dann gesegelt: *S* 15° *O* rechtw. 35 Sm und darauf die Sonne beobachtet im Südmeridian $\odot H_a = 25° 26{,}5'$, J. V. $= + 0{,}5'$, Ah. $= 9$ m, Temperatur: Luft $= 15°$ C., Wasseroberfläche $= 16°$ C.

Aus der ersten Beobachtung wird $\Delta h_1 = + 7'$, $Az_1 = S\,42°\,O$ und $c_1 = 1{,}51$ errechnet. Da Δh positiv ist, so liegt *BI* in der Richtung auf das Gestirn zu, also Kurs $= S\,42°\,O$, Entfernung $= 7$ Sm, Versegelung $= S\,15°\,O$ rechtw. 35 Sm.

Fig. 115.



rw. Kurs	Entfernung	Br-U N	Br-U S	Abw O	Abw W
S 42° *O*	7	—	5,2	4,7	—
S 15 *O*	35	-	33,8	9,1	—
		—	39,0	13,8	—

Br-U $= 0°\ 39'\ S$ Abw $= 13{,}8$ Sm *O*

Lg-U $= 0°\ 19'\ O$

O_g: $\varphi = 43\ \ 20\ N$ $\lambda = 21\ \ 15\ W$

v. BI: $\varphi = 42\ \ 41\ N$ $\lambda = 20\ \ 56\ W.$

$\odot H_a = 25° 26{,}5'$
J. V. $= + \ 0{,}5$
$\odot H_g = 25\ \ 27{,}0$
$v\Delta = - 0{,}4'$, G. V. $= + 8{,}7$ } $= + \ 8{,}3$
$\ominus H_w = 25\ \ 35{,}3$
$= 25\ \ 35$

$\odot \delta$ i. w. Gr. Mttg. 13. I. $= - 21° 32{,}5'$
Änd. f. 1° *W*-Lg. $= + 0{,}0280'$
" " 20,9 " $= + \ 0{,}6$
$\odot \delta$ i. w. O. Mttg. $= - 21\ \ 31{,}9$

Lufttemp. $= 15°$
Wassertemp. $= 16$
$\Delta = 1$ Luft kälter.

$\varphi = \delta + Z$
$H = 25° 35'$ im *S*-Mer.
$Z = + 64\ \ 25$
$\delta = - 21\ \ 32$
$\varphi = + 42\ \ 53$

v. BI: $\varphi_1 = 42° 41' N$ $\lambda_1 = 20° 56' W$ $c_1 = - 1{,}51$ (negativ, weil Az_1 im 2. Quadranten liegt).

BII: $\varphi_2 = 42\ \ 53\ N$ $\lambda_2 = 20\ \ 56\ W$

1. $\varphi_2 - \varphi_1 = + \ 12$
2. $c_1 = - \ 1{,}51$

1. × 2. = 3. $\Delta\lambda = - \ 18{,}1'$

Den Schiffsort findet man daher aus (Fig. 115):

BII: $\varphi_2 = 42°\ 53'\ N$ $\lambda_2 = 20°\ 56'\ W$
$\Delta\lambda = 18\ O$
O: $\varphi = 42\ \ 53\ N$ $\lambda = 20\ \ 38\ W.$

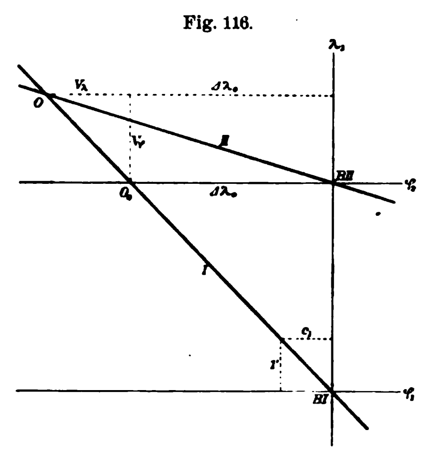
2. Die zweite Standlinie ist durch eine Nebenmeridianbreite oder Polarsternbreite bestimmt worden.

§ 196. Der Umstand, daß die aus einer Nebenmeridianbreite oder einer Polarsternbreite bestimmte Standlinie mit dem Breitenparallel meist nur einen kleinen Winkel einschließt, legt den Gedanken nahe, ob man nicht den Schnittpunkt der Standlinie I mit dem Breitenparallel φ_2 (O_0 Fig. 116) mit genügender Genauigkeit als



Schiffsort an Stelle des wahren Ortes *(O)* ansehen kann. Die Koordinaten des Punktes O_0, nämlich $\varphi_0 = \varphi_2$ und $\lambda_0 = \lambda_1 + \Delta\lambda_0$, lassen sich sehr bequem in der unter 1 beschriebenen Weise bestimmen, da die zweite Standlinie für O_0 wie bei der Meridianbreite der durch *BII* gehende Breitenparallel ist. Um auf *O* selbst überzugehen, sind an die Koordinaten von O_0 die kleinen Verbesserungen V_φ und V_λ (Fig. 116) anzubringen, sodaß

Fig. 116.



$$\varphi = \varphi_2 + V_\varphi \quad \text{und}$$
$$\lambda = \lambda_1 + \Delta\lambda_0 + V_\lambda$$

ist, wenn

$$\Delta\lambda_0 = c_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) \quad \text{ist.}$$

Die Verbesserungen findet man aus:

$$V_\varphi = d \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) \quad \text{und}$$
$$V_\lambda = d \cdot \Delta\lambda_0,$$

wo *d* aus der folgenden Tafel mit den Eingängen Az_1 und Az_2 zu entnehmen ist.

Az_1 \ Az_2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
90°	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
80	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06
70	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,06	0,07	0,08	0,08	0,09	0,10	0,10	0,11	0,12	0,12	0,13
60	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14						
50	0,00	0,01	0,03	0,04	0,06	0,07	0,09	0,10	0,12	0,13	0,15										
40	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,13	0,15													
30	0,00	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15															
20	0,00	0,05	0,10	0,14																	

***d* ist positiv, wenn Az_1 und Az_2 beide in einem ungeraden (I. u. III.) oder beide in einem geraden (II. u. IV.) Quadranten liegen.**

***d* ist negativ, wenn Az_1 in einem ungeraden (I. u. III.) und Az_2 in einem geraden (II. u. IV.) Quadranten liegt, oder umgekehrt.**

Man sieht, daß bei kleinen Azimuten des zweiten Gestirns und wenn die erste Beobachtung nicht allzu weit vom Ersten Vertikal stattfand, die Verbesserungen stets vernachlässigt werden können.

Insbesondere ist dies außer in ganz hohen Breiten bei Polarsternbreiten stets der Fall, und auch für das Mittagsbesteck wird man in sehr vielen Fällen den Parallel der aus einer Nebenmeridianbreite gewonnenen Breite des Bestimmungspunktes als zweite

Standlinie verwenden können, ohne die Verbesserungen berücksichtigen zu müssen. Dadurch wird die Berechnung des Schiffsortes ebenso einfach wie bei der Meridianbreite.

Die Verbesserungen V_φ und V_λ sind in folgender Weise gefunden worden. Nach § 193 ist für den allgemeinen Fall der Breitenmethode

$$\Delta\lambda = \frac{c_1 \cdot c_2}{c_2 - c_1} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$= \frac{c_1}{1 - \frac{c_1}{c_2}} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Da $\frac{c_1}{c_2}$ im Falle der Nebenmeridianbreite klein ist, kann man entwickeln, wodurch

$$\Delta\lambda = c_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \left(1 + \frac{c_1}{c_2}\right)$$

wird. Nun ist $c_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = \Delta\lambda_0$, also

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_0 + \frac{c_1}{c_2} \cdot \Delta\lambda_0.$$

Da $c = -\sec\varphi \cdot \operatorname{cotg} Az$ ist, so geht $\frac{c_1}{c_2}$ über in $\frac{\operatorname{cotg} Az_1}{\operatorname{cotg} Az_2} = d$, sodaß

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_0 + d \cdot \Delta\lambda_0$$

wird. d ist die in der Tafel gegebene Hilfsgröße.

Ferner ist nach dem allgemeinen Fall der Breitenmethode:

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\Delta\lambda}{c_2}$$

oder

$$= \frac{\Delta\lambda_0}{c_2} + \frac{c_1}{c_2^2} \cdot \Delta\lambda_0.$$

Das Glied mit c_2^2 im Nenner kann vernachlässigt werden, da c_2 im Verhältnis zu c_1 sehr groß ist, sodaß man durch Einsetzen des Wertes von $\Delta\lambda_0$ bekommt:

$$\Delta\varphi_2 = \frac{c_1}{c_2} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = d \cdot (\varphi_2 - \varphi_1),$$

wo d dieselbe Bedeutung hat wie oben.

Beispiel.

Am 7. Februar 1905 morgens wurde auf ungefähr 42° 30′ *N* und 20° 45′ *W* beobachtet: ⊙ $h_a = 17° 7{,}5'$, J. V. $= +0{,}3'$, Ah. = 11 m, Temperatur: Luft = 13,5° C., Wasseroberfläche = 10° C., U = $10^h 20^m 48^s$, I — U = $+0^h 16^m 25^s$, m. Gr. Zt. — I = $-0^h 16^m 48^s$, dann gesegelt *N* 10° *O* rechtw. 43 Sm und darauf beobachtet in der Nähe des Südmeridians: ⊙ $h_a = 31° 20{,}5'$, J.V. $= +0{,}3'$, Ah. = 11 m, Temperatur: Luft = 16,5° C., Wasseroberfläche = 12,5° C., U = $9^h 5^m 16^s$, I — U = $+4^h 17^m 18^s$, m. Gr. Zt. — I = $-0^h 16^m 48^s$.

Die Berechnung der ersten Höhe nach der Höhenmethode ergibt $\Delta h_1 = +13'$, $c_1 = 1{,}15$ und $Az_1 = S\,50°\,O$. Damit sind die Koordinaten des verlegten ersten Bestimmungspunktes (*v.BI*) zu berechnen.

Da Δh_1 positiv ist, so liegt *BI* in der Richtung auf das Gestirn zu, daher ist: rw. Kurs = *S* 50° *O*, Entfernung 13 Sm.

rw. Kurs	Entf.	Br-U *N*	Br-U *S*	Abw *O*	Abw *W*
S 50° *O*	13	—	8,4	10,0	—
N 10 *O*	43	42,3	—	7,5	—
		42,3	8,4	17,5	—
		8,4	—	—	—
		33,9	—	17,5	—

O_g: $\varphi = 42° 30' N$ $\lambda = 20° 45' W$
Abw = 17,5 Sm *O*
$\Delta\varphi = 0\ 34\ N$ $\Delta\lambda = 0\ 24\ O$

v.BI: $\varphi = 43\ 4\ N$ $\lambda = 20\ 21\ W$

U = 9h 5m 16s
I — U = + 4 17 18
I = 13 22 34
m. Gr. Zt. — I = — 16 48
m. Gr. Zt. = 13 5 46
= 1 5 46 7. II.
Ztgl. = + 14 18
w. Gr. Zt. = 0 51 28
Lg. i. Zt. = 1 21 24 *W*
w. O. Zt. = 23 30 4 6. II.
= — 29 56

Lufttemp. = 16,5°
Wassertemp. = 12,5
Δ = 4 Luft wärmer.

⊙ δ 7. II. = — 15° 25,2′
Änd. f. 1h = + 0,78′
„ „ + 1,1 = + 0,9
⊙ δ = — 15 24,3

Ztgl. 7. II. = + 14m 18s
Änd. f. 1h = + 0,1s
„ „ + 1,1 = 0
Ztgl. = + 14 18

$$\Delta h = c \cdot m^2,\ H = h + \Delta h,\ \varphi = \delta + Z.$$

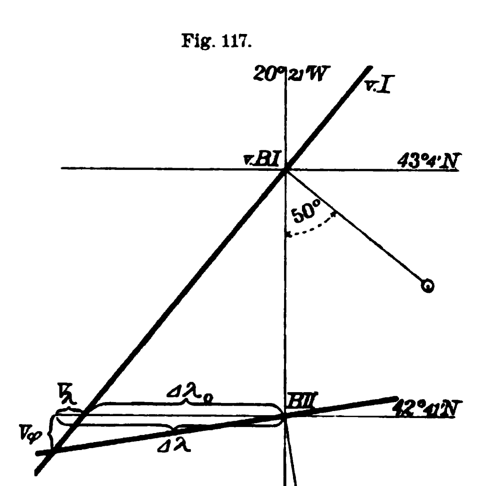
m = — 29m 56s $m^2 = 896$
$\varphi = +43{,}1°$
$\delta = -15{,}4$ } $c = 0{,}027'$ {Die Methode ist anwendbar.
$\Delta h = 24{,}2'$

⊙ h_a = 31° 20,5′
J. V. = + 0,3
⊙ h_g = 31 20,8
$v\Delta = +1{,}6'$
G. V. = + 8,5 } = + 10,1
⊖ h_w = 31 30,9
Δh = 24,2
⊖ H_w = 31 55,1
= 31 55
im *S*-Meridian
Z = + 58 5
δ = — 15 24
φ = + 42 41

Nach N. T. 16 ist:

a = + 7,0
b = + 2,11
a + b = c_2 = + 9,11
Az_2 = *S* 9° *O*
= 171.

Fig. 117.



v. B I: $\varphi_1 = 43° \; 4' N$ $\lambda_1 = 20° 21' W$ $c_1 = -1{,}15$
B II: $\varphi_2 = 42 \; 41 \; N$ $\lambda_2 = 20 \; 21 \; W$ (negativ, weil Az_1 im SO-Quadranten liegt.)

1. $\varphi_2 - \varphi_1 = - \; 23$
2. $c_1 = - \; 1{,}15$

1.×2. = 3. $\Delta\lambda_0 = + \; 26{,}4'$
$Az_1 = 50°$ u. $Az_2 = 9°$ 4. $d = + \; 0{,}13$ (positiv, da beide Azimute in einem geraden Quadranten liegen.)
3.×4. = 5. $V\lambda = + \; 3{,}4'$
3.+5. = 6. $\Delta\lambda = + \; 29{,}8$
1.×4. = 7. $V\varphi = - \; 3{,}0$

Der Schiffsort liegt demnach auf: $\varphi = 42° 38' N \;\; \lambda = 20° 51' W.$

IV. Beispiele zur Ermittlung des Schiffsortes nach verschiedenen Methoden sowohl durch Zeichnung als durch Berechnung der Koordinaten.

§ 197. 1. Längenmethode und Meridianbreite. Mittagsbesteck. Am 23. August 1904 vormittags wurde auf ungefähr 39° 25′ N-Br. und 147° 20′ O-Lg. beobachtet: $\odot h_a = 20° 53'$, U = 8h 30m 6s, I − U = + 0h 58m 59s, m. Gr. Zt. − I = − 0h 6m 22s, Lufttemperatur = + 18° C., Wassertemperatur = + 17° C., J. V. = + 0,6′, Ah. = 7 m, Mißw. = 3° W. Darauf wurde gesegelt SW mw. 8 Sm in der Stunde und die Meridianbreite der Sonne genommen: $\odot H_a = 62° 6{,}0'$, J. V. und Ah. wie vorher, Lufttemperatur = 20° C., Wassertemperatur = 18° C.

U = 8h 30m 6s
I − U = + 58 59
I = 9 29 5
m. Gr. Zt. − I = − 6 22
m. Gr. Zt. = 9 22 43
= 9.4h 22. VIII.

$\odot \delta$ 22. VIII. = + 11° 51,0′
Änd. f. 1h = − 0,84′
„ „ + 9,4 = − 7,9
$\odot \delta$ = + 11 43,1

Lufttemp. = 18°
Wassertemp. = 17
△ = 1
Luft wärmer.

Ztgl. 22. VIII. = + 2m 50s
Änd. f. 1h = − 0,6s
„ „ + 9,4 = − 6
Ztgl. = + 2 44

$\odot h_a$ = 20° 53,0′
J. V. = + 0,6
$\odot h_g$ = 20 53,6
$v\triangle$ = + 0,4′ }
G. V. = + 8,8 } = + 9,2
$\odot h_w$ = 21 2,8
= 21 3
z = 68 57

$u = \varphi - \delta, \; \sin^2 {}^1/_2 t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin {}^1/_2 (z+u) \cdot \sin {}^1/_2 (z-u).$

$\varphi = + 39° 25'$ $\log\sec = 0{,}11\,207$
$\delta = + 11 \; 43$ $\log\sec = 0.00\,914$
$u = + 27 \; 42$
$z = 68 \; 57$
$z + u = 96 \; 39$
${}^1/_2 (z+u) = 48 \; 20$ $\log\sin = 9{,}87\,334$
${}^1/_2 (z-u) = 20 \; 38$ $\log\sin = 9{,}54\,702$
$\log\sin^2 {}^1/_2 t = 9{,}54\,157$

$t_ö$ = 4h 49m 12s
w. O. Zt. = 19 10 48
Ztgl. = + 2 44
m. O. Zt. = 19 13 32
22. VIII.
m. Gr. Zt. = 9 22 43
Lg. i. Zt. = 9 50 49 O
$\lambda_1 = 147° 42' O.$

Nach N. T. 16 ist:
a = + 0,26
b = − 0,21
a + b = c_1 = + 0,05
$Az_1 = S 88° O$
= 92

Die Richtung der Standlinie I ist daher 92° − 90° = 2°.

Aus der ersten Beobachtung wird gefunden: *BI* auf 39° 25′ *N* und 147° 42′ *O*, $Az_1 = 92°$, $c_1 = 0{,}05$ und w. O. Zt. = $19^h\,10^m\,48^s$. Bis zur Beobachtung der Meridianhöhe um 0^h w. O. Zt. werden also bei einer stündlichen Versegelung von 8 Sm 4,8 × 8 Sm = 38,4 Sm oder rund 38 Sm zurückgelegt.

mw. Kurs = *S* 45° *W* Entfernung = 38 Sm
Mißw. = 3 *W*
rw. Kurs = *S* 42 *W*

Br-U = 0° 28′ *S* Abw = 25,4 Sm *W*
Lg-U = 0° 33′ *W*

BI:	$\varphi = 39\ 25\ N$	$\lambda = 147\ 42\ O$
v.BI:	$\varphi = 38\ 57\ N$	$\lambda = 147\ \ 9\ O.$

$\varphi = \delta + Z$

H = 62° 18′ i. *S*-Mer.
$Z = +27\ 42$
$\delta = +11\ 39$
$\varphi_2 = +39\ 21$

Die Standlinie läuft rw. *O*-*W*.

☉ δ i. w. Gr. Mttg. 23. VIII. = + 11° 30,8′
Änd. f. 1° *W*-Lg. = − 0,0564′
Änd. f. 147,2 *O*-Lg. = + 8,3
☉ δ i. w. O. Mttg. = + 11 39,1

Lufttemp. = 20°
Wassertemp. = 18
△ = 2 Luft wärmer.

☉ H_a = 62° 6,0′
J. V. = + 0,6
☉ H_g = 62 6,6
$v_\triangle$ = + 0,8′ } = + 11,5
G.V. = + 10,7 }
☉ H_w = 62 18,1

Berechnung.

v.BI:	$\varphi_1 = 38°\ 57'\ N$	$\lambda_1 = 147°\ 9'\ O$	$c_1 = -0{,}05$ (negativ, weil Az_1 im 2. Quadranten liegt.)
BII:	$\varphi_2 = 39\ \ 21\ \ N$	$\lambda_2 = 147\ \ 9\ \ O$	
1.	$\varphi_2 - \varphi_1 = +\ 24$		
2.	$c_1 = -\ 0{,}05$		
1. × 2. = 3.	$\Delta\lambda = -\ 1{,}2'$		

Den Schiffsort findet man daher aus:

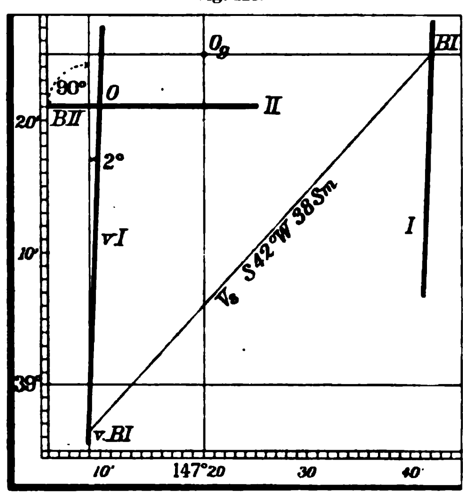
BII:	$\varphi = 39°\ 21'\ N$	$\lambda = 147°\ \ 9'\ O$
		$\Delta\lambda = \ \ 1\ O$
O:	$\varphi = 39\ \ 21\ \ N$	$\lambda = 147\ \ 10\ O.$

Zeichnung.

Die Zeichnung (Fig. 118) ergibt den Schiffsort auf:

39° 21′ *N* und 147° 10′ *O*.

Fig. 118.



2. Zwei Standlinien nach der Höhenmethode.

Am 30. Oktober 1904 vorm. ist auf ungefähr 43° 12′ *N*-Br. und 47° 23′ *W*-Lg. gleichzeitig beobachtet: 1. ☉ h_a = 12° 55,5′, U = $9^h\,55^m\,28^s$, 2. ☾ h_a = 40° 54,7′, U = $9^h\,58^m\,30^s$, J. V. = + 2,5′, Ah. = 6 m, Lufttemp. = + 12° C., Wasseroberflächentemp. = + 6° C., I − U = + $0^h\,59^m\,21^s$, m. Gr. Zt. − I = + $0^h\,10^m\,3^s$.

U = 9h 55m 28s
I — U = + 59 21
I = 10 54 49
m. Gr. Zt. — I = + 10 3
m. Gr. Zt. = 11 4 52
V. M. 30. X.
Ztgl. = — 16 15
w. Gr. Zt. = 11 21 7
Lg. i. Zt. = 3 9 32 *W*
w. O. Zt. = 8 11 35
$t_☉$ = 3 48 25

☉ δ 30. X. = — 13° 44,3′
Änd. f. 1h = — 0,83′
Änd. f. — 0,9 = + 0,7
☉ δ = — 13 43,6

Ztgl. 30. X. = — 16m 15s
Änd. f. 1h = — 0,1s
Änd. f. — 0,9 = + 0
Ztgl. = — 16 15

Lufttemp. = 12°
Wassertemp. = 6
△ = 6
Luft wärmer.

☉ h_a = 12° 55,5′
J. V. = + 2,5
☉ h_g = 12 58,0
$v_△$ = + 2,5′ } = + 10,0
G. V. = + 7,5 }
☉ h_w = 13 8,0

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

t = 3h 48m 25s
φ = + 43° 12′
δ = — 13 44
$\varphi - \delta$ = + 56 56

$\log \sin^2 {}^1/_2 t$ = 9,35 872
$\log \cos$ = 9,86 271
$\log \cos$ = 9,98 740
$\log \sec$ = 0,26 311
$\log \sin^2 {}^1/_2 x$ = 9,47 194

$\log \cos$ = 9,73 689
$\log \cos$ = 9,60 960
$\log \sin h$ = 9,34 649
h_r = 12° 50′
h_b = 13 8
Δh_1 = + 18

Nach N. T. 16 ist:
a = + 0,61
b = + 0,29
$a + b = c_1$ = + 0,90
Az_1 = *S* 57° *O*
= 123

Zeichnung.

Durch Zeichnung (Fig. 119) wird der wahrscheinliche Schiffsort gefunden auf:
φ = 43° 2′ *N* λ = 47° 2′ *W*.

Rechnung.

Da Δh_1 positiv ist, liegt O_{ws} in der Richtung auf das Gestirn zu, also:

	Kurs = *S* 57° *O*	Entfernung = 18 Sm
	$\Delta\varphi$ = 0° 10′ *S*	Abw = 15,1 Sm *O*
		$\Delta\lambda$ = 0° 21′ *O*
O_g:	φ = 43 12 *N*	λ = 47 23 *W*
$O_{ws}I$:	φ = 43 2 *N*	λ = 47 2 *W*.

U = 9h 58m 30s
I — U = + 59 21
I = 10 57 51
m. Gr. Zt. — I = + 10 3
m. Gr. Zt. = 11 7 54
V. M. 30. X.
= 23 7 54
29. X.
m. ☉ α = 14 33 21
Fp. Gr. Zt. = 37 41 15
= 13 41 15
Lg. i. Zt. = 3 8 8 *W*
Fp. O. Zt. = 10 33 7
☾ α = 7 13 51
☾ t_w = 3 19 16

m. ☉ α 29. X. = 14h 29m 33s
Änd. f. 23h 8m = + 3 48
m. ☉ α = 14 33 21

☾ α 29. X. 23h = 7h 13m 33s
Änd. f. 1m = + 2,34s
Änd. f. + 7,9 = + 18
☾ α = 7 13 51

☾ δ 29. X. 23h = + 17° 54,0′
Änd. f. 1m = — 0,046′
Änd. f. + 7,9 = — 0,4
☾ δ = + 17 53,6

☾ r 29. X. 12h = 15′ 41″
Änd. f. 12h = + 5″
$V. = \frac{5'' \times 11{,}1}{12} = + 5$
☾ r = 15 46

☾ h_a = 40° 54,7′
J. V. = + 2,5
☾ h_g = 40 57,2
$v_△$ = + 2,5′ }
G. V. f. 41° u. 15′ 40″ = + 20,9 }
Prop. Teile } f. 0,0° = — 0,0 } = + 24,8
f. 6″ = + 0,1 }
Z. V. f. 6m Ah. = + 1,3 }
☾ h_w = 41 22,0

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sec (\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos (\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

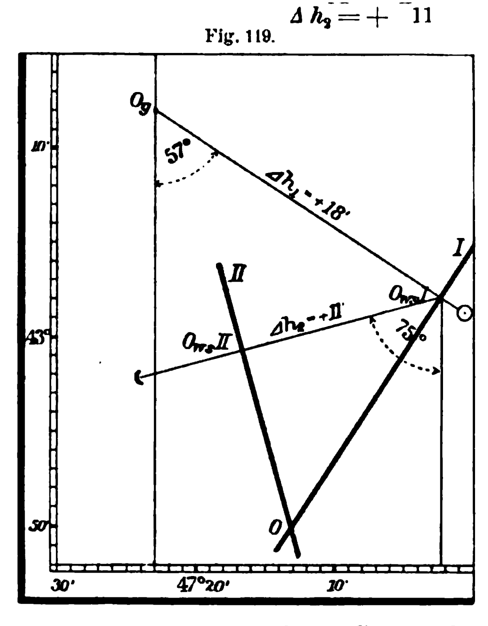
$t = 3^h 19^m 16^s$	$\log \sin^2 {}^1/_2 t = 9{,}24\,891$	
$\varphi = + 43° \;\; 2'$	$\log \cos = 9{,}86\,389$	
$\delta = + 17 \;\; 54$	$\log \cos = 9{,}97\,845$	
$\varphi - \delta = + 25 \;\; 8$	$\log \sec = 0{,}04\,320$	$\log \cos = 9{,}95\,680$
	$\log \sin^2 {}^1/_2 x = 9{,}13\,445$	$\log \cos = 9{,}86\,176$
		$\log \sin h = 9{,}81\,856$
		$h_r = 41° \; 11'$
		$h_b = 41 \;\; 22$
		$\Delta h_2 = + \;\; 11$

Nach N. T. 16 ist:

$a = + 0{,}79$
$b = - 0{,}42$
$a + b = c_2 = + 0{,}37$
$Az_2 = S\; 75°\; W$
$= 255$

$Az_2 = 255°$
$Az_1 = 123$
$\Delta Az = 132.$

Fig. 119.



Zeichnung.

Aus der Zeichnung in der Seekarte (Fig. 119) liest man den Schiffsort (*O*) ab auf:

$\varphi = 42°\; 50'\; N$
$\lambda = 47°\; 13'\; W.$

Rechnung.

Nach N. T. 17 ergibt sich bei $Az_1 = S\,57°\,O$ und $\Delta Az = 132°$ der Tafelwert: 1,13. Az_1 ist *O* und links von Az_2 (Fig. 119), daher ist das Vorzeichen von $\Delta \varphi$ demjenigen von Δh_2 entgegengesetzt, also in diesem Falle —, sodaß

$$\Delta \varphi = - 1{,}13 \times 11' = - 12{,}4'$$

ist. Da Az_1 im 2. Quadranten liegt, so ist c_1 negativ und daher $= - 0{,}90$, sodaß

$$\Delta \lambda = - 0{,}90 \times (- 12{,}4') = + 11{,}2'$$

wird. Der wahre Schiffsort folgt daher aus:

$O_{ws}I$:	$\varphi = 43° \;\; 2'\; N$	$\lambda = 47° \;\; 2'\; W$
	$\Delta \varphi = \;\; 12\; S$	$\Delta \lambda = \;\; 11\; W$
O:	$\varphi = 42 \;\; 50\; N$	$\lambda = 47 \;\; 13\; W.$

3. Nebenmeridianbreite und Höhenmethode.

Am 20. März 1904 wurde auf etwa 37° 45′ *S*-Br. und 152° 23′ *O*-Lg. eine Nebenmeridianhöhe der Sonne beobachtet: $\odot h_a = 51° 54{,}7'$, J. V. $= + 1{,}3'$, Ah. $= 10$m, U $= 0^h 10^m 34^s$, I — U $= + 1^h 45^m 16^s$, m. Gr. Zt. — I $= + 0^h 26^m 49^s$, Lufttemperatur = 19,5° C., Wassertemperatur = 17,5° C. Darauf wurde nach etwa $3{,}7^h$ bei einer Versegelung von *SW* mw. 10,5 Sm stündlich eine zweite Sonnenhöhe beobachtet: $\odot h_a = 22° 25{,}3'$, J. V., Ah. und m. Gr. Zt. — I wie vorher,

U = 3h 52m 22s, I — U = + 1h 45m 19s, Lufttemperatur = 18,5° C., Wassertemperatur = 17,5° C., Mißweisung = 11° *O*.

U =	0h	10m	34s
I — U =	+ 1	45	16
I =	1	55	50
m. Gr. Zt. — I =	+ 0	26	49
m. Gr. Zt. =	2	22	39
		V. M. 20. III.	
=	14	22	39
		19. III.	
Ztgl. = +		7	48
w. Gr. Zt. =	14	14	51
Lg. i. Zt. =	10	9	32 *O*
w. O. Zt. =	24	24	23 19. III.
=	0	24	23 20. III.

☉ δ 20. III. = — 0° 12,8′
Änd. f. 1h = + 0.99′
Änd. f. — 9,6 = — 9,5
☉ δ = — 0 22,3

Ztgl. 20. III. = + 7m 41s
Änd. f. 1h = — 0,7s
Änd. f. — 9,6 = + 7
Ztgl. = + 7 48

Lufttemp. = 19,5°
Wassertemp. = 17,5
△ = 2,0
Luft wärmer.

☉ h_a = 51° 54,7′
J. V. = + 1,3
☉ h_g = 51 56,0
v△ = + 0,8′ }
G. V. = + 9,5 } = + 10,3
⊖ h_w = 52 6,3
= 52 6
Δh = + 25
⊖ H_w = 52 31
i. *N*. Mer.

$\Delta h = c \cdot m^2$, $H = h + \Delta h$. $\varphi = \delta + Z$.

t_w = 0h 24m 23s
φ = — 37° 45′ }
δ = — 0 22 }
Z = — 37 29
φ = — 37 51

m^2 = 595
c = 0,042′
Δh = 25′

Nach N. T. 16 ist:
a = + 7,20
b = — 0,07
$a + b = c_1$ = + 7,13
Az_1 = *N* 10° *W*
= 350

Z = — 37° 29′

Aus dieser Breite und der gegißten Länge werden die Koordinaten des verlegten Bestimmungspunktes errechnet:

Kurs = *S W* = *S* 45° *W* mißw.
Mißw. = 11 *O*
Kurs = *S* 56 *W* rechtw. Entf. = 3,7 × 10,5 = 39 Sm.

BI:	φ = 37° 51′ *S*	λ = 152° 23′ *O*	
		Abw = 32.3 Sm *W*	
	$\Delta\varphi$ = 22 *S*	$\Delta\lambda$ = 41 *W*	
v. BI:	φ = 38 13 *S*	λ = 151 42 *O*.	

Mit diesen Koordinaten wird die zweite Höhe errechnet:

U =	3h	52m	22s
I — U =	+ 1	45	19
I =	5	37	41
m. Gr. Zt. — I =	+ 0	26	49
m. Gr. Zt. =	6	4	30
		V. M. 20. III.	
=	18	4	30
		19. III.	
Ztgl. = +		7	45
w. Gr. Zt. =	17	56	45
Lg. i. Zt. =	10	6	48 *O*
w. O. Zt. =	4	3	33

☉ δ 20. III. = — 0° 12,8′
Änd. f. 1h = + 0,99′
Änd. f. — 5,9 = — 5,8
☉ δ = — 0 18,6

Ztgl. 20. III. = + 7m 41s
Änd. f. 1h = — 0,7s
Änd. f. — 5,9 = + 4
Ztgl. = + 7 45

Lufttemp. = 18,5°
Wassertemp. = 17,5
△ = 1,0
Luft wärmer.

☉ h_a = 22° 25,3′
J. V. = + 1,3
☉ h_g = 22 26,6
v△ = + 0,4′ }
G. V. = + 8,0 } = + 8,4
⊖ h_w = 22 35,0

$$\sin^2 {}^1/_2 x = \sin^2 {}^1/_2 t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta), \quad \sin h = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

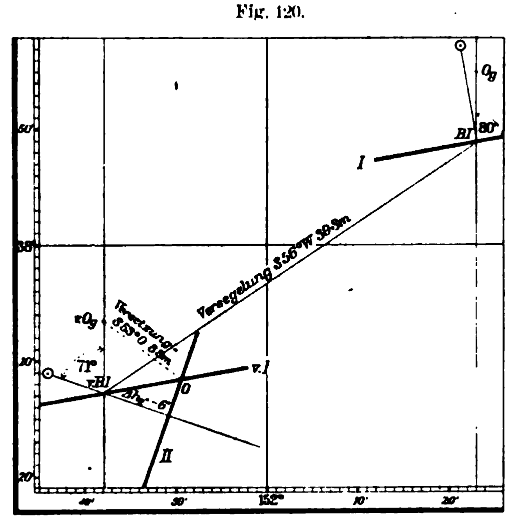
$t_w = 4^h\ 3^m\ 33^s$ $\quad$ $\log \sin^2 \tfrac{1}{2} t = 9{,}40\,943$
$\varphi = -38°\ 13'$ $\quad$ $\log \cos = 9{,}89\,524$
$\delta = -\ \ 0\ \ 19$ $\quad$ $\log \cos = 9{,}99\,999$
$\varphi - \delta = -37\ \ 54$ $\quad$ $\log \sec = 0{,}10\,288$ $\quad$ $\log \cos = 9{,}89\,712$
$\log \sin^2 \tfrac{1}{2} x = 9{,}40\,754$ $\quad$ $\log \cos = 9{,}68\,920$
$\log \sin h = 9{,}58\,632$
$h_r = 22°\ 41'$
$h_b = 22\ \ 35$
$\Delta h_2 = -\ \ 6$

Nach N. T. 16 ist:

$a = +0{,}44$
$b = -0{,}01$
$a + b = c_2 = +0{,}43$
$Az_2 = N\,71°\,W$
$= 289$

$Az_2 = 289°$
$Az_1 = 350$
$\Delta Az = 61.$

Fig. 120.



Berechnung des Schiffsortes.

Nach N. T. 17 findet man bei $Az_1 = N\,10°\,W$ und $\Delta Az = 61°$ den Tafelwert: 0,20. Az_1 ist West und rechts von Az_2, also hat $\Delta\varphi$ das entgegengesetzte Vorzeichen wie Δh_2, also +; daher ist

$$\Delta\varphi = +0{,}20 \times 6' = +1{,}2'.$$

Da Az_1 im 4. Quadranten liegt, ist c_1 negativ, daher

$$\Delta\lambda = -7{,}13 \times (+1{,}2') = -8{,}6'.$$

Demnach ist der wahre Schiffsort (O):

v.BI:	$\varphi = 38°\,13'\,S$	$\lambda = 151°\,42'\,O$
	$\Delta\varphi = \ \ 1\,N$	$\Delta\lambda = \ \ 9\,O$
O:	$\varphi = 38\ \ 12\,S$	$\lambda = 151\ \ 51\,O.$

Durch Zeichnung

wird der wahre Schiffsort (O Fig. 120) gefunden auf:

$$\varphi = 38°\ 12'\,S \qquad \lambda = 151°\ 51'\,O.$$

Die Versetzung (Fig. 120) ergibt sich hiernach zu

$S\,53°\,O$ 8 Sm.

4. Längenmethode und Polarsternbreite.

Am 4. Oktober 1904 morgens wurde auf etwa 36° 4′ N und 16° 32′ O gleichzeitig beobachtet: 1. ☾ $h_a = 35°\,25'$, $U = 1^h\,12^m\,43^s$, 2. α Ursae minoris (Polaris) $h_a = 37°\,11{,}0'$, $U = 1^h\,16^m\,6^s$, $I - U = +0^h\,56^m\,14^s$, m. Gr. Zt. $- I = +0^h\,14^m\,21^s$, J. V. $= +0{,}7'$, Ah. $= 8$ m, Lufttemperatur $= 18{,}0°$ C., Wassertemperatur $= 17{,}0°$ C.

U = 1h 12m 43s
I — U = + 56 14
I = 2 8 57
m. Gr. Zt. — I = + 14 21
m. Gr. Zt. = 2 23 18 V. M. 4. X.
= 14 23 18 3. X.

m. ⊙ α 3. X. = 12h 47m 2s
Änd. f. m. Gr. Zt. = + 2 22
m. ⊙ α = 12 49 24

☾ h_a = 35° 25,0′
J. V. = + 0,7
☾ h_g = 35 25,7

v△ = + 0,4′
G. V. f. 35° u. 16′ = + 56,9
Prop. Teile f. 0,4° = — 0,2
f. 6″ = + 0,4
Z. V. f. 8 m Ah. = + 0,6
} = + 58,1

☾ h_w = 36 23,8
= 36 24
z = 53 36

☾ r 3. X. 12h = 16′ 5″
Änd. f. 12h = + 7″
Verb. = $\frac{+7'' \times 2,4}{12}$ = + 1
☾ r = 16 6

☾ α 3. X. 14h = 8h 3m 44s
Änd. f. 1m = + 2,41s
Änd. f. + 23,3 = + 56
☾ α = 8 4 40

☾ δ 3. X. 14h = + 16° 21,7′
Änd. f. 1m = — 0,086′
Änd. f. + 23,3 = — 2,0
☾ δ = + 16 19,7

Lufttemp. = 18°
Wassertemp. = 17
△ = 1
Luft wärmer.

$$u = \varphi - \delta. \quad \sin^2 \tfrac{1}{2} t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin \tfrac{1}{2}(z+u) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(z-u).$$

φ = + 36° 4′ — log sec = 0,09 241
δ = + 16 20 — log sec = 0,01 789
u = + 19 44
z = 53 36
z + u = 73 20
½ (z + u) = 36 40 — log sin = 9,77 609
½ (z — u) = 16 56 — log sin = 9,46 428
log sin² ½ t = 9,35 067

☾ $t_ö$ = 3h 46m 8s
☾ t_w = 20 13 52
☾ α = 8 4 40
Fp. O. Zt. = 28 18 32
m. ⊙ α = 12 49 24
m. O. Zt. = 15 29 8
m. Gr. Zt. = 14 23 18
Lg. i. Zt. = 1 5 50 O
= 16° 28′ O.

Nach N. T. 16 ist:
a = + 0,48
b = — 0,35
a + b = c_1 = + 0,13
Az_1 = S 84° O
= 96

U = 1h 16m 6s
I — U = + 56 14
I = 2 12 20
m. Gr. Zt. — I = + 14 21
m. Gr. Zt. = 2 26 41 V. M. 4. X.
= 14 26 41 3. X.
m. ⊙ α = 12 49 24
Fp. Gr. Zt. = 27 16 5
= 3 16 5
Lg. i. Zt. = 1 5 50 O
Fp. O. Zt. = 4 21 55

m. ⊙ α 3. X. = 12h 47m 2s
Änd. f. m. Gr. Zt. = + 2 22
m. ⊙ α = 12 49 24

✶ h_a = 37° 11,0′
J. V. = + 0,7
✶ h_g = 37 11,7
v△ = + 0,4′
G. V. = — 6,4
} = — 6,0
✶ h_w = 37 5,7

1. Bericht. = — 51,3′
2. „ = — 0,4
3. „ = + 0,1
} = — 51,6

φ = 36 14,1 N
= 36 14 N

Nach N. J. Tafel 10 (1 bis 1906):
Az_2 = N 1° W
= 359.

Berechnung.

BI: $\varphi_1 = 36^\circ\ 4'\ N$ $\lambda_1 = 16^\circ\ 28'\ O$ $c_1 = -0.13$ (negativ, weil Az_1 im 2. Quadranten liegt).

BII: $\varphi_2 = 36\ \ 14\ N$ $\lambda_2 = 16\ \ 28\ O$

1. $\varphi_2 - \varphi_1 = +\ 10$

2. $c_1 = -\ 0.13$

$1. \times 2. = 3.$ $\Delta\lambda = -\ 1{,}3'$ (Die Verbesserungen V_λ und V_φ (§ 196) kommen hier nicht in Betracht, da d bei großem Az_1 und kleinem Az_2 gleich Null ist.)

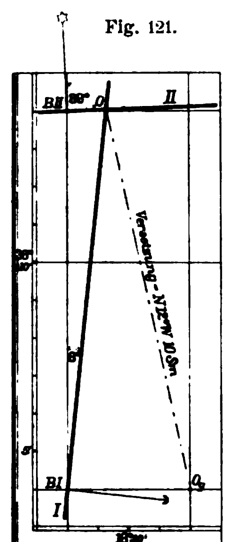


Fig. 121.

Der Schiffsort liegt demnach auf:

$\varphi = 36^\circ\ 14'\ N$ $\lambda = 16^\circ\ 29'\ O.$

Zeichnung.

Die Richtung der Standlinie I ist $96^\circ - 90^\circ = 6^\circ$, die der Standlinie II: $359^\circ + 90^\circ = 89^\circ$. Der Schnittpunkt beider Standlinien (O Fig. 121) liegt nach der Karte (Fig. 121) auf:

$\varphi = 36^\circ\ 14'\ N$ $\lambda = 16^\circ\ 29'\ O.$

Daraus ergibt sich eine Versetzung des Schiffes nach $N\ 12^\circ\ W$ um 10 Sm.

5. Zwei Standlinien nach der Längenmethode.

Am 9. Mai 1904 vormittags wurde auf etwa $25^\circ\ 51'\ N$ und $116^\circ\ 3'\ W$ beobachtet: $\odot h_a = 63^\circ\ 8{,}3'$, J. V. $= +\ 0{,}2'$, Ah. $= 8$ m. U $= 11^h\ 9^m\ 55^s$, I — U $= +\ 6^h\ 52^m\ 33^s$, m. Gr. Zt. — I $= -\ 0^h\ 11^m\ 28^s$, Lufttemperatur $= 22^\circ$ C., Wasseroberflächentemperatur $= 19{,}5^\circ$ C. Darauf wurde gesteuert rechtw. O 18 Sm und dann wieder beobachtet: $\odot h_a = 68^\circ\ 19{,}7'$, U $= 2^h 23^m 2^s$, I — U $= +\ 6^h 52^m 37^s$, m. Gr. Zt. — I, J. V. und Ah. wie vorher. Lufttemp. $= 23^\circ$ C., Wassertemp. $= 21^\circ$ C.

U =	11^h	9^m	55^s
I — U = +	6	52	33
I =	6	2	28
m. Gr. Zt. — I = —	0	11	28
m. Gr. Zt. =	5	51	0
			9. V.

Lufttemp. = 22°
Wassertemp. = 19,5
△ = 2,5 Luft wärmer

$\odot\delta$ 9. V. $= +\ 17^\circ\ 18{,}9'$
Änd. f. 1^h $= +\ 0{,}66'$
Änd. f. $+5{,}9$ $= +\ \ 3{,}9$
$\odot\delta = +\ 17\ \ 22{,}8$

Ztgl. 9. V. $= -\ 3^m\ 40^s$
Änd. f. 1^h $= -\ 0{,}1^s$
Änd. f. $+5{,}9 = -\ \ 1$
Ztgl. $= -\ 3\ \ 41$

$\odot h_a = 63^\circ\ \ 8{,}3'$
J. V. $= +\ \ 0{,}2$
$\odot h_g = 63\ \ 8{,}5$
$v_\triangle = +\ 1{,}0'$, G.V. $= +10{,}5$ $\big\} = +\ 11{,}5$
$\odot h_w = 63\ \ 20{,}0$
$z = 26\ \ 40$

$$u = \varphi - \delta.\ \sin^2 {}^1/_2\, t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin {}^1/_2 (z + u) \cdot \sin {}^1/_2 (z - u).$$

$\varphi = + 25° 51'$	$log\ sec = 0{,}04\ 579$	
$\delta = + 17\ \ 23$	$log\ sec = 0{,}02\ 030$	
$u = + \ 8\ \ 28$		
$z = \ 26\ \ 40$		
$z + u = \ 35\ \ 8$		
$1/2\,(z + u) = \ 17\ \ 34$	$log\ sin = 9{,}47\ 974$	
$1/2\,(z - u) = \ 9\ \ 6$	$log\ sin = 9{,}19\ 909$	
	$log\ sin^2\ 1/2\,t = 8{,}74\ 492$	
	$t = 1^h\ 49^m\ 4^s$	
Nach N. T. 16 ist:	w. O. Zt. = 22 10 56	
a = + 0.94	Ztgl. = — 3 41	
b = — 0.69	m. O. Zt. = 22 7 15 8. V.	
$a + b = c_1 = + 0.25$	m. Gr. Zt. = 5 51 0 9. V.	
$Az_1 = S\ 77°\ O$	Lg. i. Zt. = 7 43 45 W	
= 103.	= 115° 56′ W.	

Die Versegelung von rechtw. Ost 18 Sm ergibt einen Längenunterschied von 20′ *O* (N. T. 2), sodaß der verlegte erste Bestimmungspunkt wird:

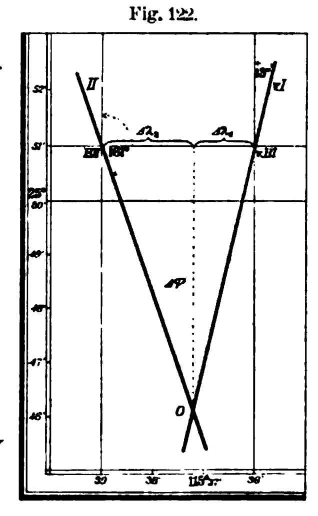
BI:	$\varphi = 25° 51'\ N$	$\lambda = 115° 56'\ W$
		$\Delta\lambda = \ 20\ O$
v.BI:	$\varphi = 25\ \ 51\ N$	$\lambda = 115\ \ 36\ W.$

U = 2h 23m 2s	☉δ 9. V. = + 17° 18,9′	☉h_a = 68° 19,7′
I — U = + 6 52 37	Änd. f. 1h = + 0,66′	J. V. = + 0,2
I = 9 15 39	Änd. f. + 9,1 = + 6,0	☉h_g = 68 19,9
m. Gr. Zt. — I = — 0 11 28	☉δ = + 17 24,9	$v\Delta$ = + 0,8′ ; G. V. = + 10,5 } = + 11,3
m. Gr. Zt. = 9 4 11 9. V.	Ztgl. 9. V. = — 3m 40s	☉h_w = 68 31,2
Lufttemp. = 23°	Änd. f. 1h = — 0,1s	z = 21 29
Wassertemp. = 21	Änd. f. + 9.1 = — 1	
△ = 2 Luft wärmer	Ztgl. = — 3 41	

$$u = \varphi - \delta,$$
$$sin^2\ 1/2\,t = sec\,\varphi \cdot sec\,\delta \cdot sin\ 1/2\,(z + u) \cdot sin\ 1/2\,(z - u).$$

$\varphi = + 25° 51'$	$log\ sec = 0{,}01\ 579$
$\delta = + 17\ \ 25$	$log\ sec = 0{,}02\ 038$
$u = + \ 8\ \ 26$	
$z = \ 21\ \ 29$	
$z + u = \ 29\ \ 55$	
$1/2\,(z + u) = \ 14\ \ 58$	$log\ sin = 9{,}41\ 205$
$1/2\,(z - u) = \ 6\ \ 32$	$log\ sin = 9{,}05\ 607$
	$log\ sin^2\ 1/2\,t = 8{,}53\ 429$
	$t = 1^h\ 25^m\ 16^s$
Nach N. T. 16 ist:	w. O. Zt. = 1 25 16 9. V.
a = + 1,24	Ztgl. = — 3 41
b = — 0,86	m. O. Zt. = 1 21 35
$a + b = c_2 = + 0{,}38$	m. Gr. Zt. = 9 4 11
$Az_2 = S\ 71°\ W$	Lg. i. Zt. = 7 42 36 W
= 251.	= 115° 39′ W.

Fig. 122.



Berechnung des Schiffsortes.

v.BI:	$\lambda_1 = 115^\circ\,36'\,W$	$\varphi_1 = 25^\circ\,51'\,N$	$c_1 = -0{,}25$	(negativ, da Az_1 im 2. Quadranten liegt).
BII:	$\lambda_2 = 115\;\;39\;\;W$	$\varphi_2 = 25\;\;51\;\;N$	$c_2 = +0{,}38$	(positiv, da Az_2 im 3. Quadranten liegt).
1.	$\lambda_2 - \lambda_1 = +\;\;3$			
2.	$c_1 - c_2 = -\;\;0{,}63$		$c_1 - c_2 = -0{,}63$	
1. : 2. = 3.	$\Delta\varphi = -\;\;4{,}8'$	$= -4{,}8'$		
4.	$c_1 = -\;\;0{,}25$	$c_2 = +0{,}38$		
3. × 4. = 5.	$\Delta\lambda_1 = +\;\;1{,}2'$	$\Delta\lambda_2 = -1{,}8'$.		

Der Schiffsort liegt demnach auf:

v.BI:	$\varphi_1 = 25^\circ\,51'\,N$	$\lambda_1 = 115^\circ\,36'\,W$	*BII*:	$\lambda_2 = 115^\circ\,39'\,W$
	$\Delta\varphi = \;\;5\;\;S$	$\Delta\lambda_1 = \;\;1\;\;W$		$\Delta\lambda_2 = \;\;2\;\;O$
O:	$\varphi = 25\;\;46\;\;N$	$\lambda = 115\;\;37\;\;W$		$\lambda = 115\;\;37\;\;W.$

Zeichnung.

Die Standlinie I hat die Richtung $103^\circ - 90^\circ = 13^\circ$. die Standlinie II: $251^\circ - 90^\circ = 161^\circ$. Der Schnittpunkt der beiden Standlinien oder der Schiffsort (*O* Fig. 122) liegt auf

$$\varphi = 25^\circ\,46'\,N \qquad \lambda = 115^\circ\,37'\,W.$$

C. Fehler der Standlinien (Kimmfreie Standlinien).

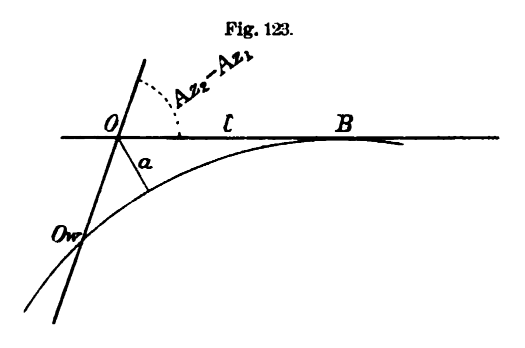
§ 198. Der durch den Schnittpunkt der Standlinien gefundene Schiffsort kann fehlerhaft sein erstens infolge der Vernachlässigung der Krümmung der Höhengleiche in der Karte, und zweitens infolge einer fehlerhaften Lage der Standlinie. Diese letztere kann hervorgebracht werden sowohl durch Fehler im Azimut als durch Fehler im Höhenunterschied ($\Delta h = h_b - h_r$).

I. Fehler infolge der Krümmung der Höhengleiche.

§ 199. Dieser Fehler kann im allgemeinen vernachlässigt werden, seine Berücksichtigung kann nur dann in Frage kommen, wenn der wahre Schiffsort von einem der beiden Bestimmungspunkte 30 Sm oder mehr absteht.

In Fig. 123 sei eine Höhengleiche mit der zugehörigen Standlinie, die sie im Bestimmungspunkt (B) berührt, dargestellt. O_w, der Schnittpunkt der anderen Standlinie mit der Höhengleiche, sei der wahre Schiffsort, während O der Schnittpunkt der beiden Standlinien, d. h. der angenommene, mit dem aus der Krümmung der Höhengleiche hervorgehenden Fehler behaftete Schiffsort ist. Dieser Fehler ist also gleich

Fig. 123.



O_w O. Bezeichnet $Az_2 - Az_1 = \Delta Az$ den Unterschied der beiden Azimute und a den Abstand des Punktes O von der Höhengleiche, so ist

der Fehler $O_w O = a \cdot cosec\ (Az_2 - Az_1)$.

Er ist am kleinsten, wenn $\Delta Az = 90°$ ist. Die Größe von a hängt von der Entfernung (l) des Punktes O vom Bestimmungspunkt (B) ab nach der Gleichung:

$$a = \frac{l^2 \cdot cos\,t \cdot cos\,\delta \cdot arc\,1'}{2 \cdot cos\,\varphi \cdot sin\,z} = \frac{l^2 \cdot sin\,Az \cdot arc\,1'}{2 \cdot cos\,\varphi \cdot tg\,t},$$

wo a und l in Seemeilen ausgedrückt sind. Gewöhnlich ist dieser Abstand (a) sehr klein, er erreicht höchstens den Wert von 1 Sm für die in der folgenden Tafel stehenden Werte von l in Sm (s. auch § 175).

Entfernung in Sm zwischen dem Bestimmungspunkte und demjenigen Punkte der Standlinie, der von der Höhengleiche um 1 Sm absteht.

φ \ h	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0°	∞	197	137	109	90	76	63	50	35	0
10	197	139	113	96	82	71	60	48	34	0
20	137	113	97	86	76	66	57	47	34	0
30	109	96	86	77	70	62	55	45	33	0
40	90	82	76	70	64	58	52	44	32	0
50	76	71	66	62	58	54	49	42	32	0
60	63	60	57	55	52	49	44	39	31	0
70	50	48	47	45	44	42	39	35	29	0
80	35	34	34	33	32	32	30	29	25	0

Die Tafel erweist die obige Behauptung, daß diese Korrektion im allgemeinen vernachlässigt werden kann. Sollte aber in einem einzelnen Fall l einen Wert annehmen, der den in der Tafel gegebenen Grenzwert übersteigt, so ist entweder die Verbesserung $O\ O_w$ mit Hilfe der beiden obigen Gleichungen zu berechnen oder man hat die Bestimmung der Standlinie zu wiederholen, indem man von den Koordinaten des Punktes O ausgeht.

Eine Methode zur Verbesserung der Standlinie mit Hilfstafel findet man bei Delafon: Méthode rapide pour déterminer les droites et les courbes de hauteur et faire le point. Paris. (§ 210.)

II. Fehler des Azimuts.

§ 200. Auch dieser Fehler übt keinen merklichen Einfluß aus, solange der Besteckpunkt von beiden Bestimmungspunkten weniger als 30 Sm Abstand hat.

Sind $d\,Az_1$ und $d\,Az_2$ die Unsicherheiten der beiden Azimute, so zeigt Fig. 124 die daraus hervorgehende Unsicherheit im Schiffsort (O). Er kann irgendwo in dem schraffierten Viereck liegen. Dieses Viereck bekommt seinen kleinsten Wert, wenn der Bestimmungspunkt der zweiten Standlinie (BII) auf der ersten Standlinie liegt (Fig. 125).

Die Größe des Vierecks wird bestimmt durch den Abstand b des Schiffsortes (O) von der Unsicherheitsgrenze. Aus der Figur ergibt sich

$$b = l \cdot d\,Az \cdot arc\,1°.$$

Daraus findet man die in folgender Tafel enthaltenen Werte von b in Sm.

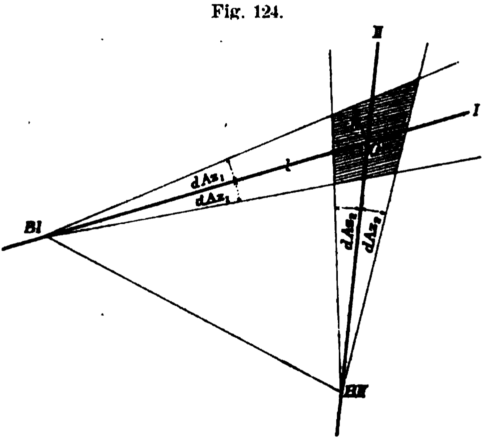


Abstand der Unsicherheitsgrenzen in Sm bei verschiedenen Azimutfehlern (dAz) und Entfernungen vom Bestimmungspunkte (l).

dAz \ l	0 Sm	20 Sm	40 Sm	60 Sm
1°	0 Sm	0,4 Sm	0,7 Sm	1,0 Sm
2	0	0,7	1,4	2,0
3	0	1,0	2,1	3,2
4	0	1,4	2,8	4,2

Fehler im Azimut können entstehen erstens durch die Berechnung nach der Formel oder nach der Tafel. Diese Fehler dürften 1° wohl nie überschreiten, jedenfalls kann man größere Fehler vermeiden, sie sind nach dem obigen Täfelchen daher zu vernachlässigen. Zweitens können bei der Höhenmethode Fehler dadurch entstehen, daß man das Azimut nicht für den Bestimmungspunkt, sondern für den gegißten Ort berechnet. Bei der Längen- und Breitenmethode fällt diese Fehlerquelle weg, da man die Koordinaten des Bestimmungspunktes kennt und mit diesen das Azimut ermittelt.

Fig. 124.

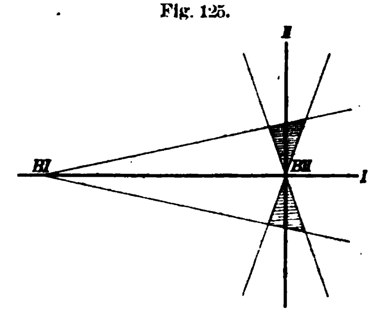


Bei der Höhenmethode ergibt sich der Fehler aus der Gleichung

$$dAz = tg\,\varphi \cdot sin\,Az \cdot \Delta h,\text{*)}$$

wenn $\Delta h = h_b - h_r$ der Höhenunterschied ist. Den Verlauf der Werte von $tg\,\varphi \cdot sin\,Az$ zeigt das erste der folgenden Täfelchen. Das zweite Täfelchen gibt die größten Werte an, die b überhaupt erreichen kann, wenn $\Delta h = 60'$ ist. Es geht daraus hervor, daß diese Fehlerquelle auch bei der Höhenmethode in allen in der Praxis vorkommenden Fällen wird vernachlässigt werden können.

Fig. 125.



*) Diese Gleichung ergibt sich durch Differentiation der letzten Gleichung von § 115 III und Einsetzen des Wertes von $\frac{d\varphi}{dh}$, den man durch Differentiation der letzten Gleichung von § 115 II erhält.

Werte von $tg\,\varphi \cdot sin\,Az$ zur Berechnung von dAz.

φ \ Az	0	30°	60°	90°
0°	0	0	0	0
30	0	0,29	0,50	0,58
60	0	0,87	1,50	1,73
70	0	1,37	2,38	2,75
80	0	2,84	4,92	5,68

Größte Werte, die der Abstand der Unsicherheitsgrenzen (b) bei $\Delta h = 60'$ überhaupt erreichen können.

φ \ l	0 Sm	20 Sm	40 Sm	60 Sm
0°	0 Sm	0 Sm	0 Sm	0 Sm
30	0	0,2	0,4	0,6
60	0	0,6	1,2	1,8
70	0	1,0	1,9	2,9
80	0	2,0	4,0	5,9

III. Fehler des Höhenunterschiedes.

a. Art der möglichen Fehler.

§ 201. In den Höhenunterschied $\Delta h = h_b - h_r$ kommen Fehler sowohl durch die berechnete als durch die beobachtete Höhe. Die ersteren rühren her von Fehlern in den Bestimmungsstücken, Abweichung und Greenwicher Zeit und von der Ungenauigkeit der logarithmischen Berechnung.

Fehler der Abweichung können vernachlässigt werden, da dieses Bestimmungsstück mit der nötigen Genauigkeit von 1′ aus dem Nautischen Jahrbuch entnommen werden kann.

Fehler der Greenwich-Zeit zerfallen in zwei Gruppen, erstens zufällige Fehler, die bei jeder Beobachtung andere sind. Sie lassen sich durch Aufmerksamkeit beim Beobachten und bei den Uhrvergleichen soweit vermeiden, daß sie stets unterhalb $2^s = 0{,}5'$ Längenfehler bleiben, also vernachlässigt werden können.

Zweitens Fehler im Stande des Chronometers gegen mittlere Greenwich-Zeit. Diese Fehler können merkbare Beträge erreichen, besonders, wenn längere Zeit hindurch eine Kontrolle des Chronometers nicht stattgefunden hat. Man kann die Unsicherheit der Greenwich-Zeit 10 Tage nach der letzten Kontrolle zu etwa $\pm 12^s = \pm 3'$, 20 Tage nachher zu $\pm 20^s = \pm 5'$ annehmen. Diese Fehler gehen **voll** in die Länge des Schiffsortes ein, indem sie die beiden Projektionspunkte und damit auch jede der beiden Standlinien um ihren vollen Betrag verschieben. Die Breite des Schiffsortes wird indessen nicht davon berührt.

Die Unsicherheit des Chronometerstandes ($d\,S$) wirkt demnach so, daß der wahre Schiffsort auf dem Breitenparallel des Schnittpunkts der Standlinien liegt, aber in Länge um den Betrag $d\,S$ nach Osten

oder Westen davon verschoben sein kann. Da dieser Fehler in gleicher Weise auf alle Standlinien einwirkt, so kann er auch durch eine Häufung der Beobachtungen nicht beseitigt werden. Die Länge eines jeden der gefundenen Schiffsorte wird stets um denselben Betrag fehlerhaft ausfallen.

Die infolge der Unsicherheit der logarithmischen Berechnung in h_r auftretenden Fehler werden im allgemeinen unter 1′ bleiben, sie können bei Höhen bis 80° nicht größer als 2′ und bis 85° nicht größer als 2,5′ werden. Sie sind zufälliger Natur und vereinigen sich mit den zufälligen Fehlern der beobachteten Höhe.

Die Fehler der beobachteten Höhe zerfallen in zwei Gruppen:

1. Fehler, die bei zeitlich nicht weit auseinanderliegenden Beobachtungen in gleicher oder nahezu gleicher Größe auftreten und daher beide Standlinien um denselben Betrag verschieben. Hierher gehören Fehler der Kimmtiefe, der persönliche Fehler des Beobachters und ein Teil der Fehler des Winkelmeßinstruments, wenn die Messungen von demselben Beobachter mit demselben Instrument ausgeführt worden sind. Der bei weitem wichtigste dieser Fehler ist der der Kimmtiefe.

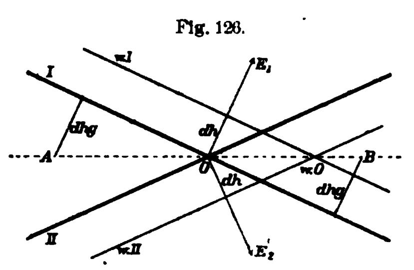
2. Zufällige Fehler, die in verschiedenem Sinne und in verschiedener Größe auftreten. Sie entstehen durch Schlingern und Stampfen des Schiffes, wechselnde Beleuchtung der Kimm, Verschiedenartigkeit der Beobachter und der benutzten Instrumente und sonstige Änderung der äußeren Verhältnisse bei zeitlich weit voneinander liegenden Beobachtungen.

Bei frischer Brise wird ein guter Beobachter mit einem zufälligen Höhenfehler von 3′ bis 4′ rechnen müssen. Bei Windstille können beide Fehlerarten zusammen bis auf 15′ und darüber steigen (§ 100).

b. Wirkung gleicher Höhenfehler. Kimmfreie Standlinie.

§ 202. Auf das Überwiegen dieser Fehlerart kann man rechnen, wenn die Beobachtungen unter günstigen Umständen bald nacheinander gemacht sind.

Fig. 126.



Ihre Wirkung wird durch Fig. 126 veranschaulicht. Es seien I und II die beiden mit demselben Fehler (dh) behafteten Standlinien, ihre Projektionspunkte mögen in den Richtungen nach E_1 und E_2 zu liegen. Dann sind die um dh von I und II abliegenden und zu ihnen parallelen Linien $w.I$ und

w. II die wahren Standlinien und *w. O* der wahre Schiffsort. Dieser letztere liegt aber stets, welches auch der Wert von dh sein mag, auf einer der beiden Winkelhalbierenden, und zwar auf derjenigen (AB Fig. 126), die außer dem Winkel der Standlinien auch den Winkel der beiden Azimutrichtungen halbiert, oder deren Azimut gleich $^1/_2\ (Az_1 + Az_2)$ ist. Diese Winkelhalbierende heißt eine **kimmfreie Standlinie**, weil die auf ihr liegenden Orte von gleichen Kimmtiefenfehlern frei sind.

Im Falle gleicher Fehler ist daher die kimmfreie Standlinie ein geometrischer Ort für den wahren Schiffsort, aber nicht in ihrer ganzen Ausdehnung, sondern nur in dem Stück AB (Fig. 126), das dadurch abgegrenzt wird, daß A und B von den beiden Standlinien einen Abstand haben, der gleich dem größtmöglichen Höhenfehler (dh_g) ist.

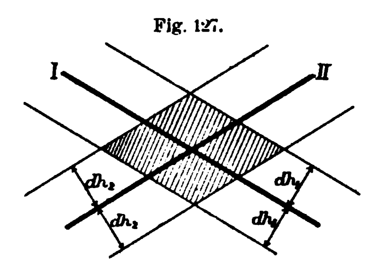
Zur vollständigen Bestimmung des Schiffsortes ist noch eine dritte Beobachtung erforderlich, die zusammen mit einer der beiden anderen eine zweite kimmfreie Standlinie liefert (§ 206).

c. Wirkung zufälliger Höhenfehler.

§ 203. Die zufälligen Höhenfehler setzen sich zusammen aus den Fehlern der berechneten Höhe infolge der Unsicherheit der logarithmischen Berechnung und den zufälligen Beobachtungsfehlern. Die letzteren werden hauptsächlich dann auftreten, wenn die äußeren Umstände bei den Beobachtungen verschieden sind, und wenn vor allem die Kimmtiefe infolge Änderungen der Luft- und Wasseroberflächentemperatur in der Zwischenzeit sich geändert hat.

Zufällige Fehler wirken dahin, daß die beobachtete Höhe mit einer Unsicherheit $\pm\, dh$ behaftet ist, die die Lage der Standlinie um den gleichen Betrag unsicher werden läßt. Sie werden dadurch veranschaulicht, daß man im senkrechten Abstand von soviel Seemeilen, als dh Minuten hat, zu beiden Seiten Parallele zur Standlinie zieht (Fig. 127). Der geometrische Ort für den Schiffsort ist dann der von den beiden Parallelen eingeschlossene Standstreifen; durch Kreuzung mit dem der zweiten Standlinie entsprechenden Standstreifen entsteht das gestrichelte Parallelogramm, in dem der Schiffsort liegen muß.

Fig. 127.



Dieses Parallelogramm wird um so kleiner, je mehr sich der Schnittwinkel der beiden Standlinien 90° nähert.



Die Unsicherheit wird auch in diesem Fall bedeutend vermindert, wenn noch eine dritte Standlinie hinzukommt. Der Schiffsort kann dann nur in demjenigen Flächenstück liegen, das allen drei Standstreifen gemeinsam ist.

IV. Zusammenwirken der Fehler.

§ 204. Es kommen nur der Fehler der Greenwich-Zeit und die Höhenfehler in Betracht. Im Falle gleicher Höhenfehler wirken die Fehler der Zeit und der Höhe derart zusammen, daß die kimmfreie Standlinie parallel mit sich selbst in der Richtung des Breitenparallels um den Betrag dS, d. i. des Fehlers des Chronometerstandes, nach jeder Seite hin verschoben werden muß. Innerhalb des so entstehenden Parallelogramms (in Fig. 128 schraffiert) muß der Schiffsort liegen.

Fig. 128.

Will man eine möglichst richtige Breite haben, so muß man die Sterne so wählen, daß die kimmfreie Standlinie O-W verläuft. Ist dagegen mehr an einer guten Länge gelegen, so muß die kimmfreie Standlinie N-S gerichtet sein. Alles, was früher (§§ 178, 179 und 183) über die Standlinien gesagt ist, gilt in gleichem Maße auch von den kimmfreien Standlinien.

Fig. 129.

Im Falle **zufälliger** Höhenfehler ist das Unsicherheitsparallelogramm der Höhenfehler nach Fig. 127 in der Richtung des Breitenparallels um den Betrag dS nach jeder Seite zu verschieben. Das entstehende Sechseck (in Fig. 129 schraffiert) muß den Schiffsort enthalten.

D. Die Bestimmung des Schiffsortes aus drei und mehreren Standlinien.

I. Drei Standlinien.

1. Das Standliniendreieck.

§ 205. Es ist in den vorigen Paragraphen gezeigt worden, daß infolge der Beobachtungsfehler der Schiffsort aus zwei Standlinien nicht mit Sicherheit zu bestimmen ist, und es wurde bereits darauf hingewiesen, daß durch die Hinzufügung einer dritten Standlinie der Einfluß der Beobachtungsfehler ausgeschaltet oder wesentlich vermindert werden kann.

Bei lauter fehlerlosen Beobachtungen müßten sich die drei Standlinien in einem Punkte schneiden; da aber keine Beobachtung ganz fehlerfrei ist, so bilden die Standlinien ein Dreieck, das Standliniendreieck.

Wenn die drei Höhen nicht gleichzeitig gemessen sind, so ist bei der Konstruktion der Standlinien auf die in den Zwischenzeiten stattgehabte Versegelung Rücksicht zu nehmen.

Der Fehler der mittleren Greenwicher Zeit wirkt auf alle drei Standlinien in gleicher Weise ein, sodaß die Form des Standliniendreiecks von ihm nicht beeinflußt wird. Er verschiebt nur das ganze Dreieck und damit auch den daraus hervorgehenden Schiffsort um seinen vollen Betrag nach Osten oder Westen.

Es sind allein die Höhenfehler, die das Dreieck erzeugen, und daher ist bei Bestimmung des Schiffsortes aus dem Dreieck zu unterscheiden, ob vorwiegend gleiche Fehler oder zufällige Fehler die Beobachtungen entstellen.

2. Die drei Beobachtungen haben gleiche oder nahezu gleiche Fehler.

§ 206. In diesem Falle ist der Schiffsort ein Punkt, der von den drei Standlinien gleich weit entfernt ist. Solche Punkte sind die Mittelpunkte des einbeschriebenen und der drei anbeschriebenen Kreise des Standliniendreiecks, oder die Schnittpunkte der Winkelhalbierenden des Dreiecks. Als solche sind sie leicht zu konstruieren.

Die Bestimmung, welcher unter diesen vier Punkten der Schiffsort ist, erfolgt dadurch, daß die ihn treffenden drei Winkelhalbierenden gleichzeitig die kimmfreien Standlinien sein müssen, die durch die drei gegebenen Standlinien bestimmt sind (§. 202).

Im Falle gleicher Beobachtungsfehler findet man daher den wahren Schiffsort, indem man diejenigen Winkelhalbierenden des Standliniendreiecks zeichnet, die gleichzeitig die Winkel zwischen den



Azimutrichtungen halbieren oder in den Richtungen $^1/_2\,(Az_1 + Az_2)$, $^1/_2\,(Az_2 + Az_3)$ und $^1/_2\,(Az_3 + Az_1)$ liegen (Fig. 130 u. 131). Der Schnittpunkt (P_{gl}) dieser Winkelhalbierenden ist der wahre Schiffs-

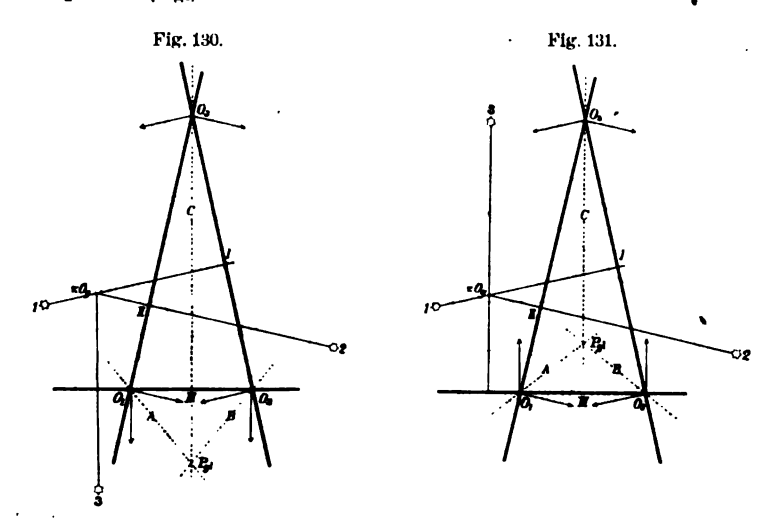


Fig. 130. Fig. 131.

ort bei gleichen Fehlern und der wahrscheinlichste Schiffsort bei nahezu gleichen Fehlern.

Beispiele.

In den beiden durch die Figuren 130 und 131 dargestellten Fällen hat man jedesmal die drei Standlinien *I*, *II* und *III* vom verlegten gegißten Orte ($v.\,O_g$) aus konstruiert; sie schneiden sich in den drei Punkten O_1, O_2, O_3. Gesucht ist der Schiffsort unter der Voraussetzung, daß allen Standlinien derselbe Fehler anhaftet.

Man bezeichne in den Punkten O_1, O_2 und O_3 die Richtungen der zu den Standlinien gehörigen Azimute durch kleine Pfeilchen und ziehe dann die kimmfreien Standlinien *A*, *B* und *C* so, daß sie die Winkel zwischen den Standlinien und auch die zwischen den kleinen Pfeilchen halbieren. Ihr Schnittpunkt ($P_{gl.}$) ist der Schiffsort.

3. Die Fehler der Beobachtungen sind rein zufällige.

§ 207. **In diesem Falle ist nach den Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung der wahrscheinlichste Schiffsort derjenige, bei dem die Summe der Quadrate seiner Abstände von den Seiten des Standliniendreiecks den kleinsten Wert hat.**

Dieser Punkt hat außerdem die Eigenschaft, daß sich seine Abstände von den drei Seiten ebenso verhalten wie die Längen der zugehörigen Seiten. Dies benutzt man zu seiner Konstruktion.

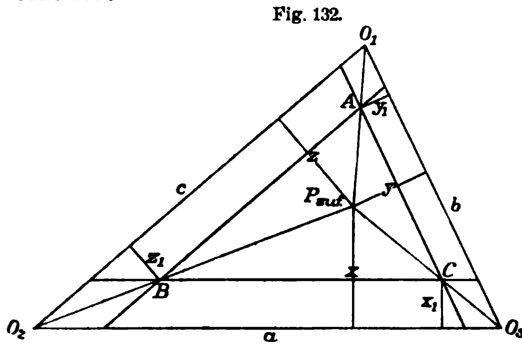
Bezeichnet man die Seiten des Standliniendreiecks ($O_1\ O_2\ O_3$ Fig. 132) mit *a, b, c* und die Abstände des wahrscheinlichsten Schiffs-

ortes ($P_{zuf.}$) von diesen Seiten mit $x, y, z,$ so muß nach dem vorigen sich

$$x : y : z = a : b : c$$

verhalten.

Fig. 132.



Beweis: Sind die Abstände x und y bekannt, so ist dadurch der Punkt $P_{zuf.}$ und damit auch der Abstand z bestimmt. Es sind also nur x und y unabhängige Variabele. Die Abhängigkeit des Abstandes z von x und y wird durch die Gleichung $a\,x + b\,y + c\,z = 2F$ ausgedrückt, wenn F den Flächeninhalt des Standliniendreiecks bezeichnet. Die Bedingung, die erfüllt werden soll, ist, daß $u = x^2 + y^2 + z^2$ ein Minimum wird. Dies tritt ein, wenn sowohl

$$\frac{du}{dx} = 2x + 2z\frac{dz}{dx} = 0, \text{ als auch } \frac{du}{dy} = 2y + 2z\frac{dz}{dy} = 0$$

wird. Aus der Gleichung für z folgt aber durch Differentiation nach x und nach y:

$$a + c\frac{dz}{dx} = 0 \text{ und } b + c\frac{dz}{dy} = 0.$$

Dies gibt:

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{a}{c} \text{ und } \frac{dz}{dy} = -\frac{b}{c}.$$

Die Einsetzung liefert dann:

$$2x - 2z\frac{a}{c} = 0 \text{ und } 2y - 2z\frac{b}{c} = 0,$$

oder:

$$\frac{x}{a} = \frac{z}{c} \text{ und } \frac{y}{b} = \frac{z}{c},$$

oder als Proportion geschrieben:

$$x : y : z = a : b : c,$$

was zu beweisen war.

Man kann dies auch so schreiben

$$x = a \cdot f \qquad y = b \cdot f \qquad z = c \cdot f,$$

wo f ein Proportionalitätsfaktor ist. Damit geht die erste Gleichung über in

$$a^2 f + b^2 f + c^2 f = 2F,$$

woraus

$$f = \frac{2F}{a^2 + b^2 + c^2}$$

folgt, womit man x, y und z in sehr einfacher Weise berechnen kann, nachdem man den Inhalt des Standliniendreiecks (etwa aus $2F = b \cdot c \cdot \sin a$) ermittelt hat.

In der Praxis schlägt man zur Ermittlung des Punktes $P_{zuf.}$ den folgenden zeichnerischen Weg ein:

Auf den drei Seiten a, b und c des Standliniendreiecks errichte man in beliebigen Punkten Lote, entweder alle nach innen oder alle nach außen, und trage auf ihnen Stücke von folgender Länge ab:

$$x_1 = a \cdot g, \quad y_1 = b \cdot g, \quad z_1 = c \cdot g,$$

wo g ein passend gewählter Proportionalitätsfaktor ist ($^1/_{10}$, $^1/_{20}$ oder ähnlich. Z. B. ist es ganz bequem, die Seiten in cm zu messen und die Lote dann ebensoviele mm lang zu machen). Durch die Endpunkte der Lote ziehe man Parallelen zu den zugehörigen Seiten, wodurch ein dem ursprünglichen Dreieck ähnliches Dreieck (ABC) entsteht. Seine Ecken verbinde man mit den entsprechenden Ecken $O_1\, O_2\, O_3$ des Standliniendreiecks. Der Punkt $P_{\text{zuf.}}$, in dem sich diese Verbindungslinien schneiden, ist der gesuchte wahrscheinlichste Schiffsort.

Beweis. Es verhält sich nach Fig. 132:

$$\frac{P_{\text{zuf.}}\, O_3}{C\, O_3} = \frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} \quad \text{und} \quad \frac{P_{\text{zuf.}}\, O_1}{A\, O_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{z}{z_1}$$

oder

$$\frac{x}{y} = \frac{x_1}{y_1} \quad \text{und} \quad \frac{y}{z} = \frac{y_1}{z_1}$$

oder in anderer Schreibweise

$$x : y : z = x_1 : y_1 : z_1 = a \cdot g : b \cdot g : c \cdot g = a : b : c,$$

sodaß also x, y und z der gestellten Bedingung genügen.

Außer der Lösung, die sich aus dem vorstehenden ergibt, hat die Aufgabe noch drei andere Lösungen, die man erhält, wenn man je zwei der Lote x_1, y_1, z_1 nach innen und das dritte nach außen abträgt, oder umgekehrt. Diese Lösungen entsprechen den Mittelpunkten der anbeschriebenen Kreise, die wir als wahrscheinlichste Schiffsorte unter der Annahme lauter gleicher Fehler bekommen hatten (§ 206). Im vorliegenden Falle hat man aber keine Regel zur Entscheidung, welche der vier Lösungen den wahrscheinlichsten Schiffsort darstellt, und man wird immer den im Innern des Dreiecks liegenden Punkt als solchen annehmen.

Beispiel.

Am 14. Dezember 1904 morgens wurde auf ungefähr 20° 40′ S und 37° 6′ O beobachtet: 1. Mars h_a = 39° 25,3′, U = 12h 15m 43s, 2. α Canis minoris (Procyon) h_a = 49° 27,0′, U = 12h 18m 20s, 3. α^2 Centauri h_a = 26° 34,2′, U = 12h 21m 41s, J. V. = + 0,3′, Ah. = 8 m, Lufttemp. = 21,5° C., Wasseroberflächentemp. = 19,5° C., I — U = + 1h 19m 27s, m. Gr. Zt. — I = + 0h 4m 36s.

Man erhält nach der Höhenmethode

aus der 1. Beobachtung (Mars):

$$\Delta h_1 = -20', \quad Az_1 = N\,78^\circ\, O,$$

aus der 2. Beobachtung (α Canis minoris):

$$\Delta h_2 = -12', \quad Az_2 = N\,53^\circ\, W,$$

aus der 3. Beobachtung (α^2 Centauri):

$$\Delta h_3 = -3', \quad Az_3 = S\,32^\circ\, O.$$

Vom gegißten Besteck (O_g) aus werden in den drei Azimuten Linien gezogen (Fig. 133) und auf jeder das entsprechende Δh abgetragen, und zwar in der Richtung vom Gestirn fort, da alle drei Δh negativ sind. Durch die Endpunkte sind die drei Standlinien I, II und III gezogen, die das Standliniendreieck $O_1\, O_2\, O_3$ bilden.

Zur Konstruktion des Schiffsortes unter Annahme gleicher Fehler sind durch die drei Eckpunkte die kimmfreien Standlinien als Winkelhalbierende der Standlinien und der durch Pfeilchen angedeuteten Azimutrichtungen gezogen worden (gestrichelte Linien Fig. 133). Ihr Schnittpunkt $P_{gl.}$ ist der Schiffsort unter Annahme gleicher Fehler, er liegt nach der Figur auf

<u>20° 53′ *S* und 36° 59′ *O*.</u>



Fig. 133.

Für das Wahrscheinlichkeitsverfahren wurden die Seiten des Standliniendreiecks gemessen und gefunden $O_1 O_2 = 90$ mm, $O_2 O_3 = 42$ mm und $O_3 O_1 = 112$ mm. Die Multiplikation mit dem beliebig gewählten Verkleinerungsfaktor $^1/_{12}$ ergab die Abstände 7,5 mm, 3,5 mm und 9,3 mm. In diesen Abständen wurden die Parallelen zu den Standlinien gezogen, die ein dem Dreieck $O_1 O_2 O_3$ ähnliches Dreieck bilden. Die Verbindungslinien entsprechender Eckpunkte (punktierte



Linien Fig. 133) schneiden sich in dem wahrscheinlichsten Schiffsorte ($P_{zuf.}$) bei Annahme rein zufälliger Fehler. Er liegt nach der Figur auf

$$\underline{20^\circ\ 55'\ S \text{ und } 36^\circ\ 53'\ O.}$$

Der Abstand der nach den beiden Annahmen konstruierten Schiffsorte voneinander beträgt nach der Figur 6 Sm.

4. Wahl des Verfahrens.

§ 208. Das erste Verfahren, Bestimmung des Punktes $P_{gl.}$, kommt in Betracht, wenn man sicher ist, daß die gleichen Fehler stark überwiegen; das zweite, Bestimmung des Punktes $P_{zuf.}$, wenn mehr zufällige Fehler zu erwarten sind. Die beiden Punkte fallen zusammen, wenn die drei Azimute um 120° auseinander liegen, wodurch das Standliniendreieck gleichseitig wird.

In der Mehrzahl der wirklich vorkommenden Fälle werden aber beide Fehlerarten zusammenwirken und daher der wahre Schiffsort zwischen den beiden Punkten $P_{gl.}$ und $P_{zuf.}$ liegen. Daher ist es meist überflüssig, die Konstruktionen der beiden Punkte streng auszuführen, sondern es genügt, sie freihändig nach Augenmaß zu machen und den Schiffsort etwa in der Mitte zwischen den beiden gefundenen Punkten anzunehmen. — Dabei ist zu beachten, daß der Punkt $P_{zuf.}$ immer nach der kürzesten Seite des Dreiecks oder nach dem stumpfen Winkel hin liegt, wie die Fig. 132 und 133 zeigen.

Dies Verfahren ist um so berechtigter, je gleichmäßiger die beobachteten Gestirne über den Horizont verteilt sind, da die beiden Punkte sich dann umsomehr einander nähern. Ist ihre Verteilung eine so unregelmäßige (wie in Fig. 130), daß der Punkt $P_{gl.}$ außerhalb des Standliniendreiecks fällt, so bleibt die Lage des Schiffsortes trotz der drei Beobachtungen unsicher. Man suche daher möglichst günstig stehende Sterne aus, d. h. solche, deren Azimutunterschiede kleiner als 180° sind, wodurch Zusammenstellungen, bei denen $P_{gl.}$ außerhalb des Dreiecks fallen würde, vermieden werden.

Beispiel.

Am 9. Februar 1905 abends wurde auf ungefähr 15° 27′ *S* und 31° 39′ *W* beobachtet: *α* Pegasi (Markab) U = $8^h\,19^m\,26^s$, $h_a = 19^\circ\ 39{,}7'$, *α* Canis minoris (Procyon) U = $8^h\,21^m\,16^s$, $h_a = 23^\circ\ 14{,}2'$, *α* Argus (Canopus) U = $8^h\,24^m\,12^s$, $h_a = 38^\circ\ 49{,}8'$, J. V. = — 0,3′, Ah. = 9 m, Lufttemp. = 19,5° C., Wasseroberflächentemp. = 21° C., I — U = — $0^h\,16^m\,43^s$, m. Gr. Zt. — I = + $0^h\,4^m\,17^s$.

Man erhält nach der Höhenmethode

aus der 1. Beobachtung (*α* Pegasi):

$$\Delta h_1 = -8',\ Az_1 = S\,112^\circ\ W.$$

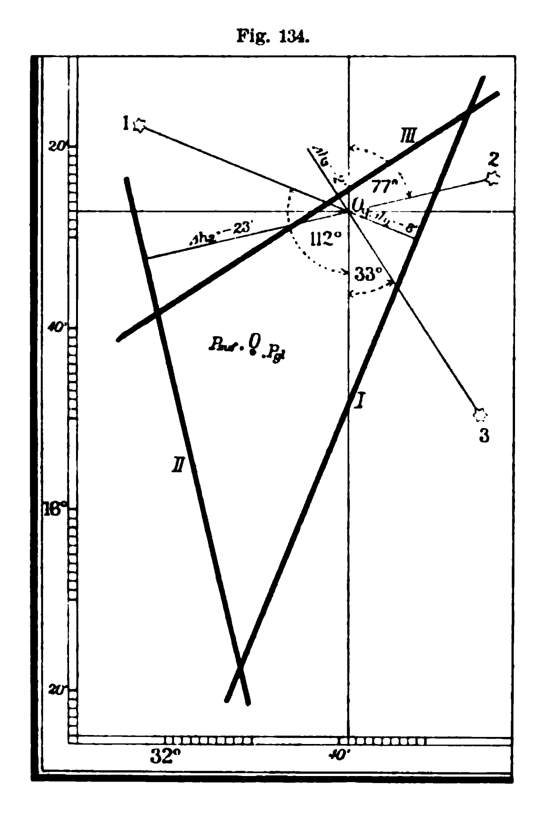
aus der 2. Beobachtung (*α* Canis minoris):

$$\Delta h_2 = -23',\ Az_2 = N\,77^\circ\ O.$$

aus der 3. Beobachtung (*α* Argus):

$$\Delta h_3 = -2',\ Az_3 = S\,33^\circ\ O.$$

Fig. 134.



Vom gegißten Besteck (O_g) aus werden in den Richtungen der drei Azimute Linien gezogen (Fig. 134) und auf jeder das entsprechende $\varDelta h$ abgetragen, und zwar in der Richtung vom Gestirn fort, da alle drei $\varDelta h$ negativ sind. Durch die Endpunkte sind die drei Standlinien I, II und III gezogen, die das Standliniendreieck bilden.

Die Punkte $P_{gl.}$ (Schiffsort bei Annahme gleicher Fehler) und $P_{zuf.}$ (Schiffsort bei Annahme rein zufälliger Fehler) sind freihändig nach Augenmaß in der in §§ 206 und 207 dargestellten Weise konstruiert worden (die Konstruktionslinien sind in Fig. 134 der Übersichtlichkeit halber fortgelassen). Der Schiffsort (O) wurde dann in der Mitte zwischen diesen beiden Punkten angenommen. Er liegt nach der Figur auf

$$\varphi = 15^\circ\, 43'\, S$$

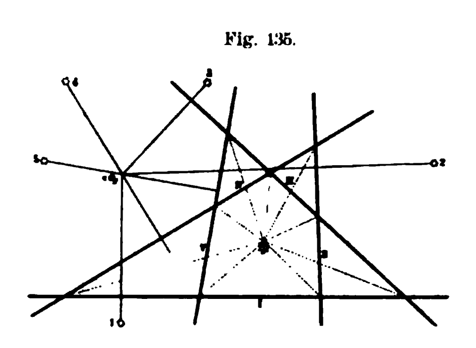
und

$$\lambda = 31^\circ\, 50'\, W.$$

II. Mehr als drei Standlinien.

§ 209. Mehr als drei Höhen zu beobachten hat nicht viel Zweck, da der Gewinn an Zuverlässigkeit gegenüber drei gut verteilten Beobachtungen nur sehr gering ist.

Fig. 135.



Sind trotzdem mehrere Beobachtungen vorhanden, so bilden die Standlinien das Standlinienvieleck.

Haben alle Standlinien denselben Fehler, so ist der wahre Schiffsort ($P_{gl.}$) im Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises zu suchen. Er ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden des Vielecks (punktierte Linien Fig. 135) und als solcher leicht zu konstruieren.

Sind die Fehler mehr zufälliger Natur, so gibt es ebenso wie im Standliniendreieck einen wahrscheinlichsten Schiffsort. Seine Konstruktion ist aber so umständlich, daß sie für die Praxis nicht in Betracht kommt.*) In solchen Fällen nimmt man einen Punkt innerhalb des Vielecks, der nach Augenmaß von allen Standlinien einen möglichst kleinen Abstand hat, als wahrscheinlichsten Schiffsort an.

Es bedarf wohl kaum der besonderen Erwähnung, daß sich eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Azimute über den ganzen Horizont, wie in Fig. 135, empfiehlt.

Vierter Abschnitt.

Besondere Hilfsmittel für die Ortsbestimmung und direkte Berechnung des Schiffsortes.

A. Höhentafeln und Diagramme.

Nachdem sich die Höhenmethode immer mehr eingebürgert hat, hat das Bestreben, die Ortsbestimmung vor den Folgen von Rechenirrtümern sicherzustellen und zugleich die Zeit von der Beobachtung an bis zum Eintragen der Standlinien in die Karte nach Möglichkeit zu kürzen, zu Versuchen geführt, die Rechnung teilweise oder ganz auszuschalten. Zwei verschiedene Wege sind beschritten worden, um zu diesem Ziele zu gelangen: die Aufstellung von Höhentafeln und die zeichnerische Lösung.

a. Höhentafeln.

Von diesen seien die Tafeln des Lieutenant de vaisseau Delafon und die Tafeln von V. Fuß im folgenden erläutert.

1. Die Tafeln von Delafon.**)

§ 210. Delafon zerlegt das Poldreieck (PZG) durch das vom Zenit auf die Seite PG gefällte Lot ZF (Fig. 136. In der Figur sind neben den im Lehrbuch gebrauchten Bezeichnungen die in den Delafonschen Tafeln verwendeten eingeschrieben) in zwei rechtwinklige sphärische Dreiecke, die mit Hilfe einer Tabelle aufgelöst werden. Mit den beiden Katheten als Eingängen entnimmt man daraus die übrigen Stücke des rechtwinkligen Dreiecks. Um jedoch Einschaltungen nach Möglichkeit zu vermeiden, wird die Standlinie

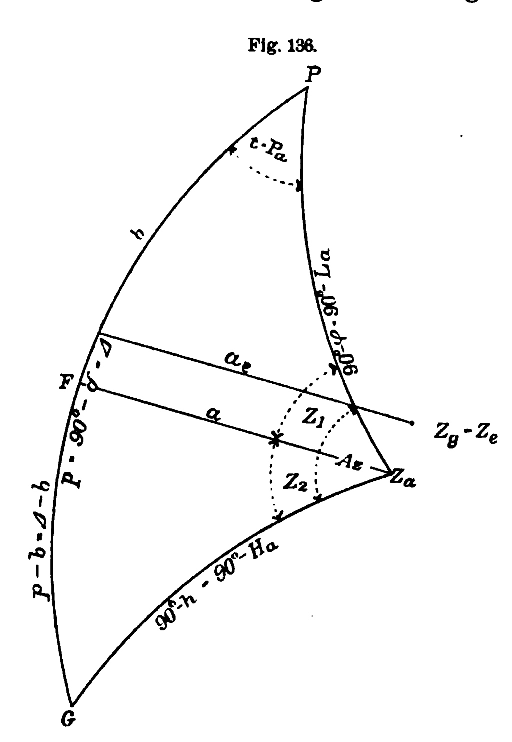
*) Ein Näherungsverfahren siehe bei Rottok »Bestimmung des wahrscheinlichsten Beobachtungsortes aus beobachteten Gestirnshöhen«. Ann. d. Hydr. u. marit. Meteor. 1885, S. 605 u. 661.

**) Delafon. »Méthode rapide pour déterminer les droites et les courbes de hauteur et faire le point«. Berger-Levrault et Co., Paris 1893.

nicht vom gegißten Zenit ($Z_g = Z_e$) aus konstruiert, sondern von einem in seiner Nähe gelegenen Hilfszenit (Z_a), das sich im Verlaufe des Verfahrens ergibt und so gewählt wird, daß die Katheten des Dreiecks $P Z_a F$ eine volle Anzahl von Graden betragen.

Der Gang des Verfahrens soll an der Hand des folgenden Beispiels erläutert werden.

Fig. 136.



Am 6. März 1905 V. M. ist beobachtet worden: $\odot h_a = 27° 37{,}5'$, J. V. $= + 1{,}3'$, Ah. $= 9$ m, Luft $= 7°$ C., Wasseroberfläche $= 4{,}5°$ C., U $= 7^h 28^m 32^s$, I — U $= + 1^h 48^m 56^s$, m. Gr. Zt. — I $= + 1^h 58^m 19^s$. Gegißtes Besteck: 52° 53′ *N*, 11° 3′ *W*.

Der Stundenwinkel des Gestirns in Greenwich wird nach

$t_{Gr} =$ m. Gr. Zt. — Ztgl.
bei der Sonne,

$t_{Gr} =$ m. Gr. Zt. + m. $\odot \alpha - \star \alpha$
bei den anderen Gestirnen

berechnet und damit der Stundenwinkel am gegißten Ort aus

$$t_g = P_e = t_{Gr} \mp \lambda_g,$$

wo $\left\{ \begin{array}{l} - \text{ bei Westlänge} \\ + \text{ bei Ostlänge} \end{array} \right\}$ gilt,

gefunden. Im Beispiel wird $t_{Gr} = - 0^h 55^m 45^s$ und damit $t_g = P_e = 1^h 39^m 57^s$ *O*. Mit den Eingängen P_e oder $12^h - P_e$, wenn $P_e > 6^h$ ist, und der gegißten Breite ($\varphi_g = L_e$) entnimmt man aus Tafel G (Table Répertoire S. 99 ff) den Abstand (a_e) des gegißten Ortes von der Dreiecksseite PG in Zehntelgraden. Unter $P_e = 1^h 40$ m und $L_e = 53°$ findet man die Zahl 147. Dies bedeutet, daß $a_e = 14{,}7°$ ist.

Das Hilfszenit wird nun so angenommen, daß sein Abstand (a) von der Seite PG gleich der ganzen Anzahl Grade ist, die a_e am nächsten liegt. Im Beispiel ist daher $a = 15°$.

In der Tafel F (Haupttafel S. 9 bis 98) sucht man diejenige Seite auf, die das gefundene a als Überschrift hat. Auf dieser Seite sucht man die Zeile, in der in den Spalten L_a und P_a, [$12^h - P_a$] Werte stehen, die der gegißten Breite ($\varphi_g = L_e$) und dem Stundenwinkel am gegißten Ort ($t_g = P_e$, [$12^h - P_e$]) möglichst nahe kommen. Sollten diese Werte in verschiedenen Zeilen stehen, so nimmt man eine mittlere Zeile. Aus dieser Zeile entnimmt man die Werte von b (volle Anzahl von Graden), L_a, P_a oder [$12^h - P_a$] und Z_1.

$$b \text{ und } Z_1 \text{ sind } \left\{ \begin{array}{l} \text{positiv, wenn } P_a < 6^h \\ \text{negativ, wenn } P_a > 6^h \end{array} \right\} \text{ ist.}$$

Im Beispiel findet man auf der Seite $a = 15°$ in den Zeilen 34 und 35 die Werte, die der gegißten Breite ($L_e = 52° 53'$) und dem Stundenwinkel

($P_e = 1^h\,39^m\,57^s$) am nächsten kommen. Deshalb entnimmt man aus Zeile 34: $b = +34°$, $L_a = 53°\,12'$, $P_a = 1^h\,42^m\,25^s$ und $Z_1 = +69{,}0°$.

$L_a = \varphi_a$ ist die Breite des angenommenen Hilfszenits, $P_a = t_a$ sein Stundenwinkel, woraus man die Länge (λ_a) des angenommenen Punktes nach

$\lambda_a = t_{Gr} - t_a$ bei westlichem t, und $\lambda_a = t_{Gr} + t_a$ bei östlichem t

berechnet. Positives λ bedeutet Westlänge, negatives λ Ostlänge. Die Bedeutung von b und Z_1 zeigt Fig. 136. Im Beispiel ist $\lambda_a = -0^h\,55^m\,45^s + 1^h\,42^m\,25^s = +0^h\,46^m\,40^s = +11°\,40'$.

$\Delta = p$ ist der Polabstand, und da im Beispiel $\odot\delta = -5°\,49'$ ist, so ist $\Delta = p = 95°\,49'$.

Darauf berechnet man den Abstand des Gestirns (G) vom Fußpunkt des Lotes (F). Nach der Figur ist er gleich $\Delta - b = p - b$. Diese Differenz ist algebraisch zu bilden, worauf man achten muß, wenn b negativ ist. Im Beispiel ist $\Delta - b = 95°\,49' - 34° = +61°\,49'$.

Mit diesem Eingang geht man auf derselben Seite von Tafel F ($a = 15°$) in die erste Spalte ein, die dementsprechend auch die untere Überschrift $\Delta - b$ aufweist und entnimmt die zu dem gefundenen $\Delta - b$ gehörigen Werte von H_a und Z_2, wobei Z_2 dasselbe Vorzeichen wie $\Delta - b$ bekommt. Bei der Entnahme von H_a ist streng einzuschalten, was mit Hilfe der Differenzen für 10′, die in der Spalte W. p. 10′ stehen und der Tafel C Seite 5, die die Schaltteile enthält, leicht zu machen ist.

Im Beispiel findet man bei 61° 49′ mit Einschalten $H_a = 27°\,9'$ und ohne Einschalten $Z_2 = +82{,}2°$. $H_a = h_r$ ist die errechnete Höhe des Gestirns in dem angenommenen Hilfspunkte und

$$Az = Z_1 + Z_2$$

ist das Azimut in diesem Punkte. Die Summe $Z_1 + Z_2$ ist algebraisch zu bilden; das Azimut ist dann von Norden nach beiden Seiten von 0° bis 180° gezählt.

Schließlich berechnet man den Höhenunterschied

$$\Delta h = h_b - h_r$$

zwischen der beobachteten wahren Höhe und der errechneten Höhe, setzt den angenommenen Hilfspunkt nach Breite und Länge in der Karte ab und zeichnet von ihm aus mit den gefundenen Werten von Az und Δh die Standlinie. Im Beispiel ist die wahre Höhe $= 27°\,16'$, daher ist $\Delta h = 27°\,16' - 27°\,9' = +7'$. Das Azimut ist $Az = +69{,}0° + 82{,}2° = N\,151°\,O = S\,29°\,O$. Mit diesen beiden Werten ist vom Punkte 53° 12′ N und 11° 40′ W aus die Standlinie zu konstruieren.

Die Tafeln von Delafon haben den Vorzug, klein und handlich zu sein und nur eine einzige Einschaltung zu verlangen. Dagegen kann es vorkommen, daß der Schiffsort so weit vom Bestimmungspunkt der Standlinie abliegt, daß die Krümmung der Höhengleiche in Betracht kommt (§ 199). Dann muß entweder die Standlinie nach Tafel B S. 4 verbessert werden, oder die Konstruktion ist mit einem günstiger gelegenen Hilfszenit zu wiederholen. In solchen Fällen kann man auch die Rechnung für mehrere Hilfszenite ausführen und die Höhengleiche als zwanglose Kurve durch die sich ergebenden Bestimmungspunkte hindurchlegen. Bei Benutzung der Tafel sind die Standlinien immer in der Karte einzuzeichnen und der Schiffsort durch ihren Schnitt zu bestimmen. Die Berechnung der Koordinaten des Ortes kommt als zu umständlich dabei nicht in Betracht.

2. Die Tafeln von Fuß.*)

§ 211. Fuß hat zur Aufstellung seiner Tafeln das Poldreieck ebenfalls durch ein Lot in zwei rechtwinklige Dreiecke zerlegt und benutzt statt des gegißten Bestecks ebenfalls einen Hilfspunkt. Er fällt jedoch das Lot von dem Gestirn auf den Meridian des gegißten Ortes ($GC = a$ Fig. 137) und entnimmt mit den Eingängen t und $90° - \delta$ die Katheten des Dreiecks PCG aus der Tafel. Aus PC und der Breite findet man ZC und entnimmt mit den Eingängen ZC und CG die dem Dreieck ZCG angehörigen Stücke Azimut und Höhe aus derselben Tafel. Die Verschiedenheit der Eingänge, einmal Winkel und Hypotenuse, dann die beiden Katheten und das zweimalige Einschalten machen die Tafeln weniger bequem als die von Delafon.

Fig. 137.

Die Einrichtung der Tafeln ist folgende:

Die Deklination des Fußpunktes (C) des vom Gestirn auf den Meridian gefällten Lotes heißt b. seine Höhe B, sodaß der Polabstand des Fußpunktes $PC = 90° - b$ und sein Zenitabstand $ZC = 90° - B$ ist. Das Breitenkomplement des gegißten Ortes nennt Fuß $PZ = 90° - \varphi = \psi$.

Im Dreieck PCG ist:

$$\sin t = \frac{\sin a}{\sin (90° - \delta)} \quad \text{und} \quad \cos t = \frac{tg\,(90° - b)}{tg\,(90° - \delta)}$$

oder

$$1. \quad \sin a = \cos \delta \cdot \sin t \quad \text{und} \quad \cot g\, b = \cot g\, \delta \cdot \cos t.$$

Die Hilfsgrößen a und b werden mit den Eingängen t und δ aus der Tafel entnommen. Für die Minuten der Deklination muß eingeschaltet werden, während anstatt des Stundenwinkels im gegißten Ort (t) der nächstliegende Tafelwert t_0 benutzt wird, der zu einem Hilfspunkt gehört, dessen westliche Länge aus

$$\lambda_0 = t_{Gr} - t_0$$

gefunden wird. Aus b und $\psi = 90° - \varphi$. dem Komplement der gegißten Breite. findet man B nach folgenden am Fuß jeder Seite angegebenen Formeln:

$$B = \psi \pm b. \qquad \text{wenn } t < 6^h,$$
$$B = \psi \pm (180° - b), \qquad \text{„ } t > 6^h.$$

Das $\left\{ \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right\}$ Zeichen gilt. wenn δ $\left\{ \begin{matrix} \text{positiv} \\ \text{negativ} \end{matrix} \right\}$ ist.

Nunmehr findet man Höhe und Azimut aus dem Dreieck ZCG nach den Formeln:

$$\cos (90° - h) = \cos (90° - B) \cdot \cos a \quad \text{und} \quad tg\, Az = \frac{tg\, a}{\sin (90° - B)}$$

oder

$$2. \quad \sin h = \cos a \cdot \sin B \quad \text{und} \quad \cot g\, Az = \cot g\, a \cdot \cos B.$$

*) Tafeln zur Bestimmung der Höhe und des Azimuts. herausgegeben von der Hauptverwaltung des Hydrographischen Amts des Marine-Ministeriums. St. Petersburg. Russischer Text.



Diese Gleichungen sind ebenso gebaut wie die Gleichungen 1. Die Tafeln, die zur Auflösung jener dienen, können also auch zur Auflösung dieser benutzt werden, wenn man B an Stelle von t und a an Stelle von δ als Eingänge annimmt. B ist auch am Fuß als Eingang angegeben, dagegen fehlt die Bezeichnung a als zweiter Eingang in der δ-Spalte. Mit B und a entnimmt man der Tafel direkt h_0 aus der mit a überschriebenen und Az_0 aus der mit b überschriebenen Spalte.

Das Azimut ist hier von Süden oder Norden aus von 0° bis 90° gezählt, und zwar ist das Azimut $\left\{\begin{matrix}\text{südlich}\\ \text{nördlich}\end{matrix}\right\}$, wenn $B \left\{\begin{matrix}< 90^\circ\\ > 90^\circ\end{matrix}\right\}$ ist.

Bei der Entnahme von h_0 muß für die Minuten des Eingangs a eingeschaltet werden, während für B der nächste Tafelwert B_0 genommen wird, der zu dem Hilfspunkt gehört, und woraus die Breite des Hilfspunktes zu bestimmen ist nach

$$\varphi_0 = \varphi - (B_0 - B).$$

Dann ist h_0 die errechnete Höhe im Hilfspunkt φ_0, λ_0, womit man die Standlinie, vom Hilfspunkt ausgehend, in der gewöhnlichen Weise konstruieren kann.

Will man die Standlinie vom gegißten Punkt oder vom verlegten ersten Bestimmungspunkt aus bestimmen, was bei der Berechnung des Schnittpunktes zweier Standlinien notwendig ist, so sind die für den Hilfspunkt errechneten Stücke, Höhe und Azimut, auf den gewählten Ausgangspunkt zu beschicken mit Hilfe der kleinen Hilfstafeln I und II auf Seite 146. Man bildet dazu

$$\Delta\varphi = -(B - B_0) = (\varphi - \varphi_0) \text{ und } \Delta t^s = t - t_0 = -(\lambda - \lambda_0),$$

dann ist:

$$h = h_0 + \left(\frac{dh}{d\varphi}\right) \cdot \Delta\varphi - \left(\frac{dh}{dt}\right) \cdot \Delta t^s,$$

wo $\left(\frac{dh}{d\varphi}\right)$ und $\left(\frac{dh}{dt}\right)$ aus der Tafel I entnommen werden und $\left(\frac{dh}{d\varphi}\right)$ das $\left\{\begin{matrix}\text{negative}\\ \text{positive}\end{matrix}\right\}$ Vorzeichen bekommt, wenn $Az \left\{\begin{matrix}\text{südlich}\\ \text{nördlich}\end{matrix}\right\}$ ist, während $\frac{dh}{dt}$ immer positiv ist. Das Azimut im gegißten Ort ist:

$$Az = Az_0 + \left(\frac{dA}{d\varphi}\right) \cdot \Delta\varphi,$$

wo $\frac{dA}{d\varphi}$ aus Tafel II zu entnehmen ist und das $\left\{\begin{matrix}\text{negative}\\ \text{positive}\end{matrix}\right\}$ Vorzeichen bekommt, wenn $Az \left\{\begin{matrix}\text{südlich}\\ \text{nördlich}\end{matrix}\right\}$ ist.

b. Die Bestimmung der Höhe durch Diagramme.

§ 212. Von den zur Ermittlung der Höhe angegebenen Diagrammen oder Meßkarten seien hier erwähnt diejenigen von Florian, Favé und Rollet de l'Isle und das von Littlehales.

Das von Florian*) angegebene Verfahren beruht darauf, daß die gnomonische Kartenprojektion alle größten Kreise, somit auch die drei Seiten des Poldreiecks, als gerade Linien zeigt. Trägt man also den gegißten Schiffsort und den durch Stundenwinkel und Abweichung des Gestirns bestimmten Projektionspunkt in die gnomonische Karte ein, so gibt die Länge der Verbindungslinie beider Punkte in Seemeilen den dem gegißten Schiffsort entsprechenden Zenitabstand des Gestirns in Minuten an. Ein Vergleich des so gefundenen Zenit-

*) Heinrich Florian, Fiume. Astronomische Ortsbestimmung zur See ohne Rechnung und Tafeln. Mitteilungen aus dem Gebiete des Seewesens 1900, S. 341.



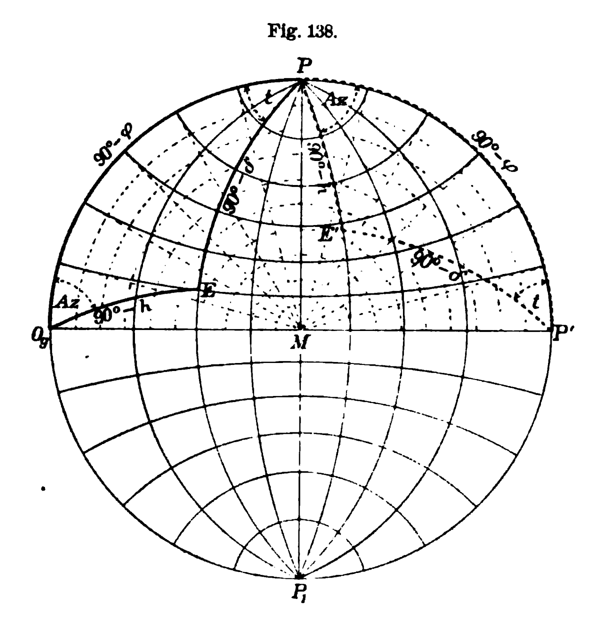
abstands mit dem durch die Beobachtung ermittelten gibt den Höhenunterschied Δh.

Zur Entnahme des Azimuts dient ein besonderes Diagramm oder die gewöhnliche Azimuttafel.

Die Meßkarte von Favé und Rollet de l'Isle*) ist bereits in § 146 beschrieben. Sie gibt die Höhen auf etwa 1' genau und ist von den bisher bekannt gewordenen Diagrammen zur Höhenbestimmung das einfachste und empfehlenswerteste.

§ 213. Die Meßkarte von Littlehales**) benutzt eine stereographische Äquatorialprojektion (Fig. 138), in der $P\,O_g\,E$ die Projektion des Poldreiecks auf die Erdoberfläche darstellt. $P\,O_g = 90° - \varphi_g$ ist das Komplement der gegißten Breite, $PE = 90° - \delta$ der Polabstand und $O_g\,E = 90° - h$ der Zenitabstand des Gestirns. Der Winkel $O_g\,P\,E$ ist gleich dem Stundenwinkel des Gestirns am gegißten Ort (t_g) und der Winkel $P\,O_g\,E$ gleich seinem Azimut (Az).

Fig. 138.



Um die gesuchten Stücke h und Az aus der Karte entnehmen zu können, denke man sich das Dreieck $P\,O_g\,E$ um den Mittelpunkt (M) um den Winkel $90° - \varphi$ gedreht, sodaß O_g nach P, P nach P' und E nach E' kommt. Durch diese Drehung wird die Größe der Winkel und Seiten des Dreiecks nicht geändert, sie werden jedoch in der stereographischen Projektion meßbar, denn $PE' = 90° - h$ fällt als Bogen eines größten Kreises mit dem durch E' gehenden Meridian zusammen und $E'\,P\,P' = Az$ ist gleich dem Winkel zwischen diesem Meridian und dem Grenzkreis. Die aus der stereographischen Projektion abzulesende Breite von E' ist somit gleich der gesuchten Höhe und der ebenfalls abzulesende Stundenwinkel gleich dem Azimut.

Der Punkt E' wird mit Hilfe des Netzes von punktierten Linien gefunden, das in Fig. 138 eingezeichnet ist (der Einfachheit halber nur in der oberen Hälfte)

*) Favé et Rollet de l'Isle. Abaque pour la détermination du point à la mer. Annales hydrographiques 1892, S. 159. Die Meßkarte selbst ist erhältlich in Paris, librairie Challamel, 17 rue Jacob (15 Frcs.).

**) G. W. Littlehales. Modern nautical astronomy comprising the simultaneous deduction without computation of the geographical position and the true bearing together with a simple process of identifying an observed celestial body. Mundus Publishing Co., Washington 1904 (25 Dollar).

und aus konzentrischen Kreisen mit dem Mittelpunkt M und Halbmessern des Begrenzungskreises besteht. Die Kreise sind vom Mittelpunkt ausgehend, die Halbmesser von der Linie MP_1 ausgehend numeriert. Die Nummer eines Halbmessers gibt den Winkel, in Minuten gezählt, an, den er mit MP_1 bildet. Infolge der Drehung des Poldreiecks um M liegt E' auf demselben Kreise wie E und auf einem Halbmesser, dessen Nummer gleich der des durch E gehenden Halbmessers vermehrt um den in Minuten ausgedrückten Winkel $(90° - \varphi)$ ist. Hat man also bei E den Kreis Nr. k und den Halbmesser Nr. r abgelesen, so ist E' der Durchschnittspunkt des Kreises Nr. k mit dem Halbmesser Nr. $r + (90° - \varphi) \times 60$ und kann dadurch in der Meßkarte abgesetzt werden. Indem man dann in der stereographischen Projektion Breite und Stundenwinkel des Punktes E' abliest, bekommt man die gesuchten Größen Höhe und Azimut.

Die Meßkarte ist in kleine Blätter zerschnitten, die in einem Atlas zusammengebunden sind. Um die Blätter, auf denen E und E' liegen, ohne langes Suchen zu finden, ist eine Indextafel beigegeben, die eine verkleinerte Abbildung der Meßkarte ist und die Grenzen der einzelnen Blätter und die Seitenzahl des Atlas angibt, auf der das betreffende Blatt zu finden ist.

B. Tafeln und Diagramme für die Nebenmeridianbreite.

1. Die Tafeln von Bossen und Mars.*)

§ 214. Diese Tafeln sollen nicht nur die Berechnung der Reduktion auf den Meridian erleichtern, sondern auch das Anwendungsbereich dieser Methode so erweitern, daß man allein aus Nebenmeridianbreiten zwei Standlinien finden kann, die sich unter einem solchen Winkel schneiden, daß sie eine hinreichend genaue Bestimmung des Schiffsortes ergeben. Man kann bei Benutzung der Tafeln Standlinien nach der Methode der Nebenmeridianbreite finden, die bis zu 40° Azimutunterschied haben.

Die Haupttafeln dienen zur Bestimmung der Größe c, der Höhenänderung in der nächsten Minute vom Meridian (§ 170) nach der Formel $\frac{1}{c} = \frac{tg\,\varphi}{1{,}9635} - \frac{tg\,\delta}{1{,}9635}$ und zur Multiplikation dieser Größe mit dem Quadrat des Stundenwinkels. Eine Nebentafel ergibt die bei großen Stundenwinkeln notwendig werdende zweite Korrektion mit den Eingängen »Höhe und Erste Korrektion«.

Den Schluß bilden Azimuttafeln für die Nähe des Meridians, sodaß das Werk alles zur Standlinienkonstruktion erforderliche enthält.

2. Das Nebenmeridianbreiten-Diagramm von Kitchin.**)

§ 215. Dieses Diagramm hat die in Fig. 139 dargestellte Form und wird in Verbindung mit einem Zirkel und einem rechtwinkligen Dreieck aus Zelluloid benutzt.

Die Reduktion auf den Meridian ist (§ 170)

$$\Delta h = \frac{m^2}{30{,}56 \cdot (tg\,\varphi - tg\,\delta)},$$

wofür man auch schreiben kann

$$\Delta h \cdot (30{,}56 \cdot tg\,\varphi - 30{,}56 \cdot tg\,\delta) = m^2.$$

*) P. Bossen en D. Mars. Zeevaartkundige Tafelen vor Circum-Meridiaan-Waarnemingen usw. Noordhoff, Groningen 1904.

**) F. A. L. Kitchin. Ex-Meridian Diagram. Potter, 31 Poultry London E. C. (1 Schilling).

Da nun im rechtwinkligen Dreieck (Fig. 140)

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AD}^2$$

ist, so wird $\Delta h = \overline{AB}$ sein, wenn man $\overline{AC} = 30{,}56 \cdot tg\,\varphi - 30{,}56 \cdot tg\,\delta$ und $\overline{AD} = m$ macht. Die untere Skala des Diagramms (Fig. 139) ist nach der Formel $30{,}56 \cdot tg\,\alpha$ eingeteilt und nach den Graden des Winkels α beziffert. Setzt man also die eine Zirkelspitze auf die der Gradzahl der Breite (φ), die andere auf die der Abweichung (δ) entsprechende Zahl, so hat man die Strecke $30{,}56 \cdot tg\,\varphi - 30{,}56 \cdot tg\,\delta$ im Zirkel. Diese Strecke wird von A aus auf dem Schenkel AC des Diagramms abgesetzt und das Zelluloiddreieck so aufgelegt, daß die eine Kathete durch den Endpunkt der abgesetzten Strecke geht, während die Spitze des rechten Winkels auf derjenigen Zahl des Schenkels AD liegt, die gleich ist der Anzahl der Zeitminuten des Stundenwinkels (m). Die andere Kathete gibt dann auf dem Schenkel AB die Reduktion auf den Meridian in Bogenminuten (Δh) an.

Fig. 139.

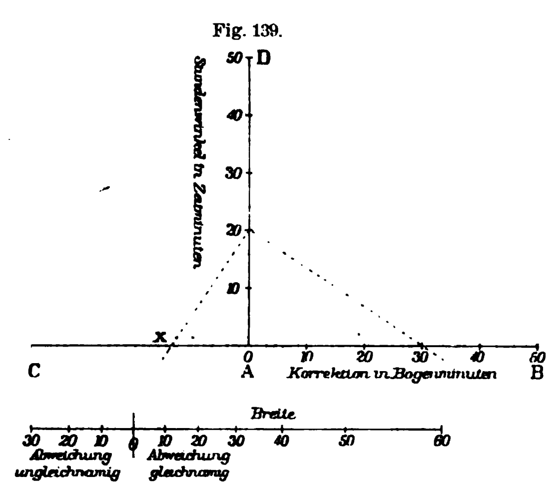
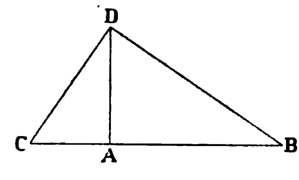


Fig. 140.



Bei gleichnamiger Breite und Abweichung und oberem Meridiandurchgang hat man φ und δ auf derselben Seite des Nullpunktes der unteren Skala anzunehmen, bei ungleichnamiger Breite und Abweichung und bei dem unteren Meridiandurchgang auf verschiedenen Seiten.

Beispiel.

Für $\varphi = +40°$, $\delta = +20°$ und $m = 20^m$ ist die Reduktion zu finden.

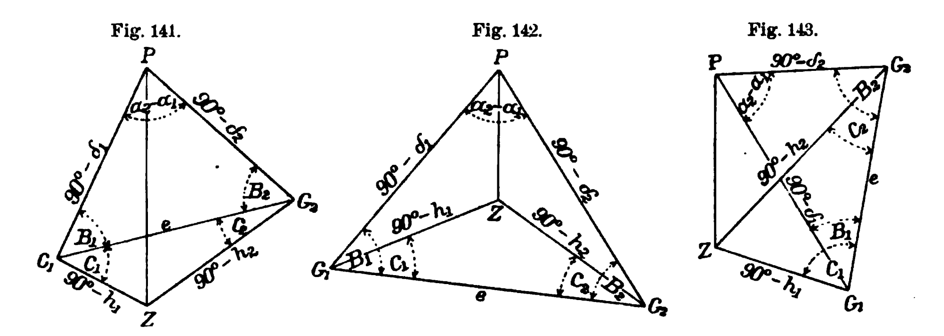
Nimm auf der unteren Skala die Strecke von 40° bis 20° derselben Seite des Nullpunktes in den Zirkel und trage sie von A aus auf AC ab, bis x (Fig. 139). Lege den rechten Winkel des Dreiecks (gestrichelte Linien Fig. 139) auf 20 der AD-Skala und drehe das Dreieck so, daß die linke Kathete durch x geht. Lies an der rechten Kathete auf der AB-Skala 30 ab, dann ist

$$\Delta h = 30'.$$

C. Die direkte Berechnung des Schiffsortes.

§ 216. Hat man zwei Gestirnshöhen beobachtet, so kann man den Schiffsort direkt berechnen, ohne erst die Standlinien zu bestimmen. Das Verfahren schließt sich an die Figuren 141 bis 143 an. Z sei das Zenit des Beobachtungsortes, G_1 und G_2 die beiden Gestirnsörter. Dann sind im Dreieck $P\,G_1\,G_2$ bekannt die beiden

Polabstände und der Winkel bei P als Differenz der beiden geraden Aufsteigungen, wenn die Beobachtungen gleichzeitig erfolgt sind. Für nicht gleichzeitige Beobachtungen s. § 217. Man berechnet daraus



den Abstand (e) der beiden Gestirne voneinander und die Winkel B_1 und B_2 nach den Gleichungen:

1. $$tg\,{}^1/_2\,(B_1+B_2) = cosec\,{}^1/_2\,(\delta_1+\delta_2)\cdot cos\,{}^1/_2\,(\delta_1-\delta_2)\cdot cotg\,{}^1/_2\,(\alpha_2-\alpha_1),$$

2. $$tg\,{}^1/_2\,(B_1-B_2) = sec\,{}^1/_2\,(\delta_1+\delta_2)\cdot sin\,{}^1/_2\,(\delta_1-\delta_2)\cdot cotg\,{}^1/_2\,(\alpha_2-\alpha_1),$$

3. $$B_1 = {}^1/_2\,(B_1+B_2) + {}^1/_2\,(B_1-B_2),$$

3a. $$B_2 = {}^1/_2\,(B_1+B_2) - {}^1/_2\,(B_1-B_2),$$

4. $$tg\,{}^1/_2\,e = cotg\,{}^1/_2\,(\delta_1+\delta_2)\cdot cos\,{}^1/_2\,(B_1+B_2)\cdot sec\,{}^1/_2\,(B_1-B_2).$$

4.* $$tg\,{}^1/_2\,e = tg\,{}^1/_2\,(\delta_1-\delta_2)\cdot sin\,{}^1/_2\,(B_1+B_2)\cdot cosec\,{}^1/_2\,(B_1-B_2).$$

Die Größen B_1, B_2 und e kann man für einige Sternpaare im voraus berechnen, in einer Tafel zusammenstellen und während des ganzen Jahres immer wieder benutzen. — Mit Hilfe von e kann das Dreieck $Z\,G_1\,G_2$ aufgelöst werden. Man bestimmt daraus die Winkel C_1 und C_2 nach den Formeln:

5. $$s = {}^1/_2\,(e+h_1+h_2),$$

6. $$tg\,{}^1/_2\,C_1 = \sqrt{cos\,s\cdot sec\,(s-e)\cdot cosec\,(s-h_1)\cdot sin\,(s-h_2)},$$

6a. $$tg\,{}^1/_2\,C_2 = \sqrt{cos\,s\cdot sec\,(s-e)\cdot sin\,(s-h_1)\cdot cosec\,(s-h_2)}.$$

Damit werden die Winkel an den Gestirnen (q_1 u. q_2) berechnet nach

7. $q_1 = B_1 + C_1$ (Fig. 141) oder $q_1 = B_1 - C_1$ (Fig. 142) oder $q_1 = C_1 - B_1$ (Fig. 143),

7a. $q_2 = B_2 + C_2$ oder $q_2 = B_2 - C_2$ oder $q_2 = C_2 - B_2$.

Welche von den drei Formeln im einzelnen Falle zutrifft, muß an der Hand einer Skizze entschieden werden.

Jetzt können die beiden Poldreiecke PZG_1 und PZG_2 berechnet werden; man findet daraus Breite und Länge des Beobachtungsortes folgendermaßen:

8. $\boldsymbol{tg\,^1/_2(t_1 + Az_1) = sec\,^1/_2(\delta_1 + h_1) \cdot sin\,^1/_2(\delta_1 - h_1) \cdot cotg\,^1/_2\,q_1},$

9. $\boldsymbol{tg\,^1/_2(t_1 - Az_1) = cosec\,^1/_2(\delta_1 + h_1) \cdot cos\,^1/_2(\delta_1 - h_1) \cdot cotg\,^1/_2\,q_1},$

10. $\boldsymbol{t_1 = {}^1/_2\,(t_1 + Az_1) + {}^1/_2\,(t_1 - Az_1)},$

8a. $tg\,^1/_2\,(t_2 + Az_2) = sec\,^1/_2\,(\delta_2 + h_2) \cdot sin\,^1/_2\,(\delta_2 - h_2) \cdot cotg\,^1/_2\,q_2,$

9a. $tg\,^1/_2\,(t_2 - Az_2) = cosec\,^1/_2\,(\delta_2 + h_2) \cdot cos\,^1/_2\,(\delta_2 - h_2) \cdot cotg\,^1/_2\,q_2,$

10a. $t_2 = {}^1/_2\,(t_2 + Az_2) + {}^1/_2\,(t_2 - Az_2).$

Die Formeln 8 bis 10a geben den Stundenwinkel nicht in einheitlicher Zählung, sondern bei westlich stehenden Gestirnen den westlichen, bei östlich stehenden den östlichen Stundenwinkel.

11. $\boldsymbol{tg\,(45° + {}^1/_2\,\varphi) = tg\,^1/_2\,(\delta_1 + h_1) \cdot cos\,^1/_2\,(t_1 + Az_1) \cdot sec\,^1/_2\,(t_1 - Az_1)},$

11*. $tg\,(45° + {}^1/_2\,\varphi) = cotg\,^1/_2\,(\delta_1 - h_1) \cdot sin\,^1/_2\,(t_1 + Az_1) \cdot cosec\,^1/_2\,(t_1 - Az_1),$

11a. $tg\,(45° + {}^1/_2\,\varphi) = tg\,^1/_2\,(\delta_2 + h_2) \cdot cos\,^1/_2\,(t_2 + Az_2) \cdot sec\,^1/_2\,(t_2 - Az_2),$

11a*. $tg\,(45° + {}^1/_2\,\varphi) = cotg\,^1/_2\,(\delta_2 - h_2) \cdot sin\,^1/_2\,(t_2 + Az_2) \cdot cosec\,^1/_2\,(t_2 - Az_2),$

12. $\boldsymbol{\varphi = 2 \cdot (45° + {}^1/_2\,\varphi) - 90°}.$

Bei der Sonne.

13. **Lg.i.Zt. = w.Gr.Zt.$_1$ — t_1,** 13a. Lg.i.Zt. = w.Gr.Zt.$_2$ — t_2.

Bei den anderen Gestirnen.

13. **Fp. O. Zt. = t_1 + ★α_1.** 13a. Fp. O. Zt. = t_2 + ★α_2.

14. **Lg. i. Zt. = m. Gr. Zt. + m. ⊙α — Fp. O. Zt.**

Stundenwinkel und Länge sind in den Formeln 13 bis 14 immer westlich von 0^h bis 24^h zu zählen.

Die mit einem a oder * versehenen und nicht fett gedruckten Gleichungen brauchen nicht berechnet zu werden; man wird aber gut tun, die mit einem a gekennzeichneten der Kontrolle wegen stets

mit aufzulösen. Man ist sicher, keine Rechenfehler begangen zu haben, wenn die Ergebnisse von 11 und 11a sowie von 13 und 13a übereinstimmen.

Die Gleichungen 4*, 11* und 11a* treten ein, wenn die Gleichungen 4, 11 und 11a unbestimmt oder ungenau werden.

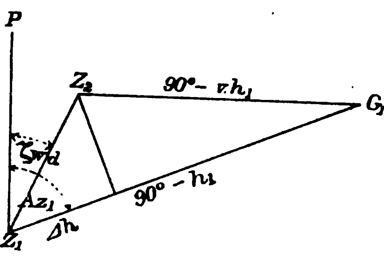
§ 217. Sind die Beobachtungen nicht gleichzeitig gemacht und liegt eine Versegelung dazwischen, so ist in den Gleichungen 1 und 2 an Stelle von $\alpha_2 - \alpha_1$ zu setzen: $t_{Gr_1} - t_{Gr_2}$, wo t_{Gr} zu berechnen ist aus:

$t_{Gr} =$ **m. Gr. Zt. — Ztgl. bei der Sonne,**

$t_{Gr} =$ **m. Gr. Zt. + m.** $\odot\alpha - \star\alpha$ **bei den anderen Gestirnen.**

Außerdem muß die erste beobachtete Höhe auf den Ort der zweiten Beobachtung beschickt werden. Es sei ζ_w der gesegelte rechtweisende Kurs (Fig. 144), d die zwischen den beiden Beobachtungen abgelaufene Entfernung und Δh die an die erste Höhe anzubringende Verbesserung. Dann ist nach der Figur

Fig. 144.



$$1.\quad \Delta h = d \cdot \cos(Az_1 - \zeta_w)$$

und

$$2.\quad v.h_1 = h_1 + \Delta h.$$

Das Vorzeichen von Δh ergibt sich aus der Skizze oder aus der Gleichung 1, wenn man Az_1 und ζ_w von Nord über Ost usw. von 0° bis 360° durchzählt. Die Rechnung wird dann mit der verbesserten ersten Höhe ($v.h_1$) nach den Formeln des § 216 durchgeführt und ergibt den Ort der zweiten Beobachtung.

Beispiel.

Im Beispiel 2 zu § 187 ist gefunden:

Aus der ersten Beobachtung:

w. Gr. Zt. $= 10^h\,39^m\,24^s$, $\odot\delta = -18°\,49{,}1'$, $\ominus h_w = 19°\,11{,}9'$. $Az = S\,84°\,W$;

aus der zweiten Beobachtung:

$t_{Gr} = 3^h\,22^m\,15^s$. ♃ $\alpha = 1^h\,22^m\,16^s$, ♃ $\delta = +7°\,2{,}6'$, ♃ $h_w = 28°\,34{,}8'$. $Az = N\,31°\,O$, Fp. Gr. Zt. $= 4^h\,44^m\,31^s$.

Versegelung zwischen beiden Beobachtungen: $S\,23°\,O$ 22 Sm (geg. Besteck: 49° 37′ S und 78° 4′ W).

$$tg\,{}^1\!/_2(B_1 + B_2) = cosec\,{}^1\!/_2(\delta_1 + \delta_2) \cdot \cos{}^1\!/_2(\delta_1 - \delta_2) \cdot cotg\,{}^1\!/_2(t_{Gr_1} - t_{Gr_2}),$$
$$tg\,{}^1\!/_2(B_1 - B_2) = \sec{}^1\!/_2(\delta_1 + \delta_2) \cdot \sin{}^1\!/_2(\delta_1 - \delta_2) \cdot cotg\,{}^1\!/_2(t_{Gr_1} - t_{Gr_2}),$$
$$B_1 = {}^1\!/_2(B_1 + B_2) + {}^1\!/_2(B_1 - B_2),\quad B_2 = {}^1\!/_2(B_1 + B_2) - {}^1\!/_2(B_1 - B_2),$$
$$tg\,{}^1\!/_2\,e = cotg\,{}^1\!/_2(\delta_1 + \delta_2) \cdot \cos{}^1\!/_2(B_1 + B_2) \cdot \sec{}^1\!/_2(B_1 - B_2).$$

$\delta_1 = -18^\circ\, 49'$
$\delta_2 = +\;7\quad 3$
$\delta_1 + \delta_2 = -11\quad 46$
$^1/_2(\delta_1 + \delta_2) = -\;5\quad 53$ $\quad log\ cosec = 0{,}98\,926\,n \quad log\ sec = 0{,}00\,229 \quad log\ cotg = 0{,}98\,697\,n$
$^1/_2(\delta_1 - \delta_2) = -12\quad 56$ $\quad log\ cos = 9{,}98\,884 \quad log\ sin = 9{,}34\,989\,n$
$t_{Gr_1} = 10^h\, 39^m\, 24^s$
$t_{Gr_2} = \;3\quad 22\quad 15$
$t_{Gr_1} - t_{Gr_2} = \;7\quad 17\quad 9$
$^1/_2(t_{Gr_1} - t_{Gr_2}) = \;3\quad 38\quad 35$ $\quad log\ cotg = 9{,}85\,086 \quad log\ cotg = 9{,}85\,086$
$log\ tg\ ^1/_2(B_1 + B_2) = 0{,}82\,896\,n \quad log\ tg\ ^1/_2(B_1 - B_2) = 9{,}20\,304\,n$

$^1/_2(B_1 + B_2) = 180^\circ - 81^\circ 34' \qquad\qquad log\ cos = 9{,}16\,631\,n$
$= 98^\circ\, 26' \qquad ^1/_2(B_1 - B_2) = -9^\circ\, 4' \qquad log\ sec = 0{,}00\,546$
$^1/_2(B_1 - B_2) = -9\quad 4 \qquad log\ tg\ ^1/_2 e = 0{,}15\,874$
$B_1 = 89\quad 22 \qquad ^1/_2 e = 55^\circ\, 15'$
$B_2 = 107\quad 30 \qquad e = 110\quad 30$

$s = {}^1/_2(e + v.h_1 + h_2)$
$e = 110^\circ\, 30' \qquad s - e = -31^\circ\, 24'$
$v.h_1 = 19\quad 6 \qquad s - v.h_1 = 60\quad 0$
$h_2 = 28\quad 35 \qquad s - h_2 = 50\quad 31$
$2s = 158\quad 11$
$s = 79\quad 6$

$\Delta h = d \cdot cos\,(Az_1 - \zeta w)$
$d = 22\ \text{Sm} \qquad log = 1{,}34\,242$
$Az_1 = 264^\circ$
$\zeta w = 157$
$Az_1 - \zeta w = 107 \qquad log\ cos = 9{,}46\,594\,n$
$log\ \Delta h = 0{,}80\,836\,n$
$\Delta h = -6'$
$h_1 = 19^\circ\, 12'$
$v.h_1 = 19\quad 6$

$tg\ ^1/_2 C_1 = \sqrt{cos\,s \cdot sec\,(s-e) \cdot cosec\,(s - v.h_1) \cdot sin\,(s - h_2)},$
$tg\ ^1/_2 C_2 = \sqrt{cos\,s \cdot sec\,(s-e) \cdot sin\,(s - v.h_1) \cdot cosec\,(s - h_2)}.$

$s = 79^\circ\ 6'$	$log\ cos = 9{,}27\,668$		$log\ cos = 9{,}27\,668$
$s - e = -31\ \ 24$	$log\ sec = 0{,}06\,877$		$log\ sec = 0{,}06\,877$
$s - v.h_1 = 60\ \ 0$	$log\ cosec = 0{,}06\,247$		$log\ sin = 9{,}93\,753$
$s - h_2 = 50\ \ 31$	$log\ sin = 9{,}88\,751$		$log\ cosec = 0{,}11\,249$
	$2\,log\ tg\ ^1/_2 C_1 = 9{,}29\,543$		$2\,log\ tg\ ^1/_2 C_2 = 9{,}39\,547$
	$log\ tg\ ^1/_2 C_1 = 9{,}64\,772$		$log\ tg\ ^1/_2 C_2 = 9{,}69\,774$
	$^1/_2 C_1 = 23^\circ\ 57'$		$^1/_2 C_2 = 26^\circ\ 30'$
	$C_1 = 47\ \ 54$		$C_2 = 53\ \ 0$

Es sind die Formeln $q_1 = B_1 + C_1$ und $q_2 = B_2 + C_2$ anzuwenden, weil die Lage der Gestirne zu Nordpol und Zenit ebenso wie in Fig. 141 ist.

$B_1 = 89^\circ\, 22' \qquad B_2 = 107^\circ\, 30'$
$C_1 = 47\quad 54 \qquad C_2 = 53\quad 0$
$q_1 = 137\quad 16 \qquad q_2 = 160\quad 30$
$^1/_2 q_1 = 68\quad 38 \qquad ^1/_2 q_2 = 80\quad 15$

$tg\ ^1/_2(t_1 + Az_1) = sec\ ^1/_2(\delta_1 + v.h_1) \cdot sin\ ^1/_2(\delta_1 - v.h_1) \cdot cotg\ ^1/_2 q_1.$
$tg\ ^1/_2(t_1 - Az_1) = cosec\ ^1/_2(\delta_1 + v.h_1) \cdot cos\ ^1/_2(\delta_1 - v.h_1) \cdot cotg\ ^1/_2 q_1.$
$t_1 = {}^1/_2(t_1 + Az_1) + {}^1/_2(t_1 - Az_1).$

$\delta_1 = -18^\circ\, 49'$
$v.h_1 = 19\quad 6$
$\delta_1 + v.h_1 = +\;0\quad 17$
$^1/_2(\delta_1 + v.h_1) = +\;0\quad 9 \qquad log\ sec = 0{,}00\,000 \qquad log\ cosec = 2{,}58\,203$
$^1/_2(\delta_1 - v.h_1) = -18\quad 58 \qquad log\ sin = 9{,}51\,191\,n \qquad log\ cos = 9{,}97\,576$
$^1/_2 q_1 = 68\quad 38 \qquad log\ cotg = 9{,}59\,243 \qquad log\ cotg = 9{,}59\,243$
$log\ tg\ ^1/_2(t_1 + Az_1) = 9{,}10\,434\,n \qquad log\ tg\ ^1/_2(t_1 - Az_1) = 2{,}15\,022$
$^1/_2(t_1 + Az_1) = -\;7^\circ\, 15' \qquad ^1/_2(t_1 - Az_1) = 89^\circ\, 36'$
$^1/_2(t_1 - Az_1) = 89\quad 36$
$t_1 = 82\quad 21\ W$
$t_1 = +\,5^h\, 29^m\, 24^s.$

$$tg\,\tfrac{1}{2}(t_2 + Az_2) = sec\,\tfrac{1}{2}(\delta_2 + h_2)\cdot sin\,\tfrac{1}{2}(\delta_2 - h_2)\cdot cotg\,\tfrac{1}{2}q_2.$$
$$tg\,\tfrac{1}{2}(t_2 - Az_2) = cosec\,\tfrac{1}{2}(\delta_2 + h_2)\cdot cos\,\tfrac{1}{2}(\delta_2 - h_2)\cdot cotg\,\tfrac{1}{2}q_2.$$
$$t_2 = \tfrac{1}{2}(t_2 + Az_2) + \tfrac{1}{2}(t_2 - Az_2).$$

$$\begin{array}{rlrlrl}
\delta_2 = & +\;7^\circ\;3' & & & & \\
h_2 = & \;\;28\;\;35 & & & & \\
\delta_2 + h_2 = & +35\;\;38 & & & & \\
\tfrac{1}{2}(\delta_2 + h_2) = & +17\;\;49 & log\,sec = & 0{,}02\,134 & log\,cosec = & 0{,}51\,432 \\
\tfrac{1}{2}(\delta_2 - h_2) = & -10\;\;46 & log\,sin = & 9{,}27\,140n & log\,cos = & 9{,}99\,229 \\
\tfrac{1}{2}q_2 = & \;\;80\;\;15 & log\,cotg = & 9{,}23\,510 & log\,cotg = & 9{,}23\,510 \\
 & & log\,tg\,\tfrac{1}{2}(t_2 + Az_2) = & 8{,}52\,784n & log\,tg\,\tfrac{1}{2}(t_2 - Az_2) = & 9{,}74\,171 \\
 & & \tfrac{1}{2}(t_2 + Az_2) = & -\;1^\circ\;56' & \tfrac{1}{2}(t_2 - Az_2) = & 28^\circ\;53' \\
 & & \tfrac{1}{2}(t_2 - Az_2) = & \;\;28\;\;53 & & \\
 & & t_2 = & \;\;26\;\;57\;O & & \\
 & & t_2 = & -\;1^h\;47^m\;48^s. & &
\end{array}$$

$$tg\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi) = cotg\,\tfrac{1}{2}(\delta_1 - v.h_1)\cdot sin\,\tfrac{1}{2}(t_1 + Az_1)\cdot cosec\,\tfrac{1}{2}(t_1 - Az_1),$$
$$tg\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi) = tg\,\tfrac{1}{2}(\delta_2 + h_2)\cdot cos\,\tfrac{1}{2}(t_2 + Az_2)\cdot sec\,\tfrac{1}{2}(t_2 - Az_2).$$

Es ist Formel 11* zu benutzen, weil $\tfrac{1}{2}(\delta_1 + v.h_1) = +0^\circ\,9'$ ist und Formel 11 deshalb ungenau wird.

$$\begin{array}{rlrl}
\tfrac{1}{2}(\delta_1 - v.h_1) = -18^\circ\,58' & log\,cotg = 0{,}46\,385n & \tfrac{1}{2}(\delta_2 + h_2) = +17^\circ\,49' & log\,tg = 9{,}50\,703 \\
\tfrac{1}{2}(t_1 + Az_1) = -\;7\;\;15 & log\,sin = 9{,}10\,106n & \tfrac{1}{2}(t_2 + Az_2) = -\;1\;\;56 & log\,cos = 9{,}99\,975 \\
\tfrac{1}{2}(t_1 - Az_1) = \;\;89\;\;36 & log\,cosec = 0{,}00\,001 & \tfrac{1}{2}(t_2 - Az_2) = \;\;28\;\;53 & log\,sec = 0{,}05\,769 \\
 & log\,tg\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi) = 9{,}56\,492 & & log\,tg\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi) = 9{,}56\,447 \\
 & 45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi = 20^\circ\,10' & & 45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi = 20^\circ\;\;9' \\
\varphi = 2\cdot(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi) - 90^\circ & = 40\;\;20 - 90^\circ & \varphi = 2\cdot(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi) - 90^\circ & = 40\;\;18 - 90^\circ \\
 & = -49^\circ\,40'. & & = -49^\circ\,42'.
\end{array}$$

λ = w. Gr. Zt.$_1 - t_1$, λ = Fp. Gr. Zt.$_2$ − (t_2 + ♃ α).

t_1 = w. O. Zt. =	$5^h\;29^m\;24^s$	t_2 =	$-\;1^h\;47^m\;48^s$
w. Gr. Zt. =	10 39 24	♃ α =	1 22 16
Lg. i. Zt. =	5 10 0 W	Fp. O. Zt. =	−0 25 32
λ =	77° 30′ W.	Fp. Gr. Zt. =	4 44 31
		Lg. i. Zt. =	5 10 3 W
		λ =	77° 31′ W.

Durch Mitteln beider Werte erhält man den Schiffsort (O) auf:

$$\varphi = 49^\circ\,41'\,S \text{ und } \lambda = 77^\circ\,30'\,W.$$

In § 187 war der wahre Schiffsort auf 49° 44′ S und 77° 28′ W gefunden worden. Die in der Praxis nicht in Betracht kommenden kleinen Unterschiede rühren von Fehlern in den Standlinien, besonders aber von dem Nichteinschalten bei der direkten Berechnung her.

Teil VI.

Das Chronometer.

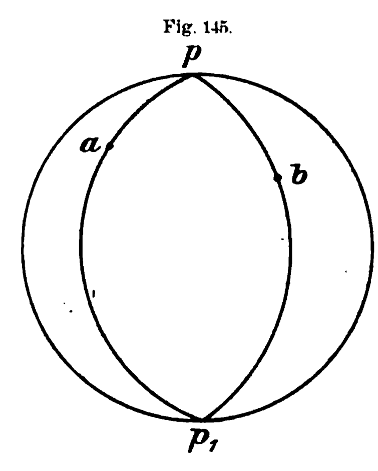
Erster Abschnitt.

Zweck und Beschreibung des Chronometers.

§ 218. Es ist früher (§ 56) gezeigt worden, daß zwischen den Ortszeiten zweier Punkte der Erdoberfläche (*a* u. *b*) und ihrem Längenunterschied die folgende Beziehung besteht:

Die Ortszeit am östlichen Punkt (*b*) ist in jedem Augenblick gleich der Ortszeit am westlichen Punkt (*a*) + dem in Zeitmaß ausgedrückten Längenunterschied beider Orte. Daher ist umgekehrt der Längenunterschied gleich dem Unterschied der Ortszeiten, die im gleichen Augenblick in *a* und *b* herrschen (Fig. 145).

Fig. 145.



Dieser Satz ist die Grundlage aller Längenbestimmungen und der Verfahren zur Ermittlung des Bestimmungspunktes der Standlinien.

Es wird später gezeigt werden, wie man zur Kenntnis der Ortszeit im Beobachtungsort *b* gelangt (zweiter Abschnitt, D). Wenn dabei dem in *b* befindlichen Beobachter ein genau gehendes Chronometer zur Verfügung steht, aus dessen Angabe er die demselben Zeitpunkte entsprechende Ortszeit des Meridians von *a* ableiten kann, so besitzt er damit ein Mittel, den Längenunterschied zwischen *a* und *b* zu bestimmen. Betrachtet man den Meridian von *a* als Nullmeridian (Greenwich), so gibt der Unterschied der Ortszeiten unmittelbar die geographische Länge, d. h. die Länge des Beobachtungsortes *b* von Greenwich.

Man erkennt daraus, daß ein Fehler in der aus den Chronometerangaben abgeleiteten Zeit des Nullmeridians mit seinem vollen

Betrage in das Ergebnis der Längenbestimmung eintritt. Auch bei dem Standlinienverfahren wird der Schiffsort um den ganzen Fehler der durch das Chronometer gelieferten Greenwich-Zeit verfälscht (§ 201).

Es ist zwar der Chronometertechnik gelungen, Instrumente von solcher Zuverlässigkeit herzustellen, daß eine Übereinstimmung ihrer Angaben mit der tatsächlichen Greenwicher Zeit bis auf wenige Sekunden, selbst nach mehrmonatlicher Reise, meist zu erwarten ist. Dabei ist jedoch Voraussetzung, daß die Chronometer vor Beginn der Reise einer sorgfältigen Untersuchung unterzogen sind, daß auf Transport, Aufstellung und Behandlung der Instrumente die größte Sorgfalt verwendet ist, daß die Ergebnisse der Voruntersuchung durch Beobachtungen an Bord ergänzt werden, und schließlich, daß der Navigateur es versteht, aus den Angaben der einzelnen Instrumente den wahrscheinlichsten Wert für die Greenwicher Zeit abzuleiten.

Die Erfüllung aller dieser Bedingungen erfordert die Kenntnis des Baues, der Eigenschaften und der Behandlung der Chronometer.

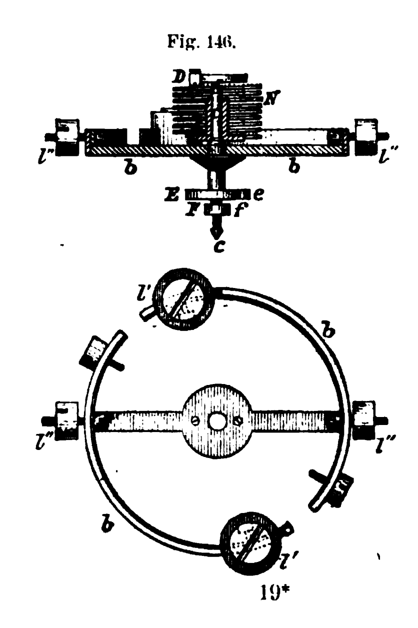
A. Beschreibung des Chronometers.

§ 219. Der Mechanismus jedes Chronometers ist zusammengesetzt aus den folgenden vier einzelnen Systemen:

a) dem Gangordner (Regulator),
b) der Hemmung (Echappement),
c) dem Räderwerk,
d) der Triebkraft.

Durch die schwingende Bewegung des Gangordners werden, wie aus der folgenden Beschreibung hervorgehen wird, kleine Zeitabschnitte von gleicher Dauer abgeteilt.

Fig. 146.



a) Der Gangordner besteht aus einem um die Achse *cc* (Fig. 146) drehbaren, metallenen Reifen *bb*, der Unruhe oder Balance, und einer schraubenförmig gewundenen Spiralfeder *N* aus federhartem Stahl (Fig. 146 u. 147). Die Speiche der Unruhe ist auf einer Verstärkung der Achse mit kleinen Schrauben befestigt; das eine Zapfenloch dieser Achse befindet sich in einer starken Metallplatte, Grundplatte oder Platine A_1 A_1 (Fig. 152), das andere Zapfen-

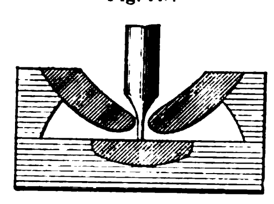
loch ist in einer an jener Grundplatte befestigten Brücke A' eingelassen. Die Unruhe vermag demnach eine drehende Bewegung parallel zur Grundplatte auszuführen. Um nun hierbei einerseits die Zapfenreibung möglichst zu verringern und um andrerseits durch geringe Abnutzung der einzelnen Teile die bestehenden Reibungsverhältnisse möglichst unverändert zu erhalten, pflegt man den Zapfen und deren Lagern die in Fig. 148 dargestellte Form zu geben. Als Material für die Zapfenlöcher und Decksteine wählt man besonders harte Edelsteine (Diamanten, Rubine und Saphire); der im Innern der Zapfenlöcher befindliche Hohlraum dient zur Aufnahme des Öls.

Fig. 147.



Das eine Ende der Spiralfeder ist an der Unruhe, und zwar in der Nähe von deren Achse, befestigt; das andere Ende ist vermittels eines Klöbchens mit der erwähnten Brücke A' fest verbunden. Entfernt man nun die Unruhe etwas aus ihrer Ruhelage, so wird die Spiralfeder eine Formveränderung erleiden; es wird bei einer Drehung in dem einen Sinne der Windungshalbmesser der Spirale vergrößert, bei einer Drehung in dem anderen Sinne dieser Halbmesser verkleinert werden. Überläßt man den Gangordner nach einer solchen Entfernung aus der Ruhelage sich selbst, so kehrt er infolge der von der angespannten Spirale ausgehenden Kraftwirkung nicht nur zur Ruhelage zurück, sondern er wird über diese Stellung noch hinweggeführt. Man erkennt leicht, daß in dieser Weise eine hin- und her-schwingende Bewegung des Gangordners zustande kommt. Nach und nach würde durch die Reibung der Zapfen und den Widerstand der Luft gegen die schwingenden Teile eine Verminderung der Schwingungsweite und schließlich ein Stillstand eintreten, falls nicht die Bewegung durch einen regelmäßigen Antrieb unterhalten würde. Dieser Antrieb, der von der später zu besprechenden Triebkraft des ganzen Mechanismus ausgeht, wird durch das Hemmungsrad auf den Gangordner übertragen.

Fig. 148.



Bevor wir uns aber zur Erläuterung dieser Vorrichtung wenden, ist eine nähere Beschreibung der Unruhe erforderlich. Ihr Reifen ist aus zwei Metallen zusammengesetzt, die verschiedene Ausdehnungskoeffizienten besitzen. Auf der Außenseite befindet sich dasjenige Metall, dessen Ausdehnungskoeffizient der größere ist, gewöhnlich Messing; der innere Ring besteht aus Stahl.*) — Auf die Her-

*) Die Ausdehnungskoeffizienten dieser beiden Metalle sind:
Messing = 0,000 0180 bis 0,000 0190 für 1° C.
Stahl = 0,000 0105 bis 0,000 0115 für 1° C.

stellung der Unruhe aus vollständig homogenen Metallen und auf die innige Verbindung der beiden Schichten wird bei der Anfertigung besondere Sorgfalt verwendet. Ein homogener Stahlzylinder wird erhitzt und mit geschmolzenem Messing umgossen. Wenn auf diese Weise eine innige Verbindung hergestellt und die Masse erkaltet ist, werden der Reifen und die Speichen herausgearbeitet. Das Stärkeverhältnis der Schichten soll auf Grund theoretischer Untersuchungen den Quadratwurzeln aus den Elastizitätskoeffizienten der beiden Metalle proportional, nämlich Stahl zu Messing wie 13 zu 17, sein. In der Praxis wird dieses Verhältnis nicht immer strenge innegehalten: man pflegt für die Stahlschicht $^1/_3$ bis $^2/_5$ und für die Messingschicht $^2/_3$ bis $^3/_5$ der Stärke des Unruhereifens zu wählen.

Der Reifen der Unruhe ist nahe an der Speiche an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen durchschnitten, sodaß jeder Halbkreis nur an einem Ende mit der Speiche zusammenhängt. Auf den freien Schenkeln der Reifen sind mehrere Gewichte, die man als Kompensationsmassen (l' l' Fig. 146) bezeichnet, in symmetrischer Stellung angebracht, sodaß der Schwerpunkt der Unruhe mit deren Mittelpunkt zusammenfällt. — Infolge der oben beschriebenen Anordnung biegen sich bei steigender Temperatur die freien Schenkel der Unruhe wegen der größeren Ausdehnung des auf der Außenseite befindlichen Messings nach innen; die Kompensationsmassen werden hierdurch der Unruhachse näher gebracht, und das Trägheitsmoment des ganzen Gangordners wird verringert. Die entgegengesetzte Wirkung findet bei sinkender Temperatur statt. Wir werden später sehen, daß es erforderlich ist, eine derartige Veränderung des Trägheitsmoments des Gangordners herbeizuführen, damit die Dauer der Unruhschwingungen bei verschiedenen Temperaturen unverändert bleibt. Da indessen der Betrag dieser Veränderung von vornherein nur angenähert festgestellt werden kann, so sind die Kompensationsmassen nicht vollständig fest mit dem Reifen der Unruhe verbunden, sondern können bei der Feinstellung (Reglage) des Chronometers auf Grund praktischer Versuche verschoben werden. Je mehr man nämlich diese Massen den freien Enden der Reifen nähert, um so beträchtlicher ist die Veränderung des Trägheitsmoments bei der Erhöhung oder Verminderung der Temperatur. — Ferner sind, ebenfalls in symmetrischer Lage, zwei Feinstellungsschrauben (l'' l'' Fig. 146) an denjenigen Stellen der Unruhe angebracht, wo die Speichen mit den Reifen zusammenhängen. Durch Drehung dieser Schrauben kann man den absoluten Gangwert vergrößern oder verkleinern, ohne gleichzeitig die kompensierende Wirkung der Unruhe zu verändern.

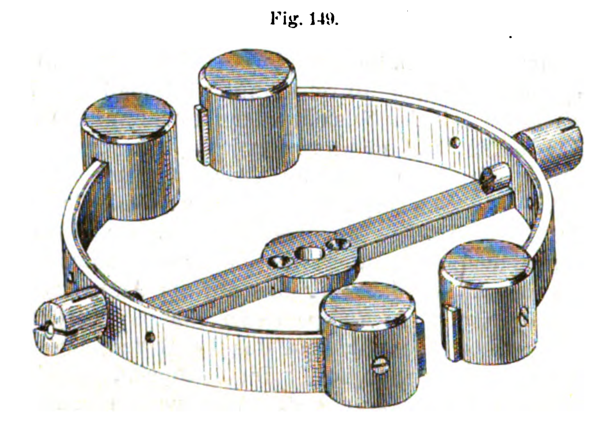
Man hat während der letzten Jahrzehnte vielfach die aus Stahl herzustellenden Teile der Spirale und Unruhe aus anderen Metallen oder aus Legierungen angefertigt. Für die Spirale wurde mit gutem Erfolge Gold oder Palladium und für die Unruhe hauptsächlich Palladiumlegierung oder Nickelstahl verwendet. Die Vorteile, die ein solcher Ersatz der Stahlteile bietet, bestehen



darin, daß die genannten Metalle und Legierungen weniger leicht als Stahl durch Rost angegriffen werden, und daß sie entweder gar nicht oder in nur sehr geringem Maße permanenten Magnetismus annehmen können.

Besonders günstige Erfolge sind nach den Beobachtungen auf Observatorien durch die Anwendung von Nickelstahl (als Ersatz für reinen Stahl) bei der Anfertigung der Unruhe erzielt worden. Die für den genannten Zweck vorteilhafteste Nickelstahllegierung, Invar, besteht aus 36,2 v. H. Nickel und 63,8 v. H. Stahl, und sie besitzt die Eigenschaft, daß ihr Ausdehnungskoeffizient sehr klein, nämlich etwa $^1/_{16}$ bis $^1/_{12}$ desjenigen des reinen Stahles ist. Infolgedessen erfährt bei Temperaturveränderungen ein Unruhreifen, der aus einer Invar- und einer Messingschicht besteht, erheblich größere Formveränderungen, als wenn Stahl und Messing benutzt werden. Um eine kompensierende Wirkung von bestimmter Größe zu erzielen, bedarf es bei der Invar-Messingunruhe einer geringeren Schenkellänge als bei der gewöhnlichen Unruhe, und man pflegt deshalb der ersteren die in Fig. 149 dargestellte Form zu geben. — Weiter zeigt die Erfahrung, daß durch Anwendung einer Invarunruhe der sekundäre Kompensationsfehler (§ 228) bedeutend verringert wird, er beträgt nur etwa den fünften Teil desjenigen Wertes, der bei einer einfachen Stahl-Messingunruhe aufzutreten pflegt. Der Parameter der Gangparabel (§ 228) ist sehr groß, die Parabel ist bedeutend flacher als bei Anwendung der Stahl-Messingunruhe, und es ist deshalb nicht erforderlich, mit der Invarunruhe eine Hilfskompensation (§ 230) zu verbinden. — Es liegt bis jetzt noch kein ausreichendes Beobachtungsmaterial über das Verhalten der mit Invarunruhen versehenen Chronometer an Bord vor, um ein abschließendes Urteil zu ermöglichen; sollten aber die günstigen Erfahrungen auf den Observatorien durch die nautische Praxis bestätigt werden, so bezeichnet diese Erfindung einen wesentlichen Fortschritt auf dem Gebiete der Chronometrie. — Die Nickelstahllegierung Invar ist von Prof. Dr. Guillaume in Breteuil bei Paris hergestellt worden.

Fig. 149.



In betreff der Spirale dagegen sind manche erfahrene Chronometermacher der Ansicht, daß keines der bis jetzt als Ersatz für Stahl vorgeschlagenen Metalle (oder Legierungen) auch sämtliche guten Eigenschaften des Stahls, vor allem die Beständigkeit in der Wirksamkeit, besitzt.

§ 220. b) Die Hemmung. Auf der Achse der Unruhe befinden sich zwei Scheiben, die große Rolle (*Ee* Fig. 146 u. 154) und die kleine Rolle (*Ff*). Erstere ist, wie man aus Fig. 154 erkennt, bis auf einen kleinen Ausschnitt kreisförmig; ein aus Edelstein gefertigter Zahn z_1 ragt aus diesem Ausschnitt heraus. Ebenso befindet sich an der kleinen Rolle der gleichfalls aus einem Edelstein bestehende Auslösungszahn z_2. Durch diese beiden Zähne wird eine wechselseitige Einwirkung des Gangordners und der sogleich zu beschreibenden Hemmung vermittelt. Bei der Drehung der Unruhe

Fig. 150.

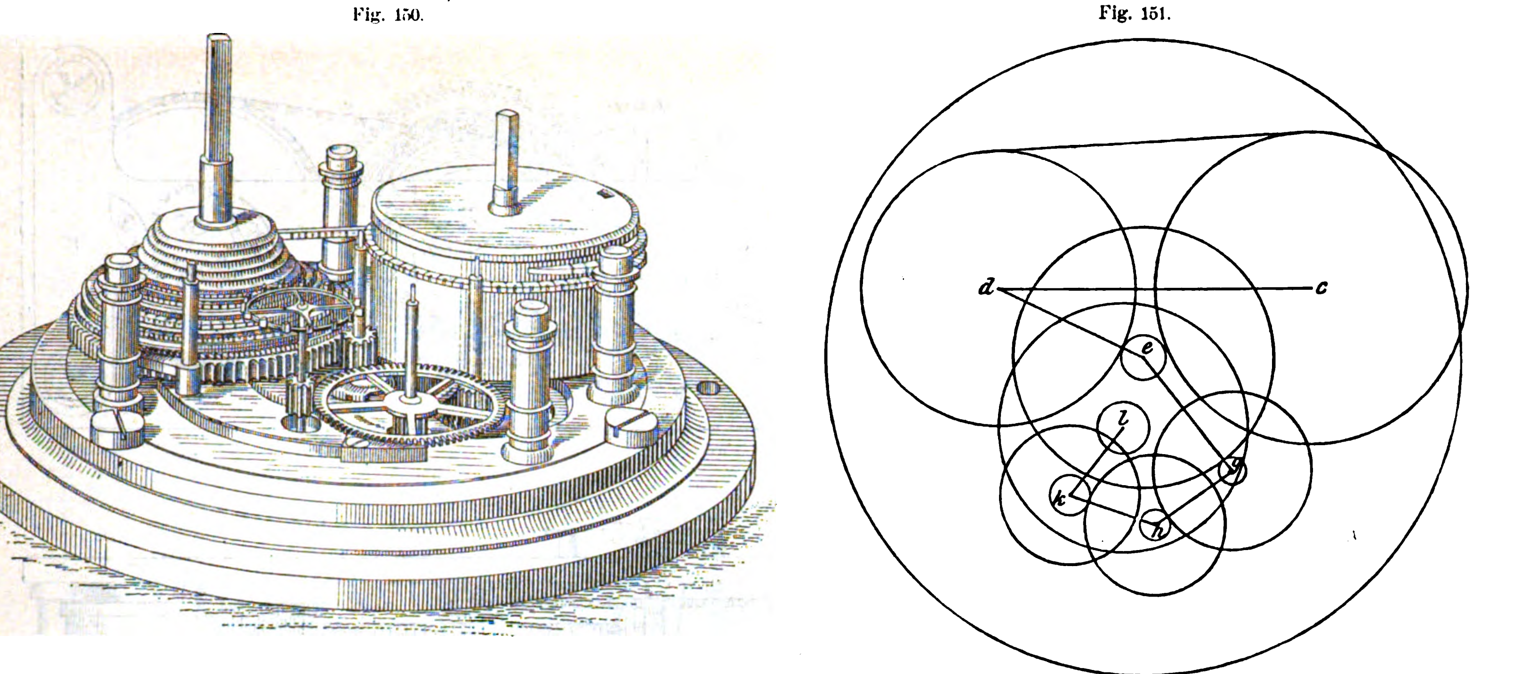


Fig. 151.

Erklärungen zu Fig. 150 bis Fig. 153.

Fig. 150 stellt in perspektivischer Ansicht das Räderwerk eines Chronometers nach Entfernung der unteren Grundplatte, der Unruhe und Spirale dar. Das Instrument befindet sich in umgekehrter Lage (Zifferblatt unten), also in derjenigen Stellung, die es beim Aufziehen einnimmt. Mit Hilfe der in Fig. 151 gegebenen schematischen Zeichnung, die im Grundriß die Lage der einzelnen Räder angibt, ist die Orientierung in Fig. 150 leicht auszuführen. Es bezeichnen:

c das Federhaus, *d* die Schnecke, *e* das Großbodenrad, *g* das Kleinbodenrad, *h* das Sekundenrad, *k* das Hemmungsrad, *l* die Unruhe.

Aus Fig. 150 und 151 ist das in Fig. 152 und 153 dargestellte Chronometermodell (nach Rodanet) in der Weise abgeleitet worden, daß alle Räderachsen in eine Ebene unter Berücksichtigung ihrer wahren Entfernungen gestellt worden sind; es ist dadurch die gebrochene Linie *cdeghkl* in Fig. 151 in eine Gerade übergegangen.

Bezeichnung der einzelnen Teile.

A obere Grundplatte,
A, untere Grundplatte,
A' Brücke der Unruhe,
A'' Brücke der Hemmung,
BB Pfeiler der Grundplatte,
C Federhaus,
γ Sperrad für die Feder,
γ' γ' Sperrkegel,

D Schnecke,
D' Gegensperrad,
D'' Sperrfeder für das Gegengesperr,
D''' Schneckenrad,
Δ Kette,
δ Zahn der Stellung,
δ' Stellungsrad,
δ'' Stellungsfeder,

E Trieb des Großbodenrades,
E' Großbodenrad,
F Minutenrohr,
F' Wechselrad,
f Trieb des Wechselrades,
f' Stundenrad,
φ Stundenzeiger,
φ' Minutenzeiger,
φ'' Sekundenzeiger,

G Trieb des Kleinbodenrades,
G' Kleinbodenrad,
H Trieb des Sekundenrades,
H' Sekundenrad,
K Trieb des Hemmungsrades,
K' Hemmungsrad,
I Hemmungsfeder,
I' Anschlagkloben für die Hemmungsfeder,

I'' Brücke d. Hemmungsfeder,
i kleine Rolle,
i' große Rolle,
L Unruhe,
l Achse der Unruhe,
l' Kompensationsgewichte,
l'' Feinstellungsschrauben,
M Spirale.

Fig. 152

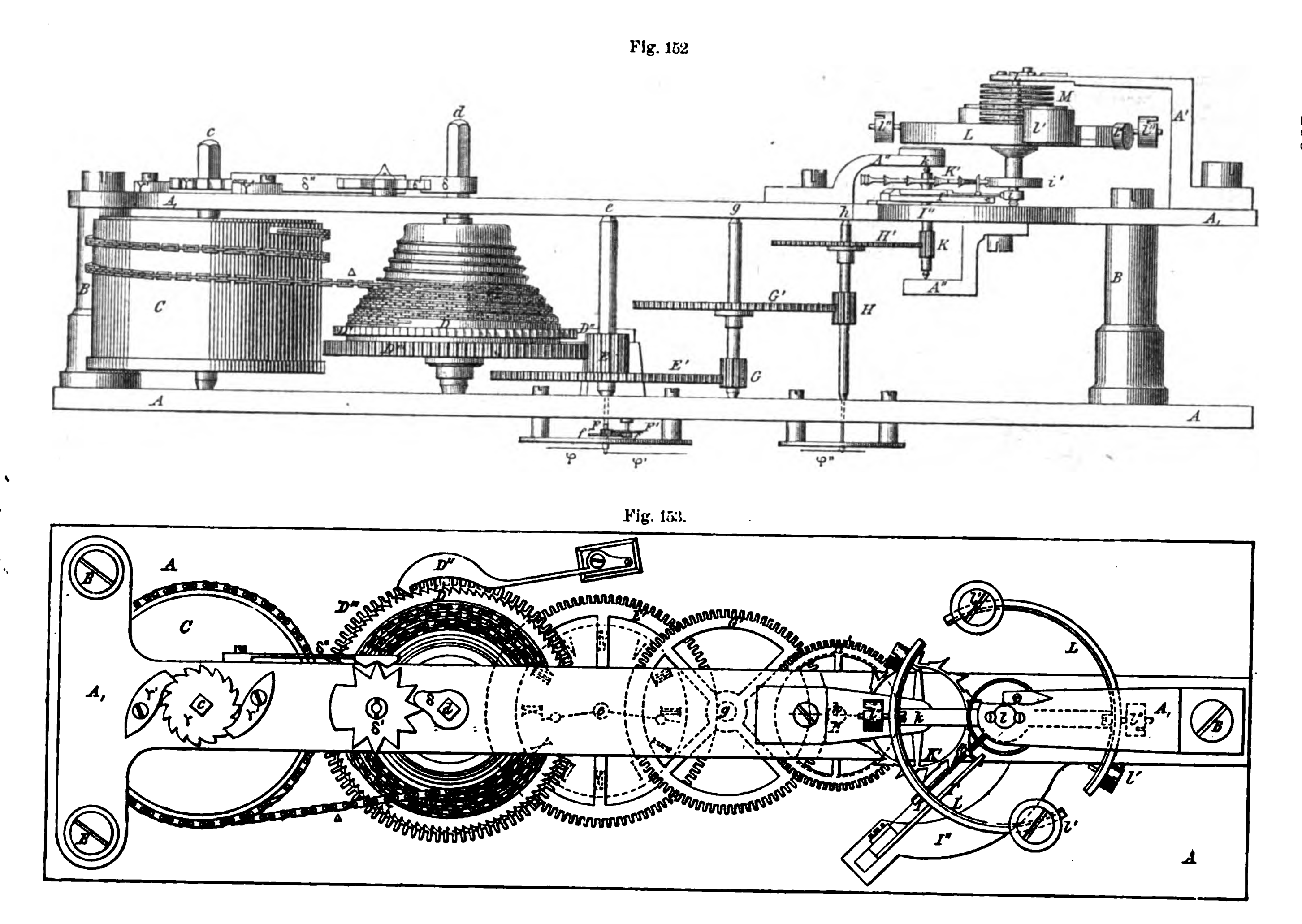
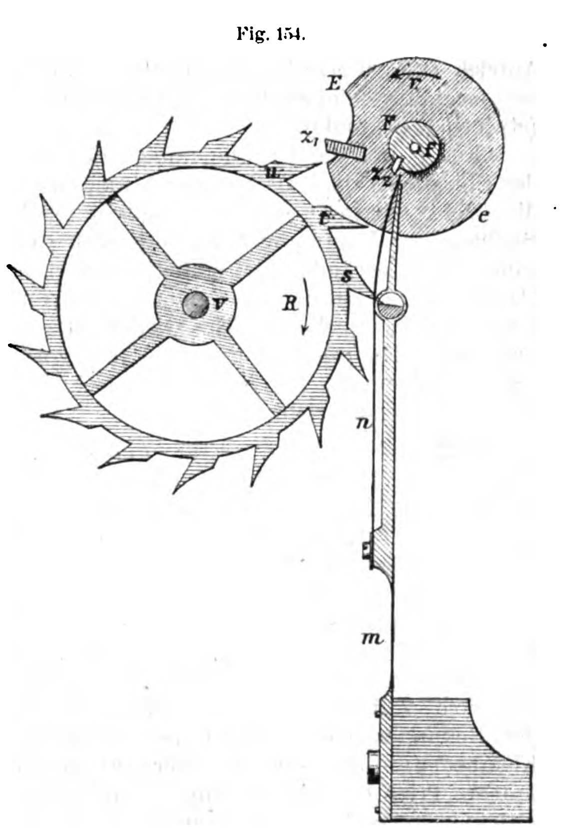


Fig. 153.

in der durch den Pfeil r bezeichneten Richtung drückt der Zahn z_2 die schwache Goldfeder n zur Seite, in Fig. 154 nach rechts. Der Fuß der Goldfeder ist auf der etwas stärkeren Hemmungsfeder m vermittels einer Schraube befestigt; erstere legt sich in der Nähe ihrer Spitze an die Spitze der Hemmungsfeder und ragt über letztere um ein Geringes hinaus. In die Hemmungsfeder ist auf der vom Beschauer abgewandten Seite der Ruhestein eingesetzt, an dessen abgeplattete Seite sich der Zahn s des Hemmungsrades v anlegt. Als Erläuterung zu der Fig. 154 möge noch erwähnt werden, daß die kleine Rolle Ff, sowie die beiden Federn m und n dem Auge etwas näher liegen als die große Rolle Ee. Letztere, sowie das Hemmungsrad und der Ruhestein liegen in der Ebene der Zeichnung. Das Hemmungsrad hat infolge einer Kraftwirkung, die von der später zu beschreibenden Zugfeder ausgeht, das Bestreben, eine Drehung in der Richtung des Pfeiles R auszuführen. In der durch Fig. 154 dargestellten Lage wird diese Drehung durch die Anlehnung des Zahnes s an den Ruhestein verhindert. Sobald aber infolge der schwingenden Bewegung des Gangordners der Zahn z_2 die Goldfeder und durch diese die Hemmungsfeder nach rechts gedrückt hat, kommt der Zahn s frei vom Ruhestein, und das Hemmungsrad kann nunmehr in seiner durch den Pfeil R bezeichneten Drehungsrichtung fortschreiten. Hierbei trifft nun der Zahn u des Hemmungsrades auf den Zahn z_1 der großen Rolle und erteilt hierdurch dem Gangordner einen kleinen Antrieb, der hinreicht, um den oben erwähnten, durch Zapfenreibung und Luftwiderstand bewirkten Verlust an lebendiger Kraft zu ersetzen. Infolge der Fortsetzung der

Fig. 154.

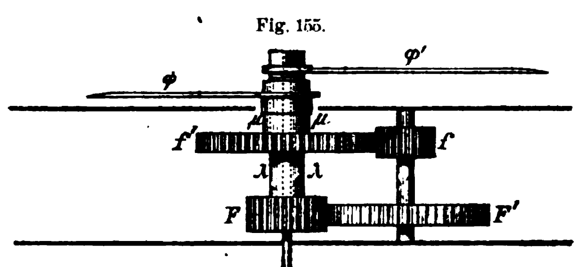


Drehung des Gangordners in der Richtung des Pfeiles r verläßt aber der Zahn u des Hemmungsrades alsbald wieder den Zahn z_1 der großen Rolle Ee; das Hemmungsrad schreitet nunmehr in seiner Drehungsrichtung soweit fort, bis der Zahn t auf den Ruhestein trifft. Letzterer ist nämlich inzwischen wieder in die durch Fig. 154 dargestellte Stellung zurückgekehrt, weil die seitliche Verschiebung der beiden Federn m und n durch den Druck des Zahnes z_2 der kleinen Rolle nur während einer äußerst kurzen Zeit stattgefunden hatte. Auch die Anlehnung des Zahnes u an den Zahn z_1, also der Antrieb (Führung) des Gangordners durch das Hemmungsrad, ist bei sorgfältig feingestellten Chronometern von sehr geringer Dauer (etwa $^1/_{80}$ Sekunde).

Kehrt nun die Unruhe infolge der oben besprochenen Wirkung der Spiralfeder ihre Drehungsrichtung um, so wird vom Zahn z_2 nur die leicht biegsame Goldfeder beiseite gedrückt, ohne daß in der Stellung der Hemmungsfeder, des Ruhesteins oder des Hemmungsrades eine Veränderung eintritt. Die Goldfeder kehrt nach dem Passieren des Zahnes z_2 wieder in die durch Fig. 154 dargestellte Lage zurück. In dieser Weise wiederholt sich das Spiel der Hemmung nach jeder Doppelschwingung des Gangordners; das Hemmungsrad schreitet demnach bei jeder Doppelschwingung um einen Zahn in seiner Bewegungsrichtung fort.

§ **221.** c) Das Räderwerk (Fig. 152, 153 u. 155). Das Hemmungsrad steht durch einen auf seiner Achse befindlichen Trieb K in Eingriff mit dem Sekundenrade H' (Fig. 152 u. 153), dessen durch das Zifferblatt hindurchgehender Zapfen den Sekundenzeiger φ'' trägt. Da nun in einem richtig gehenden Chronometer der Gangordner während einer Zeitsekunde je zwei Doppelschwingungen vollendet und nach dem früheren das Hemmungsrad bei jeder Doppelschwingung um eine Zahndistanz fortschreitet, so wird auch der Sekundenzeiger zwei Sprünge in jeder Sekunde ausführen, d. h. auf dem Zifferblatte halbe Sekunden anzeigen. Auf der Achse des Sekundenrades befindet sich ferner ein Trieb H, der in das Kleinbodenrad G' eingreift; der auf der Achse des letzteren angebrachte Trieb G steht in Eingriff mit dem Großboden- oder Minutenrade E'. Die durch die obere Grundplatte, sowie durch das Zifferblatt hindurchgehende Großbodenwelle trägt die nur auf Reibung sitzende Hülse $\lambda\lambda$ (Fig. 155), an der vor dem Zifferblatte ein Vierkant abgesetzt ist. Auf letzteres wird der an dem einen Ende

Fig. 155.



mit einer Verstärkung und mit einem quadratischen Loche versehene Minutenzeiger φ' geschoben. Außerdem wird durch das zwischen der Grundplatte und dem Zifferblatte angebrachte Minutenwerk oder Vorgelege bewirkt, daß die Winkelbewegung des Minutenzeigers in zwölffacher Verkleinerung auf dem Zifferblatte durch den Stundenzeiger φ zur Anschauung gebracht wird. Es befindet sich nämlich an der erwähnten Hülse $\lambda\lambda$ (Viertelrohr) der Trieb F, der mit dem Wechselrade F' in Eingriff steht. Durch einen auf der Achse dieses Rades angebrachten Trieb f wird die Bewegung auf das Stundenrad f' übertragen. Das letztere sitzt auf einer zweiten, auf dem Viertelrohr lose gehenden Hülse $\mu\mu$, die den Stundenzeiger φ trägt. Wegen der soeben beschriebenen Anordnung ist es möglich, daß man den Minutenzeiger mit Hilfe des auf das Vierkant gesetzten Schlüssels stellen kann, ohne daß gleichzeitig das Großbodenrad gedreht wird; außerdem wird hierdurch bewirkt, daß jede Drehung des Minutenzeigers, sowohl beim Gehen des Uhrwerks als auch beim Stellen, in entsprechender Weise auf den Stundenzeiger übertragen wird.

Die Anzahl der auf den einzelnen Rädern und Trieben befindlichen Zähne*) ist so gewählt, daß:

1. das Sekundenrad oder der Sekundenzeiger einen Umlauf in 1^m vollendet;

2. einer Umdrehung des Minutenrades 60 Umdrehungen des Sekundenrades entsprechen und der Minutenzeiger einen Umlauf in 60^m oder 1^h vollendet;

3. einer Umdrehung des Stundenrades 12 Umdrehungen des Minutenrades entsprechen und der Stundenzeiger einen Umlauf in 12^h vollendet.

*)

Hemmungsrad	15 Zähne,		Trieb	10 Zähne,	
Sekundenrad	80	"	Trieb	10	"
Kleinbodenrad	80	"	Trieb	12	"
Minutenrad	90	"	Vierteltrieb	14	"
Wechselrad	56	"	Trieb	18	"
Stundenrad	54	"			

Wie wir oben gesehen haben, schreitet das Hemmungsrad in einem richtig gehenden Chronometer während jeder Zeitsekunde um zwei Zahndistanzen fort. Eine Umdrehung dieses mit 15 Zähnen versehenen Rades wird also in $7,5^s$ ausgeführt. Weiter ergibt sich unter Berücksichtigung der obigen Zahnzahlen nacheinander folgendes:

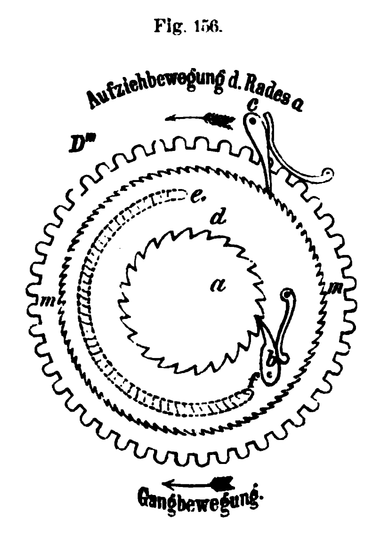
1. einer Umdrehung des Sekundenrades oder des Sekundenzeigers entsprechen $^{80}/_{10} = 8$ Umdrehungen des Hemmungsrades, der Sekundenzeiger vollendet also einen Umlauf in $8 \times 7.5^s = 60^s = 1^m$;

2. einer Umdrehung des Minutenrades oder des Minutenzeigers entsprechen $^{90}/_{12} \times {}^{80}/_{10} = 60$ Umdrehungen des Sekundenrades; der Minutenzeiger vollendet also einen Umlauf in 60^m oder 1^h;

3. einer Umdrehung des Stundenrades oder des Stundenzeigers entsprechen $^{54}/_{18} \times {}^{56}/_{14} = 12$ Umdrehungen des Minutenrades; der Stundenzeiger vollendet also einen Umlauf in 12^h.

In den Trieb E (Fig. 152 u. 153) des Großbodenrades greift ferner das Zahnrad D''' ein, das auf die Achse d der Schnecke D lose aufgesetzt ist und durch einen kleinen Ring am Herabfallen verhindert wird. Andrerseits besteht zwischen dem Rade D''' und der Schnecke eine Verbindung, die an der Hand der in Fig. 156 gegebenen schematischen Zeichnung näher erklärt werden soll. Von den dort dargestellten, übereinander liegenden Rädern ist nämlich nur das kleine Sperrad a, das als oben liegend zu denken ist, mit der Schnecke fest verbunden. Der in die Zähne dieses Rades eingreifende Sperrhaken b und die zu ihm gehörige Feder sind auf dem darunter liegenden Sperrade d (= D' Fig. 152 u. 153) angebracht, dessen Zähne denjenigen des Rades a entgegengesetzt gerichtet sind. Der Sperrhaken des Rades d und die Sperrfeder c (= D'' Fig. 152 u. 153) sind mit Stiften auf einem Ansatz der Grundplatte befestigt. Zwischen dem Sperrade d und dem darunter liegenden Zahnrade m (= D''' Fig. 152 u. 153) ist eine Verbindung vermittels der Feder ef hergestellt, und zwar ist das Ende f dieser Feder am Rade d und das Ende e am Rade m befestigt. Man bezeichnet die Gesamtheit der soeben beschriebenen Teile als das Gegengesperr des Chronometers. — Es wird später der eigentliche Zweck dieser ganzen Anordnung auseinandergesetzt werden (S. 302), zunächst wollen wir folgendes feststellen: Wenn sich die Schnecke und damit das Sperrad a in der Richtung drehen, die durch den mit »Gangbewegung« bezeichneten Pfeil angegeben wird, so wird diese Bewegung, weil der Sperrkegel b jetzt aufsetzt, auf das mittlere Rad d und, nachdem die Feder ef etwas zusammengedrückt und dadurch gespannt ist, auch auf das Zahnrad m übertragen. Der Sperrhaken c des mittleren Rades gleitet hierbei von Zahn zu Zahn. Es findet demnach bei der Gangbewegung die gleiche Übertragung der Bewegung der Schnecke auf das Räderwerk statt, die erreicht werden würde, wenn das Zahnrad m mit der Schnecke fest verbunden wäre.

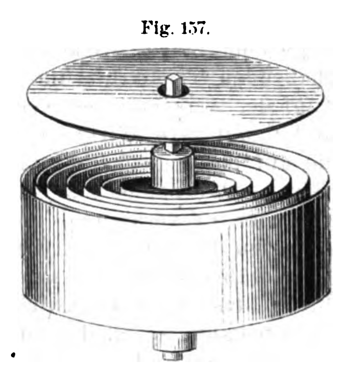
Fig. 156.



§ **222.** d) Die Triebkraft (Fig. 152, 153 u. 157). Die Schnecke steht durch eine Metallkette Δ (Fig. 152 u. 153), die sich in die eingeschnittenen Gänge D einlegt, in Verbindung mit dem Federhause (Trommel) C, und in diesem befindet sich die Triebkraft des ganzen Systems, eine starke, breite Zugfeder aus feder-

hartem Stahl (Fig. 157). Das eine Ende dieser Zugfeder ist an der Welle, das andere an der Innenwand der Trommel befestigt. In fester Verbindung mit der Welle *c* (Fig. 152 u. 153) befindet sich ferner das Sperrad γ, in das die beiden Sperrhaken γ' eingreifen. Auch möge gleich hier bemerkt werden, daß die Einstellung dieser Sperrhaken durch den Uhrmacher ausgeführt wird, und daß die Welle *c* weder an der Gangbewegung teilnimmt, noch beim Aufziehen der Uhr aus ihrer Stellung gebracht wird. An den beiden Enden der Kette sind zu ihrer Befestigung kleine Haken angebracht, die in kleine viereckige, an der Außenwand der Trommel und der Schnecke eingeschnittene Löcher eingreifen. — Um das Zusammenwirken der zuletzt beschriebenen Uhrteile und ihre Einwirkung auf das Räderwerk zu überblicken, wird es am zweckmäßigsten sein, zunächst zu verfolgen, in welcher Weise das Einsetzen der Kette seitens des Uhrmachers vorgenommen wird. Nachdem der eine Haken der Kette in das Loch des Federhauses eingesetzt ist, wird durch Drehung des Federhauses vermittels des auf den Vierkantzapfen *c* gesetzten Uhrschlüssels die Kette zu ihrem größten Teile auf das Federhaus aufgewickelt. Nun wird der zweite Haken der Kette in das an der Schnecke befindliche Loch eingelegt. Durch weitere Drehung des Federhauses wird erstens bewirkt, daß sich die Kette vollständig dem Federhause anschmiegt und auf der Strecke zwischen ihm und der Schnecke glatt liegt, und zweitens, daß die Zugfeder ein wenig angespannt wird, sodaß die Kette mit geringer Kraft an der Schnecke zieht. Ist die erforderliche Spannung der Zugfeder erreicht, so werden die beiden Sperrkegel γ' in das Sperrrad γ eingelegt. Nunmehr wird der Uhrschlüssel auf den Zapfen *d* der Schnecke gebracht und das Aufziehen entgegengesetzt der Drehungsrichtung des Uhrzeigers vorgenommen; hierbei wird das in Fig. 156 dargestellte Rad *a* mitgenommen, dagegen nicht das Rad *d*, weil der auf der Grundplatte angebrachte Sperrhaken *c* einfällt. Der Sperrhaken *b* gleitet während des Aufziehens von Zahn zu Zahn; außerdem wickelt sich die Kette nach und nach wieder von dem Federhause ab und legt sich zu ihrem größeren Teile in die Windungen der Schnecke ein. Das Federhaus wird hierbei so gedreht, daß die Windungen der im Innern befindlichen Zugfeder sich enger um die Welle *c* winden. Da die Zugfeder hierdurch eine starke Anspannung erfährt, wird sie infolge ihrer elastischen Wirkung bestrebt sein, eine Drehung auszuführen, die der soeben erwähnten entgegengesetzt ist. Diese von der Zugfeder ausgehende Kraftwirkung

Fig. 157.



wird durch die Kette auf die Schnecke und weiterhin auf das ganze Räderwerk übertragen, sodaß hierdurch dem letzten Rade, dem Hemmungsrade, das schon oben erwähnte Bestreben der Drehung in einem bestimmten Sinne erteilt wird.

Auf Grund der vorstehenden Beschreibung wird man erkennen, daß die konische Form der Schnecke es ermöglicht, die nicht immer in gleicher Stärke wirkende Zugfeder zu einer annähernd sich gleichbleibenden Triebkraft umzugestalten; in dem Maße nämlich, wie die Zugfeder während der Gangbewegung des Instruments sich abrollt und damit ihre Wirkung verringert, wächst der Hebelarm, an dem die auf das Federhaus allmählich hinübertretende Kette die Schnecke zieht. — Ferner ist klar, daß man imstande ist, die Kraftwirkung der Zugfeder zu verändern, indem man vermittels des auf das Vierkant gesetzten Uhrschlüssels die Welle *c* dreht. Da aber die Herstellung einer während der ganzen Gangzeit gleichbleibenden Triebkraft nur durch das Zusammenwirken von Zugfeder und Schnecke erzielt werden kann, so wird auch nur bei einer ganz bestimmten, von den Dimensionen und der Form der Schnecke abhängigen Spannung der Zugfeder die gewünschte Beständigkeit der Kraftwirkung eintreten können. Der Uhrmacher ermittelt auf experimentellem Wege die dieser Spannung entsprechende Stellung des Federhauses und pflegt diejenigen Zahnlücken des Anspannrades γ, in die die beiden Sperrkegel γ' eingelegt werden müssen, mit einer Marke zu versehen.

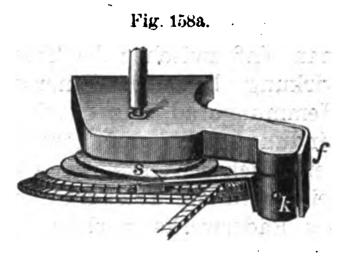
Hiernach wird es nur eines kurzen Hinweises bedürfen, um den eigentlichen Zweck der mit der Schnecke verbundenen Sperräder *a* und *d* sowie der Feder *e f* (Fig. 156) zu erkennen. Vorhin ist bereits erwähnt worden, daß bei der Gangbewegung diese Teile so wirken, als ob zwischen der Schnecke und deren Zahnrade *m* eine feste Verbindung vorhanden wäre. Hätte man aber tatsächlich eine starre Verbindung hergestellt, so würde die Aufziehbewegung, die der Drehungsrichtung während der Gangbewegung entgegengesetzt sein muß, sich auf das ganze Räderwerk übertragen; es würde hierdurch ein Zurückgehen sämtlicher Räder und Zeiger, sowie eine Zerstörung der Hemmungsvorrichtung herbeigeführt werden. Durch das Gegengesperr werden erstens diese üblen Folgen verhindert, und es wird zweitens während des Aufziehens die Drehungsrichtung des Räderwerks in dem richtigen Sinne unterhalten. Es tritt nämlich für diese Zeit die Feder *e f*, die während der Gangbewegung in Spannung gehalten wurde, in Wirksamkeit. Sobald das Rad *d* stillsteht, treibt diese Feder das Rad *m* im Sinne der Gangbewegung weiter und bildet somit während der kurzen Zeit des Aufziehens den Antrieb des Chronometers. Tritt nach beendigtem Aufziehen die Schnecke wieder in die frühere Drehungsrichtung ein, so wird zunächst die Feder *e f* etwas zusammengedrückt und dadurch wieder gespannt.



§ 223. Es sind schließlich noch zwei besondere Teile des Chronometers zu erwähnen, die nicht zum eigentlichen zeitmessenden Apparate gehören, sondern den Zweck haben, eine Gewähr für das sichere Funktionieren des Uhrwerks zu bieten; es sind dies erstens die sogenannte Stellung des Uhrwerks und zweitens das Auf- und Abwerk. Erstere dient dazu, die Aufziehbewegung zu begrenzen und somit ein zu starkes Anspannen der Zugfeder und Kette zu verhindern. Das letztere zeigt die seit dem letzten Aufziehen verflossene Zeit auf dem Zifferblatte an.

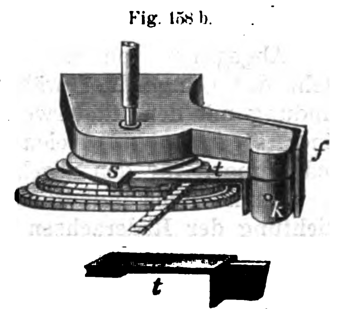
e) Die Stellung. Man hat im Laufe der Zeit der Stellung der Uhr verschiedene Formen gegeben, von denen die beiden am häufigsten benutzten hier näher beschrieben werden sollen. Auf das Vierkant des Aufziehzapfens d (Fig. 152 u. 153) ist an der Außenseite der unteren Grundplatte ein Ring gelegt, der mit dem Finger δ versehen ist. Dieser tritt während des Aufziehens in die Zahnlücken des Rades δ' ein und bewegt dieses Rad, das lose auf einem Stift sitzt, bei jeder vollen Umdrehung des Schlüssels um eine Zahndistanz weiter; die schwache Feder δ'' dient dazu, die Stellung des Rades δ' zwischen je zwei Eingriffen des Fingers festzuhalten. Das Aufziehen wird dadurch begrenzt, daß sich nach einer bestimmten Anzahl Umdrehungen der Finger δ gegen den ungezahnten Teil des Rades legt. — Andrerseits dreht sich der Schneckenzapfen während der Gangbewegung in entgegengesetzter Richtung und nimmt bei jeder Umdrehung auch wiederum das Rad δ' mit. Falls nicht inzwischen ein erneutes Aufziehen stattfindet, tritt der Stillstand des Uhrwerks ein, wenn sich der Finger δ von der anderen Seite an den ungezahnten Teil des Rades δ' anlegt.

Fig. 158a.



Häufiger noch als die vorstehend beschriebene wird in neuerer Zeit die folgende Form der Stellung in Chronometern angewendet. Auf der kleineren Endfläche des Schneckenkegels ist eine mit einer Nase versehene Stahlplatte s (Fig. 158) durch Schrauben befestigt. Ferner sind an der Grundplatte zwei kleine Halbzylinder*) angebracht, zwischen denen sich ein Stahlstück t mit geringem Spielraum um einen Haltestift bewegen kann. Die Feder f hält nun gewöhnlich das Stahlstück durch den Druck gegen die äußere etwas abgeschrägte

Fig. 158 b.



*) Nur der eine dieser Halbzylinder (k) ist in der Figur sichtbar; der andere nach hinten liegende wird durch die übrigen Teile verdeckt.

Kante in etwas geneigter Stellung fest, sodaß die Nase *s* sowohl bei der Gangbewegung als auch während des größten Teils der Aufziehbewegung ungehindert über das Stahlstück hinweggehen kann (Fig. 158a). Ist indessen beim Aufziehen die Kette bis zu ihrem letzten Umgange auf die Schnecke aufgewickelt, so hebt sie das Stahlstück ein wenig auf derjenigen Seite, die der Schnecke zugekehrt ist (Fig. 158b). Infolgedessen legt sich bei weiterer Drehung die Nase der Stahlplatte *s* gegen die etwas verstärkte Kante des Stahlstücks und verhindert hierdurch ein weiteres Aufziehen.

f) Das Auf- und Abwerk, durch das der auf dem Zifferblatte sichtbare Aufziehzeiger verschoben wird, ist sehr einfach eingerichtet. Auf der durch die Grundplatte hindurchgehenden Welle der Schnecke ist (zwischen Zifferblatt und Grundplatte) ein kleiner Trieb angebracht, der in ein größeres Rad eingreift. Auf der Achse dieses Rades ist der Aufziehzeiger aufgesetzt. Infolgedessen bringt der Aufziehzeiger jede Drehung der Schnecke, sowohl bei der Gang- als auch bei der Aufziehbewegung, auf dem Zifferblatte zur Anschauung. Die Anzahl der Zähne auf dem Rade und auf dem Triebe ist so gewählt, daß der Drehung der Schnecke während 56 Stunden Gangzeit eine Drehung des Aufziehzeigers um etwa 320° entspricht.

In Fig. 152 u. 153 fehlt die Darstellung des Auf- und Abwerks.

§ **224**. Überblickt man nach dieser Beschreibung der einzelnen Teile nun nochmals das Spiel des ganzen Mechanismus, so erkennt man, daß zwischen der Triebkraft und dem Gangordner eine Wechselwirkung besteht. Einerseits bewirkt der Gangordner, daß das Hemmungsrad, das durch das Räderwerk mit der Zugfeder in Verbindung steht, nur zahnweise fortschreiten kann, und daß diese periodisch wiederkehrende Bewegung eine regelmäßige wird. Andrerseits wird die Triebkraft, soweit sie nicht durch Reibung innerhalb des Räderwerks verbraucht wird, durch das Hemmungsrad nach und nach auf den Gangordner übertragen; dieser erhält dadurch den Antrieb, der zur Erhaltung der schwingenden Bewegung erforderlich ist.

Abgesehen von der kurzen Antriebszeit (etwa $^1/_{80}$ Sekunde) steht der Gangordner während seiner Schwingung in keiner Verbindung mit dem Räderwerke; diese Einrichtung bildet das Wesen einer sogenannten »freien Hemmung« und ist eine der Hauptbedingungen für den regelmäßigen Gang des ganzen Uhrwerks.

Damit auch auf dem in Bewegung befindlichen Schiffe die Richtung der Räderachsen, sowie die Lage der schwingenden Teile in bezug auf die Richtung der Schwerkraft stets unverändert bleibt, ist das Gehäuse (die Büchse) des Chronometers mit einer doppelachsigen (kardanischen) Aufhängung versehen. Es ist nicht erforderlich, auf diese Einrichtung näher einzugehen, da sie am Instrument leicht übersehen werden kann.

§ 225. Zum Schlusse dieser allgemeinen Beschreibung des Chronometers möge hier noch eine Sonderkonstruktion erwähnt werden, die besonders bei deutschen Chronometern während der letzten Jahre mehrfach Verwendung gefunden hat. Man hat bei diesen Instrumenten in der Absicht, den Bau zu vereinfachen, die Schnecke und die Kette fortgelassen und ein am Boden des Federhauses angebrachtes Zahnrad direkt in Eingriff mit dem Triebe des Großbodenrades gesetzt. Das Aufziehen dieser Chronometer wird dadurch ausgeführt, daß man die Welle des Federhauses vermittels des Uhrschlüssels rechts herum dreht. Da diese Drehung im Sinne der Gangbewegung erfolgt, so ist es bei diesen Instrumenten nicht erforderlich, ein Gegengesperr anzubringen. Um die vorhin besprochene, ausgleichende Wirkung der Schnecke entbehrlich zu machen, pflegt man bei den Chronometern mit gezahntem Federhause eine sehr lange Zugfeder anzuwenden; von den zahlreichen Umgängen, die erforderlich sind, um diese Feder vollständig anzuspannen, werden alsdann von dem Uhrmacher auf Grund praktischer Versuche diejenigen zwei oder drei für die Benutzung ausgewählt, die eine besonders gleichmäßige Kraftwirkung zeigen. Diese Einrichtung hat sich indessen nicht bewährt, da die Zugkraft der Feder sich mit der Zeit ändert und daher Unregelmäßigkeiten im Gang auftreten können, die bei der Untersuchung des Chronometers noch nicht vorhanden waren.

B. Der Isochronismus und die den Chronometergang störenden Einflüsse.

I. Der Isochronismus.

§ 226. Die Erfahrung lehrt, daß es trotz der Einschaltung der Schnecke zwischen der Zugfeder und dem Räderwerk stets nur unvollkommen gelingt, eine für alle Zeiten beständige Kraftübertragung auf den Gangordner herzustellen. Die Stärke des durch das Hemmungsrad erteilten Antriebes nimmt allmählich ab, weil erstens die Reibungswiderstände der Zapfen des Räderwerks infolge der mit der Zeit eintretenden Verunreinigung und Verdickung des Öls wachsen, und zweitens die Kraftwirkung der stets angespannten Zugfeder nach und nach geringer wird. Wegen dieser Verminderung des Antriebs geht der Gangordner im Laufe der Zeit zu kleineren Schwingungen über. Andrerseits können durch äußere Einwirkungen, z. B. durch Bewegungen des Instruments, durch Erschütterungen und durch einige später noch zu erörternde Ursachen vorübergehende Störungen der normalen Schwingungsweite herbeigeführt werden. Auf Grund dieser Erkenntnis hat man bereits am Ausgange des 18. Jahrhunderts sich bemüht, durch praktische Versuche für jeden einzelnen Fall eine solche Länge der Spiralfeder zu ermitteln, bei deren Wahl die Dauer der Unruhschwingung durch die Verschiedenheit der Schwingungsweite nicht verändert wird. Man bezeichnet einen in dieser Weise hergestellten Gangordner als einen isochron schwingenden.

Außer durch eine geeignete Wahl der Spiralfederlänge kann man aber auch den Isochronismus der Unruhschwingungen dadurch herbeiführen, daß man den Endkurven der Spiralfeder (d. h. denjenigen Stücken der Feder, die in der Nähe der Befestigungspunkte gelegen sind) eine bestimmte, mathematisch zu ermittelnde Form gibt.

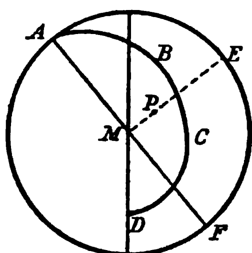
Verbindet man eine Unruhe mit einer kurzen Spiralfeder von 3 bis 4 Windungen, so wird sie bei einem großen Ausschlage (etwa 180° von der Ruhelage) eine Schwingung in kürzerer Zeit vollenden, als bei einem kleinen Ausschlage (etwa 20° von der Ruhelage). Verbindet man dieselbe Unruhe dagegen mit einer langen Spiralfeder von 30 bis 40 Windungen, so nehmen die Schwingungen bei großem Ausschlage längere Zeit in Anspruch, als diejenigen von kleinem Ausschlage. Aus diesen Beobachtungsergebnissen zog Pierre Leroy die nachstehende Folgerung, deren Richtigkeit durch die Erfahrung vollkommen bestätigt wird; er schloß: »Es gibt bei allen Spiralfedern von hinreichender Länge eine gewisse Länge, bei der alle Schwingungen, mögen sie groß oder klein sein, isochron sind, d. h. in gleicher Zeitdauer vollendet werden; bei größerer Länge der Spiralfeder werden die großen Schwingungen langsamer als die kleinen Schwingungen ausgeführt, und das umgekehrte findet bei einer Verringerung der Spiralfederlänge statt.«

Caspari hat später die Bewegung einer zylindrischen Spiralfeder mathematisch untersucht; er fand, daß der Isochronismus durch passende Wahl der Länge der Spiralfeder sich herstellen lasse, doch konnte er gleichzeitig den obigen von P. Leroy empirisch gefundenen Satz in folgender Weise erweitern: »Es sind auf jedem Umgange der Spiralfeder von hinreichender Länge zwei Punkte vorhanden, die, als Befestigungspunkte gewählt, den Isochronismus innerhalb einer für die Praxis genügenden Annäherung herstellen. Diese Punkte liegen einander diametral gegenüber und stehen (von der Achse der Unruhe aus gesehen) rechtwinklig zu demjenigen Punkte, in dem die Spirale mit der Grundplatte verbunden ist.«

Die Betrachtung eines Gangordners, bei dem der Isochronismus ausschließlich durch die Länge der Spiralfeder hergestellt worden ist, läßt aber sofort die Mängel dieser Anordnung erkennen. Eine solche Spirale entwickelt sich bei der schwingenden Bewegung keineswegs konzentrisch, sondern die einzelnen Umgänge führen pendelartige Bewegungen von einer Seite zur anderen aus. Man wird hierdurch unwillkürlich zu der Vermutung geführt, die auch durch die Theorie sowie durch die Erfahrung bestätigt wird, daß nämlich von der Drehungsachse der Unruhe veränderliche Druckwirkungen gegen die Seitenwände der Steinlöcher, also auch veränderliche Reibungen während der schwingenden Bewegung, ausgeübt werden. Als notwendige Folge dieser Verhältnisse ergibt sich eine baldige Abnutzung der Zapfen und der Zapfenlöcher. Diese Mängel verschwinden, wenn die Spirale nach der Theorie des französischen Ingenieurs Phillips († 1889) hergestellt wird. Er zeigte, daß Isochronismus und konzentrische Entwicklung eintreten, wenn die Endkurven der Spirale nach folgenden Vorschriften gebogen sind:

Sei A (Fig. 159) der Punkt, wo die Endkurve $ABCD$ die kreisförmige Windung der Spiralfeder verläßt, M der Mittelpunkt des Kreises und ME senkrecht zu AF; dann muß die Phillips'sche Endkurve den folgenden beiden Bedingungen entsprechen:

Fig. 159.



1. Der Schwerpunkt P der Endkurve muß auf ME liegen.
2. Der Schwerpunkt muß vom Mittelpunkte M eine solche Entfernung haben, daß der Radius des Kreises die mittlere Proportionale zwischen MP und der Länge der Endkurve ist; also

$$MP = \frac{AM^2}{(ABCD)}.$$

Die Möglichkeit, den Isochronismus herzustellen, ist außerdem an die Bedingung geknüpft, daß der Spiraldraht vollständig homogen und daß seine Härtung überall gleichmäßig ist. — Hat man die

Spirale mit einer so konstruierten Endkurve versehen, so kommen ihr außer dem Isochronismus die folgenden Eigenschaften zu:

1. der Schwerpunkt der Spirale liegt in der Achse der Unruhe;
2. die Spirale entwickelt sich während der Bewegung konzentrisch;
3. die Zapfen der Unruhe üben während der Schwingung keinen Seitendruck gegen die Zapfenlöcher aus.

Ein nach Leroys Versuchen oder nach Phillips' Theorie hergestellter Gangordner wird aber die Eigenschaft des strengen Isochronismus verlieren, sobald er in das Chronometer eingesetzt und mit der Hemmung in Verbindung gebracht wird. Der Grund hierfür liegt darin, daß der Antrieb durch das Hemmungsrad die Schwingung des Gangordners beeinflußt, die Unruhzapfen gegen die Wände der Zapfenlöcher treibt und hierdurch die Reibungsverhältnisse ändert. Demnach treten jetzt Einflüsse hinzu, die den theoretisch erreichten Isochronismus wiederum vernichten. Es ist nun die Aufgabe des Feinstellers, durch entsprechende Veränderungen der Endkurven den sogenannten »praktischen Isochronismus« herzustellen. Da erfahrungsgemäß die Regelmäßigkeit des Uhrganges in erster Linie durch den Umstand bedingt wird, daß der praktische Isochronismus dem theoretischen möglichst nahe steht, so muß ein geschickter Feinsteller danach streben, durch möglichst geringe Veränderungen der Endkurven diesen Zweck zu erreichen. Zur Ausführung dieser Feinstellung setzt man nacheinander Zugfedern von verschiedener Stärke in das Federhaus und erhält hierdurch größere und kleinere Schwingungen der Unruhe.

Der Isochronismus bleibt, wie aus dem folgenden hervorgehen wird, nicht in aller Strenge bestehen, wenn das Instrument Temperaturveränderungen ausgesetzt wird. Es ist soeben erwähnt worden, daß der Antrieb durch das Hemmungsrad den theoretischen Isochronismus des freischwingenden Gangordners teilweise wieder vernichtet. Diese Störung ist, wie die Theorie und die Erfahrung übereinstimmend nachgewiesen haben, am geringsten, wenn der Antrieb in demjenigen Augenblick erfolgt, in dem der Gangordner die Ruhelage, den sogenannten toten Punkt, passiert. Die Uhrmacher bemühen sich deshalb, die Spirale so einzusetzen, daß diese Bedingung bei mittlerer Temperatur möglichst vollkommen erfüllt wird. Da aber bei Veränderungen der Temperatur die Länge der Spiralfeder sich verändert, so wird auch der tote Punkt verschoben, und es entspringt hieraus, da der Punkt des Antriebs unverändert bleibt, ein kleiner Unterschied in der Wirkung des Antriebs und somit eine geringe Störung des Isochronismus. Die Abweichung ist allerdings, wie Lossier nachgewiesen hat, sehr gering, wenn die Schwingung der Unruhe etwa $^5/_4$ Umdrehungen beträgt, und man hat im Hinblick auf diesen kleinen Betrag keine Ursache, von der Herstellung des Isochronismus überhaupt Abstand zu nehmen.

II. Die den Chronometergang störenden Einflüsse.

1. Der Einfluß der Temperatur auf den Chronometergang und seine Kompensation.

§ 227. Von allen gangstörenden Einflüssen sind die durch Veränderungen der Temperatur herbeigeführten die bedeutendsten; andrerseits aber kann man die aus dieser Quelle stammenden Gangstörungen durch geeignete Konstruktion der Unruhe zum größten Teil ausgleichen (kompensieren), sowie den Betrag des mechanisch nicht zu beseitigenden Gangfehlers durch eine Untersuchung ermitteln und beim Gebrauch des Instruments auf See rechnerisch berücksichtigen. — Die Veränderung der Temperatur bewirkt:

1. Änderung der Dimensionen aller Metallteile,
2. Änderung der Elastizität der Spiralfeder,
3. Änderung der Konsistenz des Öls.

Die Gesamtwirkung dieser drei Änderungen äußert sich in einer Verlangsamung des Chronometerganges bei steigender Temperatur.

Die unter 2. genannte Wirkung bedarf einer kurzen Erklärung. Es ist eine bekannte Tatsache, daß der elastische Widerstand aller Metalle bedeutend abnimmt, wenn man sie stark erhitzt. Der gleiche Sinn der Einwirkung ist aber auch schon bei einer geringen Temperaturerhöhung innerhalb der Temperaturgrenzen unserer Atmosphäre deutlich erkennbar. Infolge dieser Verminderung des elastischen Widerstandes tritt bei Erhöhung der Temperatur eine Vergrößerung der Schwingungsweite ein, und die gegenteilige Wirkung findet bei einer Temperaturerniedrigung statt.

Um zu erkennen, in welcher Weise die oben genannten Wirkungen der Temperatur den Uhrgang einzeln beeinflussen, ist es erforderlich, die Formel für die Schwingungsdauer des Gangordners festzustellen. Eine strenge Ableitung dieser Formel würde zu weit führen; es ist nur möglich, die Formel auf Grundlage der Ähnlichkeit der hin- und hergehenden Bewegung des Gangordners mit derjenigen eines unter dem Einflusse der Schwerkraft frei schwingenden Pendels aufzustellen.

Die Formel für die Schwingungsdauer des Pendels lautet bekanntlich:

$$T = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wo l die Pendellänge und g die Intensität der Schwere bedeutet. Infolge der Ähnlichkeit der Bewegungen der Unruhe und des Pendels muß man, um zu der für den Gangordner gültigen Formel zu gelangen, in der obigen Gleichung für l eine Größe A einführen, die von dem Gewichte und den Dimensionen der Unruhe abhängt, während g (Triebkraft des Pendels) durch einen Wert B zu ersetzen ist, der durch die Länge und die Elastizität der Spiralfeder (Triebkraft der Unruhe) bestimmt wird. Phillips hat nun den Beweis geführt, daß A das Trägheitsmoment der Unruhe ist, und daß B den Wert $M:L$ besitzt, wenn M das Elastizitätsmoment und L die Länge der Spirale bezeichnen. Demnach lautet die Formel für die Schwingungsdauer des Gangordners:

$$T = \pi \cdot \sqrt{\frac{A \cdot L}{M}}.$$

Diese Formel lehrt, daß die Schwingungsdauer sowohl durch das Anwachsen von A und L, als durch die Verkleinerung von M vergrößert wird; alle drei Wirkungen treten aber, wie aus den Darlegungen am Eingange dieses Paragraphen hervorgeht, bei steigender Temperatur ein, und deshalb wird der Gang des Chronometers bei steigender Temperatur langsamer.

Durch Beobachtungen und Berechnungen sind die numerischen Beträge der Gangveränderungen festgestellt worden, die durch jede einzelne dieser drei Wirkungen der Temperaturänderung erzeugt werden. Dabei hat sich ergeben, daß bei einem Marinechronometer, dessen Unruhe aus einem einfachen Messingringe besteht, ein Zurückbleiben von $11{,}2^s$ täglich eintritt, wenn die mittlere Tagestemperatur um $1°$ C. zunimmt. Davon entfallen $1{,}5^s$ auf die Ausdehnung der Unruhe, $0{,}5^s$ auf die Verlängerung der Spiralfeder und $9{,}2^s$ auf die Elastizitätsänderung der Spirale.

Aus den Dimensions- und Elastizitätsveränderungen der Metalle (infolge von Temperaturwirkungen) ergeben sich noch in anderer Weise Gangstörungen, die indessen gegenüber den vorhin beschriebenen von ziemlich geringem Betrage sind und deshalb hier nur kurz erwähnt werden sollen. Es ist bereits im vorigen Paragraphen darauf hingewiesen worden, daß aus der Längenveränderung

der Spirale gleichzeitig Störungen des Isochronismus entspringen. Außerdem können gangstörende Wirkungen dadurch hervorgerufen werden, daß erstens durch Dimensionsveränderungen der Räder die Reibungsverhältnisse im Uhrwerk geändert werden, und daß sich zweitens aus der Elastizitätsveränderung der Zugfeder Veränderungen in der Stärke des Antriebs ergeben. Als weitere Folgen beider Einflüsse treten Veränderungen der Schwingungsweite ein. — Berücksichtigt man außerdem, daß die gleiche Wirkung (wie oben schon hervorgehoben) in noch höherem Maße durch die Elastizitätsveränderungen der Spirale bei verschiedenen Temperaturen hervorgerufen wird, so erkennt man, wie wichtig es zur Vermeidung größerer Gangstörungen ist, daß der Isochronismus wenigstens angenähert hergestellt wird.

Schließlich sind hier noch die Wirkungen zu besprechen, die sich aus der Veränderung der Konsistenz des Öls bei verschiedenen Temperaturen ergeben. Das Öl ist in der Wärme stets dünnflüssiger als in der Kälte; infolgedessen wird im ersteren Falle die Reibung vermindert und die Schwingungsweite des Gangordners vergrößert werden. Also auch im Hinblick auf diese Wirkung ist die Herstellung des Isochronismus sehr wesentlich. Die Verringerung der Reibung an den Unruhzapfen bei höheren Temperaturen wirkt der oben erörterten, bei diesen Temperaturen eintretenden Gangverzögerung ein wenig entgegen. — Bei großer Kälte ist die Gefahr vorhanden, daß das Öl vollständig erstarrt, und daß die Uhr infolgedessen stehen bleibt.

§ 228. Um dem gangändernden Einflusse der Temperaturveränderungen entgegenzuwirken, ist die Unruhe mit einer Temperaturkompensation versehen, deren Einrichtung bereits beschrieben ist (§ 219). Wenn bei steigender Temperatur wegen der in § 227 besprochenen Wirkungen einerseits eine Verlangsamung des Ganges eintritt, so biegen sich gleichzeitig die freien Schenkel der Kompensationsunruhe infolge der größeren Ausdehnung der auf der Außenseite befindlichen Messingschicht nach innen; die Kompensationsmassen werden hierdurch der Unruhachse näher gebracht, das Trägheitsmoment des ganzen Systems wird verringert, und der Gang des Chronometers wird hierdurch andrerseits beschleunigt. Bei sinkender Temperatur findet eine entgegengesetzte Wirkung statt. Es ist aber einleuchtend, daß ein vollständiger Ausgleich beider Wirkungen für alle Temperaturen nie in aller Schärfe wird erreicht werden können; die Gangänderungen, die sich aus den Dimensionsveränderungen von Unruhe und Spirale und vor allem aus den Elastizitätsveränderungen der letzteren ergeben, erfolgen nach anderen Gesetzen als diejenigen Gangänderungen, die infolge der Wirksamkeit der Kompensationsunruhe eintreten.

Es bleibt deshalb dem Feinsteller weiter nichts übrig, als die Kompensationsmassen so einzustellen (§ 219), daß das Chronometer



bei zwei passend gewählten Temperaturen, z. B. bei 0° und bei 30° C., die gleichen Gänge zeigt; dann werden weder bei den zwischenliegenden noch bei den in der Praxis vorkommenden extremen Temperaturen sehr große Gangveränderungen auftreten. Ein für die soeben erwähnten Temperaturen genau kompensiertes Chronometer wird erfahrungsgemäß bei der Temperatur + 15° C. etwas mehr als zwei Sekunden gewinnen. Sind dagegen als Kompensationstemperaturen 0° und 15° C. oder 15° und 30° C. gewählt worden, so wird das Chronometer im ersten Falle bei 30° und im zweiten Falle bei 0° täglich etwa 4 bis 6 Sekunden zurückbleiben. Diese Gangabweichungen bezeichnet man als den »sekundären Kompensationsfehler« des Instruments.

Durch die Betrachtung der in § 227 abgeleiteten Formel für die Schwingungsdauer

$$T = \pi \cdot \sqrt{\frac{A \cdot L}{M}}$$

ergibt sich sofort, welche Mittel zur Herbeiführung einer Temperaturkompensation in Betracht gezogen werden können, und aus welchen Gründen die Wirksamkeit einer solchen Kompensation stets nur eine annähernd richtige bleiben kann. Wenn man von den Gangstörungen geringeren Betrages absieht, so handelt es sich darum, mit dem Gangordner eine Einrichtung zu verbinden, die bewirkt, daß der Betrag $A \cdot L : M$ für alle Temperaturen einen konstanten Wert behält. Da es unmöglich ist, auf das Elastizitätsmoment der Spirale M einzuwirken, so kann man dieses Ziel nur durch Veränderungen entweder des Wertes L oder des Wertes A erreichen. Die erstere Methode ist früher (kompensierende Rückervorrichtung § 235) versucht, dann aber aufgegeben worden, weil es nicht möglich war, dabei den Isochronismus herzustellen. Es bleibt daher nur übrig, die Unruhe so zu konstruieren, daß ihr Trägheitsmoment A bei steigender Temperatur in dem Maße verringert wird, in dem der Quotient $L : M$ wächst. Wenn man für einen Augenblick von den verhältnismäßig geringen, durch die Längenveränderung der Spirale hervorgerufenen Gangstörungen absieht (also L als konstant betrachtet), so ist demnach zu prüfen, ob es möglich ist, dem Quotienten $A : M$ einen für alle Temperaturen konstanten Wert zu geben. Versuche haben gezeigt, daß man die Veränderungen des Elastizitätsmoments der Spirale proportional den Veränderungen der Temperatur annehmen kann; die Formel für die Größe des Elastizitätsmoments muß also die Form besitzen

$$M = M_0 \cdot (1 + a_1 \cdot t),$$

wo t die von einem bestimmten Anfangspunkte (15° C.) gezählte Temperatur, M_0 das Elastizitätsmoment bei dieser Temperatur und a_1 eine konstante Größe bedeuten. Andrerseits lehrt die analytische Mechanik, daß die Veränderungen des Trägheitsmoments der Unruhe auf Grund einer Formel von der folgenden Form vor sich gehen:

$$A = A_0 \cdot (1 + a_2 \cdot t)^2.$$

Hierin ist a_2 ein Wert, den man zwar durch Verschiebung der kompensierenden Massen verändern kann, der indessen nach Ausführung der Feinstellung als eine konstante Größe zu betrachten ist.

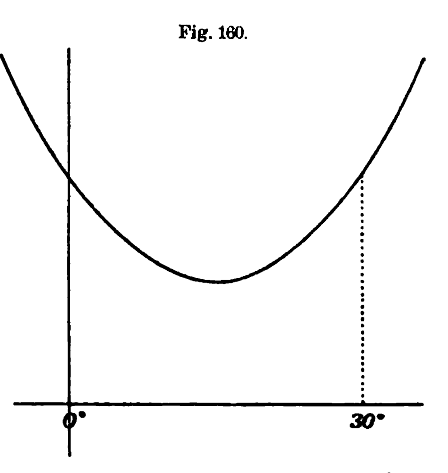
Man erkennt nun, daß es durch keine Wahl der Größe a_2 gelingen wird, den Quotienten

$$\frac{A}{M} = \frac{A_0}{M_0} \cdot \frac{(1 + a_2 \cdot t)^2}{1 + a_1 \cdot t}$$

unabhängig von der Temperatur t zu machen. Eine solche Unabhängigkeit aber ist nach der Formel für die Schwingungsdauer die Bedingung für eine vollständige Kompensation.

Die weitere mathematische Behandlung des Problems unter den oben erwähnten vereinfachenden Annahmen führt zu folgenden Resultaten. Wenn man in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (Fig. 160) die Temperaturen t als Abszissen und die Gangwerte g als Ordinaten einträgt, so ist die entstehende Kurve eine Parabel, deren Achse parallel zur g-Achse (y-Achse) liegt, und die nach der Seite der positiven g geöffnet ist. Dieses Ergebnis wird durch die Erfahrung im großen und ganzen bestätigt; eine vollkommene Übereinstimmung mit der Theorie ist schon aus dem Grunde nicht zu erwarten, weil bei der mathematischen Behandlung von den Temperaturwirkungen geringeren Betrages abgesehen werden muß.

Fig. 160.



Nimmt man an, daß bei einem Chronometer die Temperaturen 0° und 30° als Kompensationstemperaturen gewählt worden sind, so kann man auf Grund der vorstehenden Erörterungen folgende Schlüsse über das Verhalten des Instruments bei verschiedenen Temperaturen ableiten. Der Gang des Chronometers wird bei der Temperatur + 15° C. (Scheitelpunkt der Parabel) seinen kleinsten Wert annehmen; innerhalb der Grenzen 0° und 30° ist das durch die Kompensationsvorrichtung veränderte Trägheitsmoment der Unruhe zu klein, außerhalb jener Grenzen ist es zu groß. Die Kompensationsvorrichtung wirkt also bei hohen extremen Temperaturen nicht stark genug nach innen biegend und bei tiefen extremen Temperaturen zu stark nach außen biegend.

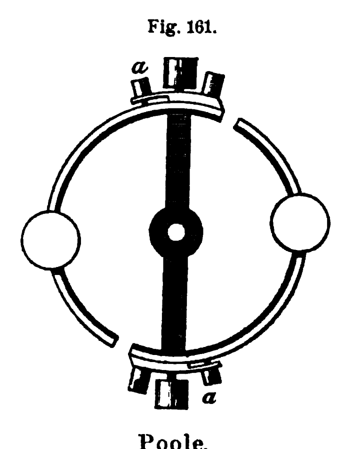
§ 229. Es stehen dem Feinsteller zwei Mittel zu Gebote, um die Unzulänglichkeiten der einfachen Kompensation innerhalb der Temperaturgrenzen der Atmosphäre wesentlich zu vermindern.' Dieser Zweck kann erstens durch das Verlassen des Isochronismus und zweitens durch die Anwendung einer sogenannten Hilfskompensation erreicht werden.

Es ist oben bereits erwähnt worden, aus welchen Gründen beim Übergang zu tieferen Temperaturen gleichzeitig eine Verringerung der Schwingungsweite eintritt. Wenn der Feinsteller nun erstens die Kompensation so einrichtet, daß bei einer höheren Temperatur als 0°, z. B. bei 10° C., der gleiche Gangwert wie bei 30° C. stattfindet, und wenn er zweitens den Isochronismus in dem Sinne verläßt, daß die Schwingungen von kleiner Schwingungsweite etwas schneller als diejenigen von größerer Schwingungsweite vollendet werden, so wird hierdurch der bei tiefen Temperaturen auftretenden Verlangsamung des Ganges entgegengewirkt. Die innerhalb der engeren Grenzen 10° und 30° stattfindenden Gangabweichungen sind natürlich erheblich geringer, als wenn man 0° und 30° als Kompensationspunkte gewählt haben würde. — Das Verlassen des Isochronismus über ein gewisses Maß hinaus zugunsten einer vollständigeren Temperaturkompensation kann aber unter Umständen ein

unregelmäßiges Verhalten des Chronometers zur Folge haben, weil Veränderungen der Schwingungsweite, wie oben bereits erwähnt worden ist, auch durch andere Ursachen als durch thermische Einflüsse herbeigeführt werden können. Solche Veränderungen treten z. B. hauptsächlich ein, wenn die Zapfenreibung infolge der Verdickung des Öls im Laufe der Zeit größer wird, oder wenn die Kraft der Zugfeder und damit die Größe des Antriebs sich verringert; auch Erschütterungen und Bewegungen des Instruments (Transport, Schiffsbewegung) können vorübergehend in demselben Sinne einwirken. Es ist klar, daß in solchen Fällen die Nachteile einer nicht isochronen Feinstellung hervortreten müssen. Von erfahrenen Uhrmachern wird deshalb empfohlen, den strengen Isochronismus nur so weit zu verlassen, daß bei kleinen Schwingungen eine Beschleunigung von höchstens zwei Sekunden im täglichen Gange eintritt.

§ 230. Ein zweites Mittel, um die bei der einfachen Temperaturkompensation übrigbleibenden Gangfehler mechanisch auszugleichen, wird durch die Anwendung einer sogenannten Hilfskompensation gegeben. Es sind während der letzten 50 Jahre für diesen Zweck eine so große Anzahl verschiedener Konstruktionen in Vorschlag gebracht worden, daß es unmöglich ist, an dieser Stelle eine vollständige Beschreibung der verschiedenen Anordnungen zu geben. Es werden daher im folgenden nur diejenigen Anordnungen erwähnt werden, die entweder bei den Chronometern der deutschen Marine häufiger benutzt werden, oder die zweitens als typische Formen von besonderem Interesse sind. — Zum besseren Verständnis sei nochmals auf die Mängel der einfachen Temperaturkompensation hingewiesen. Sie wirkt bei hohen Temperaturen nicht stark genug nach innen biegend und bei tiefen Temperaturen zu stark nach außen biegend, oder: Das Trägheitsmoment der Unruhe ist bei beiden Extremtemperaturen zu groß.

Fig. 161.



Poole.

Man kann die Hilfskompensationen nach der Art ihrer Wirksamkeit in zwei Klassen einteilen, erstens diskontinuierliche Hilfskompensationen, die nur bei extremen Temperaturen in Wirksamkeit treten, und kontinuierliche Hilfskompensationen, die beständig kompensierend wirken. Von den unten beschriebenen Anordnungen gehören die Zügelkompensationen und die Unruhe von Hartnup der letzteren Klasse an.

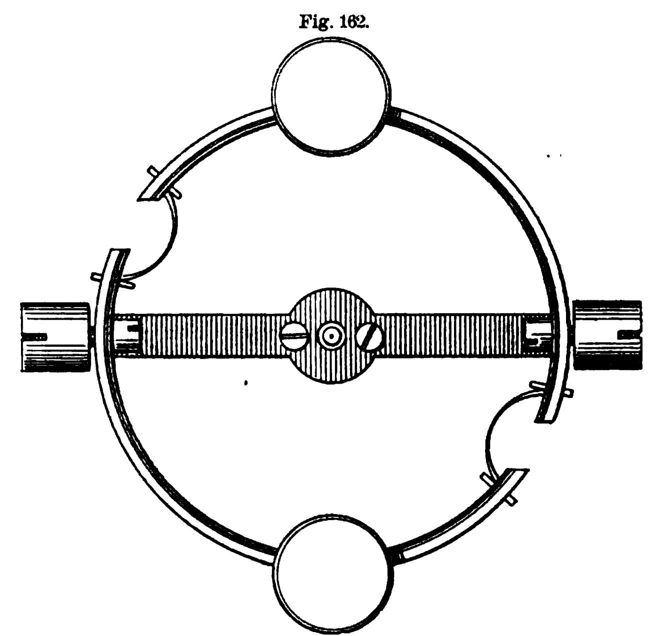
In Fig. 161 ist die Hilfskompensation von Poole dargestellt, bei der auf der

Außenseite jedes Unruhschenkels ein kurzer, mit einer Anlehnungsschraube (*a*) versehener Messingarm befestigt ist. Bei der Feinstellung des Instruments schiebt man die Kompensationspunkte nach der Seite der höheren Temperaturen zusammen, sodaß die Unruhe selbst noch bei den höchsten in der Praxis vorkommenden Temperaturen genügend kompensiert. Die Schrauben *a* werden so eingestellt, daß sich die Unruhschenkel etwa bei der Temperatur des tieferen Kompensationspunktes an diese Schrauben anlehnen; bei fernerem Sinken der Temperatur wird dann die Unruhe durch den Widerstand des starken Messingarms verhindert, zu stark nach außen biegend zu wirken.

Man pflegt diese Anordnung als »Hilfskompensation für Kälte« zu bezeichnen.

Sehr gute Resultate sind mit der äußerst einfachen, kontinuierlich wirkenden Zügelkompensation (Fig. 162) erzielt worden, die in Deutschland hauptsächlich

Fig. 162.



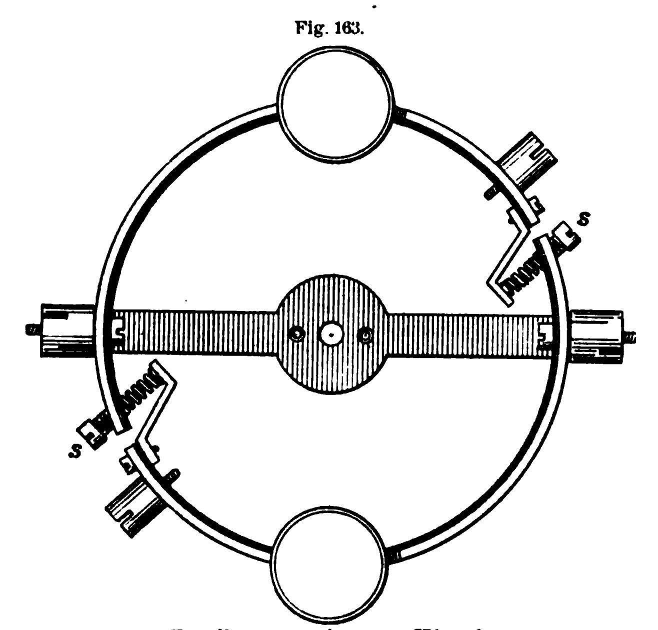
Englische Zügelkompensation.

durch die Firma W. G. Ehrlich in Bremerhaven eingeführt worden ist. Bei dieser Hilfskompensation sind die langen Unruhschenkel mit den kurzen Schenkeln vermittels einer dünnen Feder verbunden, durch die die Bewegung der langen Schenkel »gezügelt« wird. Die Feinstellung dieser Unruhe wird so ausgeführt, daß der Zügel bei tiefen Temperaturen der zu starken Bewegung der Unruhschenkel nach außen einen bedeutenden Widerstand entgegenstellt; dieser Widerstand muß beim Übergang zu mittleren und hohen Temperaturen allmählich geringer werden. Außerdem verschiebt man die Kompensationsgewichte derart, daß das Instrument ohne Einwirkung des Zügels überkompensiert ist, d. h., daß bei 30° und einer über 0° gelegenen Temperatur gleiche Gänge eintreten. Dadurch wird erreicht, daß bei passender Einstellung des Zügels wegen der Durchkreuzung beider Wirkungen ein besserer Ausgleich innerhalb der atmosphärischen Temperaturgrenzen herbeigeführt werden kann, als mit Hilfe der einfachen Kompensation. Die Wirksamkeit des Zügels kann sowohl durch Längenveränderung als auch durch Biegen und Schwächen der Zügelklinge verändert werden. Die Feinstellung dieser an sich einfachen Hilfskompensation erfordert

große Erfahrung, Geschicklichkeit und Geduld; nur wenn die Zügelkompensation aus den Händen eines auf diesem Sondergebiete der Feinstellung besonders erfahrenen Uhrmachers hervorgegangen war, haben Erfolge mit dieser Anordnung erreicht werden können. Johann Ehrlich († 1890) und Uhrig († 1897) waren Meister auf diesem Gebiete.

Nach ähnlichen Grundsätzen ist die in Fig. 163 dargestellte Zügelkompensation von A. Kittel in Altona konstruiert, bei der der bügelförmige Zügel durch

Fig. 163.



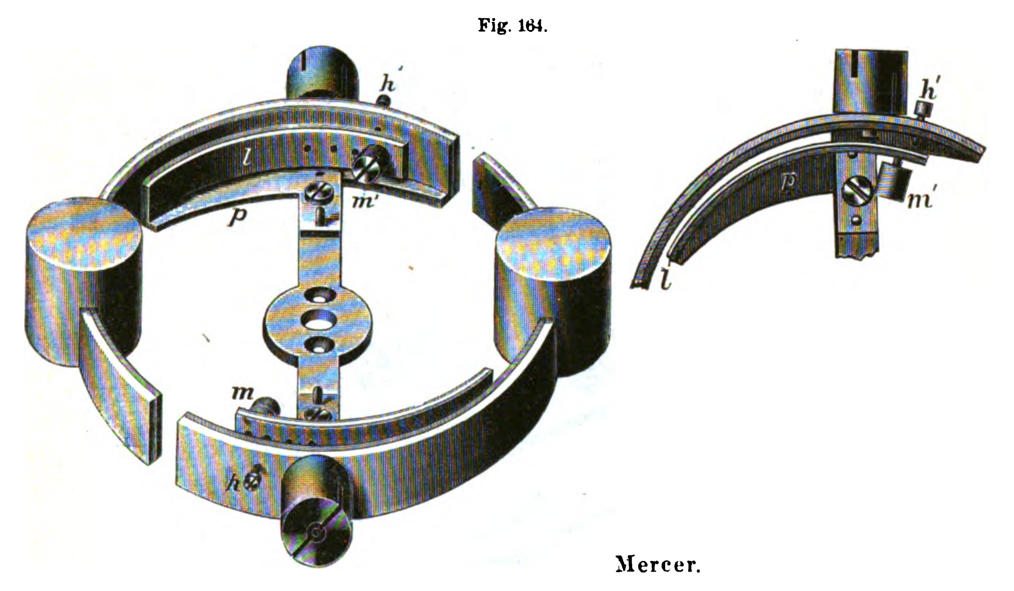
Zügelkompensation von Kittel.

eine zylindrische Spiralfeder ersetzt ist. Der Vorteil dieser Anordnung besteht darin, daß man bei der Feinstellung die Spannung der Zügelfeder, ohne daß weitere Eingriffe erforderlich sind, durch Verstellung der Schrauben *s* verändern kann.

Von Mercer in London sind zwei Hilfskompensationen, eine für Kälte und eine für Wärme, angegeben worden. Beide haben in ihrer äußeren Form viel Ähnlichkeit. An der Speiche der Unruhe ist das Stahlstück *p* festgeschraubt, von dessen schmalerem Ende eine doppeltmetallische Lamelle *l* ausgeht (Fig. 164). Bei der Hilfskompensation für Kälte wirkt diese Lamelle umgekehrt kompensierend, weil sich Stahl auf der Außenseite, Messing auf der Innenseite befindet. Bei der Feinstellung werden zunächst die großen Kompensationsmassen so eingestellt, daß bei mittleren und höheren Temperaturen ein genügender Ausgleich durch die langen Schenkel der Unruhe, also durch die einfache Temperaturkompensation, bewirkt wird. Die oben erwähnten, umgekehrt kompensierten Lamellen werden bei diesen Temperaturen durch die Anlehnung an die Schrauben *h* und *h'* verhindert, Veränderungen des Trägheitsmoments hervorzubringen. In der Kälte dagegen werden infolge der umgekehrten Kompensation die kleinen Gewichte *m* und *m'* der Unruhachse näher gebracht, und es wird hierdurch das Trägheitsmoment verringert. Veränderungen in der Wirksamkeit der Hilfskompensation können, außer durch die Anlehnungsschrauben, dadurch herbeigeführt werden, daß man die Massen *m* und *m'* verstellt; zu dem Zwecke sind in die umgekehrt kompensierten Lamellen mehrere Schraubenlöcher eingebohrt. — Bei Mercers Hilfskompensation für Wärme wirkt die doppeltmetallische Lamelle *l*

direkt kompensierend, d. h. Messing ist auf der Außenseite und Stahl auf der Innenseite. In der Kälte und bei mittleren Temperaturen verändern die Teile der Hilfskompensation ihre Stellung nicht, weil sich die Lamelle bei diesen Temperaturen an die Schrauben h und h' anlehnt; dagegen werden bei hohen Temperaturen die Massen m und m' der Unruhachse näher gebracht.

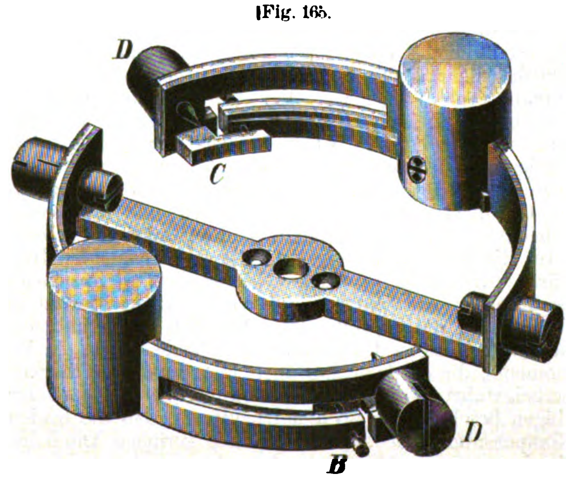
Fig. 164.



Mercer.

Mit gutem Erfolge sind ferner die Hilfskompensationen für Kälte von Kullberg, besonders die zweite (Fig. 165), angewendet worden. Die freien Enden der Schenkel sind horizontal aufgeschnitten, und zwar ist der Stahlteil der unteren Hälfte beträchtlich verstärkt stehen geblieben, sodaß er bei Temperaturänderungen die Biegung der Schenkel nicht mitmacht, sondern starr bleibt. An ihren Enden tragen diese Hälften die Anlehnungsschrauben B. Die oberen Hälften sind an ihren Enden nach unten verlängert und mit den vorspringenden Stücken C versehen. Sie tragen außerdem die Hilfskompensationsmassen D. Die Einstellung wird so vorgenommen, daß die Kompensation bei hohen und mittleren Temperaturen, bei denen das Stück C von der Schraube B frei ist, wie eine einfache Kompensation wirkt.

Fig. 165.



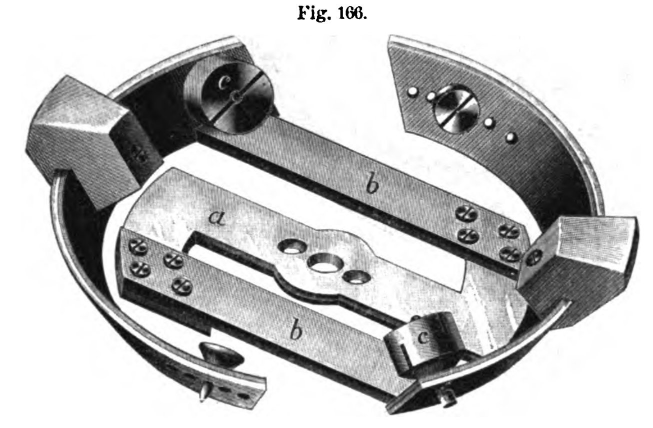
Kullberg II.

Beim Übergang zu tiefen Temperaturen lehnt sich *C* an die Schraube *B* an und verhindert infolge der Starrheit der unteren Hälfte des aufgeschnittenen Teiles ein weiteres Nach-außen-Biegen der Hilfskompensationsmassen *D*. Die kompensierende Wirkung des aufgeschnittenen Teiles der Schenkel wird somit bei tiefen Temperaturen aufgehoben.

Diese Hilfskompensation ist gegenwärtig die am meisten benutzte. Ihre Vorteile bestehen erstens darin, daß die Feinstellung leichter ausgeführt werden kann als bei der Mehrzahl der übrigen Hilfskompensationen; zweitens zeigt die Erfahrung, daß diese Anordnung sehr beständig in ihrer Wirksamkeit ist. Die meisten neueren Chronometer der Firmen W. Bröcking und Th. Knoblich Nachfolger in Hamburg, H. Diedrich und F. Lidecke in Geestemünde, W. G. Ehrlich in Bremerhaven und F. Schlesicky in Frankfurt a. M. sind mit dieser Hilfskompensation versehen.

Bei der Unruhe von John Hartnup (Direktor der Sternwarte zu Liverpool), die zuerst von Shepherd in London hergestellt wurde, bestehen die Speichen *a* und *b* (Fig. 166) aus zwei Metallen, und zwar liegt bei der mittleren Speiche *a*

Fig. 166.



Hartnup.

die Messingschicht, bei den beiden seitlichen, zur mittleren parallelen Speichen *b* die Stahlschicht oben. Die Schenkel stehen im Gegensatz zu der einfachen Unruhe nicht senkrecht zu den Speichen, sondern sind gegen sie unter einem Winkel von 45° geneigt. Bei den gleichfalls doppeltmetallischen Schenkeln ist wie bei der einfachen Unruhe Messing auf der Außenseite, Stahl auf der Innenseite. Diese Unruhe wirkt in der Wärme folgendermaßen. Die Enden der mittleren Speiche *a* biegen sich nach unten, dagegen krümmen sich die Speichen *b* nach oben. Beide Formveränderungen bewirken erstens, daß sämtliche Massen der Unruhachse näher gebracht werden, und zweitens, daß die schräge stehenden Schenkel sich der senkrechten Stellung nähern. Infolge des letzteren Umstandes wird die kompensierende Wirkung bei steigender Temperatur immer mehr verstärkt. In der Kälte dagegen biegen sich die Speichen entgegengesetzt als vorhin beschrieben; es werden hierdurch sämtliche Massen der Unruhachse näher gebracht, und die doppeltmetallischen Schenkel erhalten eine Neigung, die geringer ist als bei mittlerer Temperatur. Infolgedessen ist die Vergrößerung des Trägheitsmoments, die in der Kälte auch hier durch das Biegen der Schenkel nach außen herbeigeführt wird, nicht so stark wie bei der einfachen Unruhe. Es ist zu der obigen Beschreibung noch hinzuzufügen, daß die beiden Schrauben *c*, die an der Kompensation einen verhältnismäßig geringen Anteil haben, zur Veränderung des absoluten Gangwertes benutzt werden.

2. Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf den Chronometergang.

§ 231. Durch ausgedehnte Versuche auf dem Kieler Chronometer-Observatorium (Prof. Dr. Peters) und auf der Deutschen Seewarte ist festgestellt worden, daß durch die Feuchtigkeit der atmosphärischen Luft ein wesentlicher Einfluß auf den Chronometergang ausgeübt wird, und zwar entspricht der Vermehrung der Feuchtigkeit stets ein Zurückbleiben des Chronometers. Dieser Sinn der Einwirkung ist vielleicht darauf zurückzuführen, daß sich bei zunehmender Feuchtigkeit mikroskopische Niederschläge auf der Unruhe und Spirale bilden, die eine Vergrößerung des Trägheitsmomentes zur Folge haben. Es ist indessen nicht sicher, ob diese Erklärung vollständig zutreffend ist, oder ob die folgende, die von Caspari herrührt, größere Wahrscheinlichkeit besitzt.

Man hat die Beobachtung gemacht, daß Pendeluhren, die bei mittleren Luftfeuchtigkeiten ein gutes Verhalten gezeigt hatten, in vollkommen trockener Luft alsbald stehen blieben. Hierdurch ist Caspari zu der Vermutung geführt worden, daß unter gewöhnlichen atmosphärischen Verhältnissen mikroskopische Feuchtigkeitsniederschläge stattfinden, durch die die Reibung in allen Teilen des Räderwerks wesentlich vermindert wird. Jede Verringerung der Reibung aber hat beim Chronometer eine Vergrößerung in der Wirkung des Antriebs zur Folge; die Unruhe wird deshalb bei Vermehrung der Feuchtigkeit zu einer größeren Schwingungsweite übergehen. Nun sind aber, wie oben bereits erwähnt worden ist, die Chronometer zur Erleichterung der Temperaturkompensation fast ausnahmslos so feingestellt, daß die großen Schwingungen ein wenig langsamer als die kleinen ausgeführt werden, es wird deshalb bei dieser nichtisochronen Feinstellung die Vermehrung der Luftfeuchtigkeit ein Zurückbleiben des Chronometers herbeiführen.

Die auf der Seewarte ausgeführten Untersuchungen, bei denen unter besonderer Rücksichtnahme auf die Verhältnisse an Bord während längerer Zeit sehr hohe Luftfeuchtigkeit zur Anwendung gebracht wurde, haben aber andrerseits gezeigt, daß der gangändernde Einfluß der Feuchtigkeit nicht etwa, wie bei der Temperatur, ein regelmäßiger und unter denselben Feuchtigkeitsverhältnissen in gleichem Betrage wiederkehrender ist; es nahm vielmehr durchweg im Laufe der Untersuchung die Empfindlichkeit der Instrumente gegen die Beeinflussung durch die Feuchtigkeit zu. Man kann hieraus den Schluß ziehen, daß die hygroskopische Wirkung in dem Maße wächst, in dem die durch hohe Feuchtigkeiten stark beförderte Rost- und Schimmelpilzbildung am Gangordner zunimmt.

Diese Ergebnisse lassen erkennen, daß eine rechnerische Berücksichtigung des Feuchtigkeitseinflusses bei der Vorausberechnung des Chronometerstandes an Bord nicht möglich ist, und daß man andrerseits darauf bedacht sein muß, das Instrument durch besondere Vorsichtsmaßregeln, die in § 246 näher dargelegt werden, tunlichst gegen die zerstörende Wirkung hoher Feuchtigkeiten zu schützen.

Die durch hohe Feuchtigkeit begünstigte Rostbildung kann, besonders wenn sie am Gangordner auftritt, die Brauchbarkeit des Chronometers bedeutend beeinträchtigen. An der Spirale kann schon

ein kleiner Rostfleck ein Zurückbleiben um mehrere Sekunden täglich hervorbringen. Dieser Sinn der Gangänderung tritt ein, weil erstens das Gewicht der Spirale durch das Gewicht des absorbierten Sauerstoffs vermehrt, und zweitens die Stärke der stählernen Spiralklinge und infolgedessen auch ihre Elastizität vermindert wird.

Durch die Veränderungen des Luftdrucks können gleichfalls Störungen des Chronometerganges herbeigeführt werden, doch sind die aus dieser Quelle stammenden Gangveränderungen, besonders wenn der Isochronismus nahezu hergestellt ist, so gering, daß sie für die nautische Praxis nicht in Betracht kommen.

3. Störungen des Ganges durch Änderungen der Molekularstruktur der Metalle und durch festen Magnetismus einzelner Stahlteile.

§ 232. Veränderungen in der Molekularstruktur pflegen besonders dann einzutreten, wenn das Metall durch plötzliche Temperaturveränderungen oder starke mechanische Erschütterungen betroffen wird. Wenngleich bei vorsichtiger Behandlung des Chronometers extreme Fälle dieser Art kaum stattfinden können, muß man annehmen, daß selbst geringe Temperaturveränderungen und mäßige Erschütterungen beim Transport oder durch Sturzseen an Bord den molekularen Zustand der Metalle, hauptsächlich der Unruhe und der Spirale, in gleicher Weise beeinflussen. Ferner übt im Laufe der Zeit die schwingende Bewegung des Gangordners eine merkbare Wirkung auf die Lagerung der Massenteile aus. Man hat, ähnlich wie bei Kanonen und lange benutzten Hängebrücken, konstatiert, daß die an den Bruchflächen erkennbare, ursprünglich faserförmige Struktur der Metalle in ein kristallinisches Gefüge übergeht, und daß die Kohäsion sowie die Elastizität wesentlich abnehmen. Hierdurch werden in bezug auf die Unruhe Veränderungen in der kompensierenden Wirkung, in bezug auf die Spirale Störungen der Schwingungsdauer und des Isochronismus hervorgebracht. — Derartige Veränderungen können an Bord weder erkannt noch bei der Vorausberechnung berücksichtigt werden; nur durch vorsichtige Behandlung des Instruments vermag man die aus dieser Quelle stammenden Gangstörungen möglichst zu vermeiden. Es treten übrigens erfahrungsgemäß in Chronometern, bei denen die Teile des Gangordners aus homogenen Metallstücken angefertigt sind, die durch die schwingende Bewegung hervorgerufenen Veränderungen nur ganz allmählich hervor, sodaß hierdurch wohl kaum erhebliche Fehler bei der Vorausberechnung entstehen können.

Die soeben besprochene, erst nach Verlauf langer Jahre auftretende Elastizitätsabnahme der Spirale ist nicht zu verwechseln mit einer Erscheinung entgegengesetzter Natur, die sich häufig bei gut gearbeiteten, neuen Chronometern zeigt. Durch das Biegen der Spiralenden in die Form der Phillips'schen Kurven, vorzüglich wenn dies mit einer kalten Zange geschieht, werden im Spiraldrahte starke Spannungen hervorgebracht. Diese Spannungen vermindern sich durch die



schwingende Bewegung: jede derartige Verringerung hat eine Vergrößerung der Elastizität zur Folge und diese wiederum bewirkt ein Voreilen (Accelerieren) des Chronometers. Die Gangveränderung in diesem Sinne tritt in geringerem Maße auf, wenn das Biegen der Spiralenden mit einer blauheißen Zange vorgenommen wird. — Der Härtegrad des Spiraldrahtes ist von Einfluß auf das Andauern des Voreilens; es ist im allgemeinen bei weichen Spiralfedern kürzer als bei harten. Andrerseits ist aber die Anwendung eines mittleren (und nicht eines zu geringen) Härtegrades zu empfehlen; zu weiche Spiralfedern zeigen bald schwankende und unzuverlässige Gänge, zu harte brechen leicht.

Sehr bedeutende Gangstörungen können dadurch hervorgerufen werden, daß die Teile des Gangordners festen Magnetismus annehmen; dieser Zustand kann eintreten, wenn sich das Instrument längere Zeit in einem starken magnetischen Felde befindet. Der Gang wird in solchen Fällen von der Aufstellung des Chronometers in bezug auf den magnetischen Meridian abhängig sein.

Die Erfahrung hat gezeigt, daß die Beseitigung des festen Magnetismus durch ein Entmagnetisierungsverfahren nicht immer erfolgreich gewesen ist; es ist deshalb zu empfehlen, in solchen Fällen sämtliche magnetischen Teile beseitigen und durch neue ersetzen zu lassen. — Mit besonderer Sorgfalt ist über das Verhalten des Chronometers zu wachen, wenn der Blitz in das Schiff oder in dessen Nähe eingeschlagen hat, da durch ein solches Ereignis sehr beträchtliche Gangstörungen herbeigeführt werden können.

4. Störungen durch Änderungen in der Konsistenz des Öls.

§ 233. Man hat häufig, und mit Recht, das Öl als ein notwendiges Übel des Chronometers bezeichnet, weil es vielfach die Ursache unvorhergesehener Gangstörungen gewesen ist, die wiederum das Erkennen anderer Eigentümlichkeiten des Instruments erschwert haben. Im allgemeinen kann man annehmen, daß selbst das beste Öl nicht viel länger als drei Jahre seine gute Beschaffenheit behält. Wenn sich verdicktes oder durch metallische Beimengungen verunreinigtes Öl in den Zapfenlöchern der Unruhe befindet, so wird die letztere infolge des vergrößerten Reibungswiderstandes zu kleineren Schwingungen übergehen. Da aber, wie schon mehrfach erwähnt, die kleinen Schwingungen meist etwas schneller als die großen vollendet werden, so entspringt hieraus ein Voreilen im Gange, das den aus der vermehrten Zapfenreibung hervorgehenden, verzögernden Einfluß noch wesentlich übertrifft. Die häufig gemachte Beobachtung, daß Chronometer, die mehrere Jahre hindurch ohne Erneuerung des Öls benutzt wurden, einen stark voreilenden Gang zeigen, ist auf diesen Umstand zurückzuführen.

Bezüglich der Frage, welches Öl sich am besten für das Chronometer eignet, sind die Ansichten geteilt. Einige Uhrmacher verwenden rein vegetabilische Öle (Olivenöl. Rüböl, Mohnöl usw.); andere bevorzugen die dünnflüssigen Öle animalischen Ursprungs (Knochenöl, Fischöl); endlich werden auch vielfach Mischungen beider Arten empfohlen.



Man pflegt das Öl zunächst starker Kälte auszusetzen und für den Gebrauch in Chronometern denjenigen Teil abzusondern, der hierbei dünnflüssig bleibt. Gutes Chronometeröl muß vollständig neutral (vor allem vollständig säurefrei) sein, damit durch das Öl keine chemischen Einwirkungen auf die Metallteile herbeigeführt werden.

5. Einfluß der Schiffsbewegung auf den Gang des Chronometers.

§ 234. Um den Einfluß der Schiffsbewegung auf den Gang des Chronometers zu ermitteln, sind auf der Deutschen Seewarte, hauptsächlich in den Jahren 1886 und 1903, Untersuchungen mit Hilfe eines jene Bewegungen nachahmenden Schaukelapparates ausgeführt worden. Es haben sich hierbei als Mittelwerte der Änderungen des täglichen Ganges für die einzelnen Bewegungsarten des Apparates und deren Kombinationen die folgenden Beträge ergeben.

1. Reihe, 1886 (4 Chronometer).

	Gang-änderung.
1. Einfaches Rotieren	$-0{,}16^s$
2. Rotieren und Schlingern	$-0{,}25$
3. Rotieren und Stampfen	$-0{,}02$
4. Rotieren mit Schlingern und Stampfen	$-1{,}25$
5. Rotieren mit Schlingern, Stampfen und Stößen	$-1{,}52$

2. Reihe, 1903 (11 Chronometer).

	Gang-änderung.
1. Einfaches Rotieren	$-0{,}16^s$
2. Rotieren und Schlingern	$+0{,}01$
3. Rotieren und Stampfen	$-0{,}21$
4. Rotieren mit Schlingern und Stampfen	$-2{,}51$
5. Rotieren mit Stößen	$+0{,}45$
6. Rotieren mit Schlingern und Stößen	$+0{,}13$
7. Rotieren mit Stampfen und Stößen	$+0{,}01$
8. Rotieren mit Schlingern, Stampfen und Stößen	$-1{,}19$

Man erkennt aus diesen Werten, daß im allgemeinen die einfache Vorwärtsbewegung (beim Apparat das Rotieren, Versuch 1) sowie das Schlingern und Stampfen (Versuch 2, 3 und 4) eine beschleunigende Wirkung auf den Chronometergang ausüben, ganz besonders tritt dieser Sinn der Gangänderung bei der kombinierten Bewegung hervor. Der Grund für die letztere Erscheinung ist jedenfalls darin zu suchen, daß eine bedeutende Komponente der kombinierten Bewegung in der Ebene der Chronometerunruhe liegt. — Bei der Anordnung der zweiten Beobachtungsreihe war in erster Linie darauf Rücksicht genommen worden, die Wirkung von Stößen auf den Chronometergang, die durch die erste Reihe noch nicht genügend festgestellt zu sein schien, zu ermitteln. Diese zweite Beobachtungsreihe hat nun zu dem Ergebnis geführt, daß Stöße den Gang durchweg verzögernd beeinflussen.

Es ist nach der Überführung vom Lande an Bord häufig die Beobachtung gemacht worden, daß zunächst eine Verzögerung des Ganges eintritt. Dieser Sinn der Gangänderung ist, abgesehen von gelegentlichen Erschütterungen der Instrumente durch Brechseen, hauptsächlich auf den oben erwähnten Einfluß der vermehrten Luftfeuchtigkeit zurückzuführen, der im allgemeinen nicht allein die beschleunigende Wirkung der Schiffsbewegung aufhebt, sondern bedeutend übertrifft.

III. Geschichtliches.

§ 235. Der Vorschlag, Längendifferenzen durch Zeitübertragung zu ermitteln, ist wahrscheinlich zuerst von Hernando Colon, einem Sohne des Christoph Columbus, gemacht worden. Dieser hat das Prinzip der Methode am 15. April 1524 auf einer Versammlung in Badajoz erwähnt. Nach anderen Geschichtsforschern soll das Problem zuerst in dem verlorenen Werke von Alonso



de St. Cruz »De las longitudinas«, das in den Jahren zwischen 1520 bis 1530 geschrieben wurde, aufgestellt worden sein.

Die ersten praktischen Versuche mit der Methode der Zeitübertragung sind auf Veranlassung des holländischen Physikers Huyghens († 1695), des Erfinders der Pendeluhren, durch den schottischen Kapitän Holmes im Jahre 1664 und später durch den Herzog von Bellefort auf einer Expedition nach Kreta ausgeführt worden. In beiden Fällen benutzte man zur Zeitübertragung mehrere doppelachsig aufgehängte Pendeluhren, die an verschiedenen Stellen des Schiffes so angebracht waren, daß die Schwingungsebenen der Pendel in verschiedenen Richtungen lagen. Als Triebkraft dieser Uhren diente die von Peter Hele in Nürnberg (um 1500) bereits eingeführte Zugfeder. Die Versuche von Huyghens lieferten indessen ziemlich unzulängliche Resultate und wurden deshalb später wieder aufgegeben.

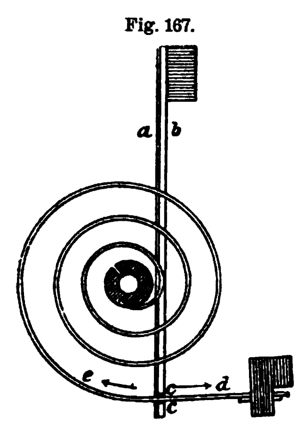
Der Abt De Hautefeuille soll im Jahre 1674 zuerst eine mit einer geraden Feder verbundene Unruhe als Gangordner verwendet haben. (Nach anderen wird diese Erfindung Dr. Hooke in London zugeschrieben.) Huyghens vervollkommnete diese Anordnung im folgenden Jahre dadurch, daß er die gerade Feder durch eine spiralförmige ersetzte; gleichzeitig sprach er die Ansicht aus, daß dieser neue Gangordner ganz besonders für Seeuhren geeignet sein würde. Trotzdem der berühmte Philosoph und Naturforscher Leibniz († 1714) dieser Ansicht beitrat und weitere Vorschläge für die Einrichtung der einzelnen Teile eines solchen Gangordners machte, gelangte dieses System bei Seeuhren Jahrzehnte hindurch nicht zur praktischen Anwendung. Selbst der geschickte englische Uhrmacher Henry Sully (ein persönlicher Freund Isaak Newtons und Schützling des Prinzen Eugen von Savoyen), der in der Herstellung brauchbarer Seeuhren seine Lebensaufgabe erblickte und dieses Ziel rastlos und unter äußeren Entbehrungen besonders während seines Aufenthaltes in Paris (1716 bis 1728) verfolgte, bediente sich bei Anfertigung seiner Werke nur teilweise dieser Vorschläge. Sullys Uhren waren mit einer kreisrunden, vertikal schwingenden Unruhe versehen, die Spiralfeder war durch einen besonderen, komplizierten Mechanismus ersetzt. — Trotzdem die Instrumente Sullys bei den im Jahre 1726 von Bordeaux aus unternommenen Versuchsreisen keineswegs den hohen Erwartungen ihres Verfertigers entsprachen, gebührt diesem talentvollen Manne eine ehrenvolle Erwähnung, weil die von ihm in zwei Schriften niedergelegten praktischen Erfahrungen und Verbesserungen, vor allem seine Vorschläge zur Verminderung der Zapfenreibung, wesentlich zur Entwicklung der Chronometrie beigetragen haben.

Die erste erfolgreiche Anwendung der Methode der Zeitübertragung konnte im Jahre 1736 auf der Reise eines englischen Kriegsschiffes von London nach Lissabon ausgeführt werden, nachdem es der hohen Erfindungsgabe des englischen Uhrmachers John Harrison (1693 bis 1776) gelungen war, ein »Chronometer« von einer bis dahin an Bord unerreichten Zuverlässigkeit herzustellen. Harrison hat im Laufe seiner mehr als fünfzigjährigen Tätigkeit im ganzen vier Instrumente verschiedener Konstruktion angefertigt, von denen jedes einzelne die vorhergehenden an Brauchbarkeit übertraf.

Zur Charakterisierung der wesentlichsten Konstruktionsprinzipien dieser Chronometer mögen die folgenden Bemerkungen dienen. Harrison benutzte als Triebkraft für seine Seeuhren eine starke stählerne Feder, deren Wirksamkeit durch die Einschaltung einer Schnecke gleichmäßig gemacht wurde. (Die Schnecke war bereits im Jahre 1618 durch Robert Fludd in London erfunden worden.) Ferner verband er mit der Schnecke eine Hilfsfeder, um die bewegende Kraft während des Aufziehens zu ersetzen. Da ihm trotz der Einschaltung der Schnecke die Triebkraft nicht genügend gleichmäßig wirkend erschien, so fügte er in das Innere des letzten Rades des Räderwerkes eine stets angespannte schwache Feder ein, die unmittelbar auf die Unruhe wirkte und mehrere Male in jeder Minute durch die Hauptfeder vollständig aufgezogen wurde. Als Hemmung benutzte Harrison den sogenannten Spindelgang, den er aber

dadurch, daß er den einzelnen Teilen eine zweckentsprechendere Form gab und die Paletten aus Diamant verfertigte, teilweise von den ihm sonst anhaftenden Mängeln befreite. Die Unruhe, die einen Durchmesser von 56 mm hatte und dreimal so schwer war wie die Unruhe der gewöhnlichen Taschenuhren, machte fünf Schwingungen in der Sekunde. Die Zapfen der Unruhe sowie diejenigen des Räderwerkes liefen in Rubinlöchern und ihre Enden stützten sich auf Diamantplatten. Die Spiralfeder hatte eine flache Form und besaß eine geringe Zahl von Umgängen. Ihr wirksamer Teil wurde durch zwei Stifte (*c c* Fig. 167), die auf einer Kompensationsfeder befestigt waren, abgegrenzt. Diese Feder bestand aus einer Stahllamelle *a* und einer Messinglamelle *b*, die an mehreren Stellen miteinander vernietet waren. Infolge der ungleichen Ausdehnung beider Metalle biegt sich die Feder in der Richtung des Pfeiles *d*, wenn die Temperatur sinkt, und in der Richtung *e*, wenn die Temperatur steigt. Durch diese Veränderungen in der elastischen Wirkung der Spiralfeder gelang es Harrison, die Temperaturkompensation näherungsweise zu erreichen.

Fig. 167.



Eine andere, den Chronometern Harrisons eigentümliche Einrichtung bestand in der Verwendung zykloidischer Wangen, um den Isochronismus der Unruhschwingungen herzustellen. Die Spiralfeder lehnte sich teilweise an eine zykloidische Kurve und verließ sie bei den größeren Schwingungen auf größere Strecken als bei den kleineren Schwingungen.

Das Beispiel und die Erfolge Harrisons wirkten anregend auch auf andere Künstler, und innerhalb weniger Jahrzehnte wurden die Seeuhren durch Verbesserungen der einzelnen Teile zu einem hohen Grade der Genauigkeit und Zuverlässigkeit gebracht. Pierre Leroy entdeckte, daß eine Spiralfeder von einer gewissen Länge, die durch Versuche ermittelt werden kann, isochrone Schwingungen macht. Derselbe Künstler übertrug die Temperaturkompensation, um Störungen im Isochronismus der Spiralfeder zu vermeiden, von letzterer auf die Unruhe; er verband zu diesem Zwecke mit der aus einem massiven Messingringe bestehenden Unruhe zwei Thermometer, die teils mit Weingeist, teils mit Quecksilber gefüllt waren. Ferdinand Berthoud, John Arnold und Thomas Earnshaw verbesserten diese Einrichtung, indem sie die Thermometer durch Reifen ersetzten, die aus zwei Metallen zusammengelötet waren.

Arnold führte ferner die zylindrische Spiralfeder ein, die bei der Gleichheit ihrer Windungen schneller den Isochronismus finden und das Zusammentreffen des Schwerpunktes mit dem Mittelpunkte der Bewegung leichter erhalten läßt (vgl. §226).

Der Londoner Uhrmacher Thomas Mudge verfertigte im Jahre 1754 nach den Angaben des jungen schweizer Gelehrten Joh. Jacob Huber die erste freie Hemmung; Mudge, Arnold und Earnshaw erfanden später neue Formen dieser Vorrichtung, durch die bei größerer Einfachheit vermehrte Zuverlässigkeit gewährleistet wurde. Die jetzt in Chronometern fast allgemein angewandte Federhemmung wurde zuerst von Earnshaw hergestellt.

Endlich haben sich seit dem Anfange des 19. Jahrhunderts viele Gelehrte und Uhrmacher damit beschäftigt, zur Beseitigung des sekundären Kompensationsfehlers die einfache Kompensationsunruhe durch eine verbesserte Unruhe zu ersetzen oder an erstere eine Hilfskompensation anzubringen. Aus der großen Zahl dieser Erfinder mögen die folgenden erwähnt werden, deren Vorschläge bei einer größeren Anzahl Instrumente praktisch verwendet worden sind: Hardy, Dent, Molyneux, Eiffe, Loseby, Airy, Poole, Hartnup, Heinrich, Kullberg, Winnerl, Mercer, Uhrig, Matth. Petersen, Kittel und E. Bröcking.

Zweiter Abschnitt.

Die Chronometerkontrolle.

§ 236. Da man nach dem vorhergehenden selbst von dem vorzüglichsten Chronometer nicht erwarten kann, daß es stets die mittlere Greenwicher Zeit genau richtig anzeigt, ist man genötigt, jede sich bietende Gelegenheit zu benutzen, um den Betrag festzustellen, um den das Chronometer gegen mittlere Greenwicher Zeit voraus oder zurück ist, d. h. den »Stand« des Chronometers gegen mittlere Greenwicher Zeit zu bestimmen. — Die Reihe dieser Standbestimmungen und die Ergebnisse der auf dem Observatorium ausgeführten Prüfung des Chronometers bieten alsdann ein Mittel, um für die nächste Zeit (also während der nächsten Seereise) die Abweichung der Angaben des Instruments gegen die mittlere Greenwicher Zeit mit hinreichender Genauigkeit zu ermitteln.

A. »Stand« und »Gang« des Chronometers.

Man versteht unter »Stand des Chronometers« die Abweichung der von ihm angezeigten Zeit gegen mittlere Greenwicher Zeit. Ist das Chronometer gegen die mittlere Greenwicher Zeit zurück, so kennzeichnet man den Stand durch das positive Vorzeichen; zeigt das Chronometer gegen mittlere Greenwicher Zeit vor, so erhält der Stand das negative Vorzeichen. Der Stand besitzt also dasjenige Vorzeichen, mit dem sein absoluter Betrag an die Angabe des Chronometers anzubringen ist, um mittlere Greenwicher Zeit zu ergeben. Der Stand ist die mit dem anzuwendenden Vorzeichen versehene Korrektion. Also

$$\text{mittlere Greenwicher Zeit} = \text{Chronometerzeit} + \text{Stand}.$$

Man bezeichnet ferner als den »täglichen Gang« des Chronometers die Anzahl Sekunden, um die das Chronometer in einem Tage (24 Stunden) gegen mittlere Sonnenzeit zurückbleibt (retardiert) oder voreilt (acceleriert). Demnach ist der tägliche Gang die Änderung des Standes in einem Tage. Man bezeichnet den Gang mit dem positiven Vorzeichen, wenn das Chronometer zurückbleibt, und mit dem negativen Vorzeichen, wenn es voreilt. Es ist

$$\text{Stand am zweiten Tage} = \text{Stand am ersten Tage} + \text{Gang}.$$

In der französischen Kriegsmarine ist eine andere Bezeichnung üblich. Man bezieht dort den Stand auf mittlere Pariser Zeit und gibt ihm stets das positive Vorzeichen; z. B. würde die Standangabe

$$-1^h\,23^m\,37{,}8^s \text{ (voraus)}$$

nach französischer Bezeichnung lauten

$$+10^h\,36^m\,22{,}2^s.$$

Bei positiven Ständen besteht natürlich kein Unterschied zwischen beiden Bezeichnungsweisen; ebenfalls stimmen die Vorzeichen, die den Gangwerten vorangesetzt werden, in beiden Fällen miteinander überein.

Leider besteht auch in Deutschland bezüglich der Vorzeichenwahl bei Stand- und Gangangaben keine vollständige Einheitlichkeit; es wird deshalb bei der Empfangnahme solcher Angaben in vielen Fällen erforderlich sein, daß man sich durch Beifügung der Bezeichnungen

»zurück« oder »voraus« (Stand)
»verlierend« oder »gewinnend« (Gang)

eine genaue Erklärung bezüglich der gewählten Vorzeichen geben läßt.

Aus zwei bekannten Ständen, die für bestimmte Zeitpunkte gültig sind, findet man demnach den Gang (g) des Chronometers als den Unterschied der beiden Stände (S_2 und S_1) dividiert durch die in Tagesbruch ausgedrückte Zwischenzeit zwischen den Zeitpunkten (T_2 und T_1), für die sie gelten, nach der Formel:

$$g = \frac{S_2 - S_1}{T_2 - T_1}.$$

Zur Verwandlung der Zwischenzeit in Tagesbruch dient N. T. 27.

Beispiel.

Der Stand eines Chronometers war

am 3. Juli 1904 um $23^h\ 0^m\ 0^s$ m. Gr. Zt.: $S_1 = -0^h\ 6^m\ 16{,}0^s$

am 17. Juli 1904 um $0\ \ 0\ \ 0$ m. Gr. Zt.: $S_2 = -0\ \ 6\ \ 44{,}2$

$T_2 - T_1 = 13$ Tage $1^h = 13{,}04$ Tage $\quad S_2 - S_1 = -0\ \ 0\ \ 28{,}2$

$$g = \frac{-28{,}2^s}{13{,}04} = -2{,}2^s \text{ (voreilend).}$$

B. Aufstellung von Gangformeln. Prüfung und Klassifikation der Chronometer.

§ 237. Aus den im vorhergegangenen näher besprochenen Ursachen der Gangveränderungen geht zur Genüge hervor, daß es weder möglich ist, sämtliche den Gang des Chronometers störenden Einflüsse zu beseitigen, noch sie derart zu bestimmen, daß sie bei der Vorausberechnung an Bord berücksichtigt werden können. Die meisten dieser Störungen entziehen sich sowohl in ihren Ursachen als in ihren Wirkungen unserer Untersuchung und Beurteilung, wenigstens insoweit, daß eine Gesetzmäßigkeit nicht erkannt werden und ihre rechnerische Einführung nicht erfolgen kann. Nur die Temperatureinflüsse machen hiervon eine Ausnahme; es läßt sich wenigstens annähernd der Betrag der aus dieser Quelle stammenden Gangstörungen durch geeignete Untersuchungen feststellen. Die Wirksamkeit der Temperatureinflüsse ist im allgemeinen auch beständig genug, um ihre rechnerische Berücksichtigung gerechtfertigt und vorteilhaft erscheinen zu lassen.

Die in Fig. 168 dargestellten Schaulinien der Temperatur- und Gangwerte während einer mehrmonatlichen Untersuchung sind eine Bestätigung hierfür.

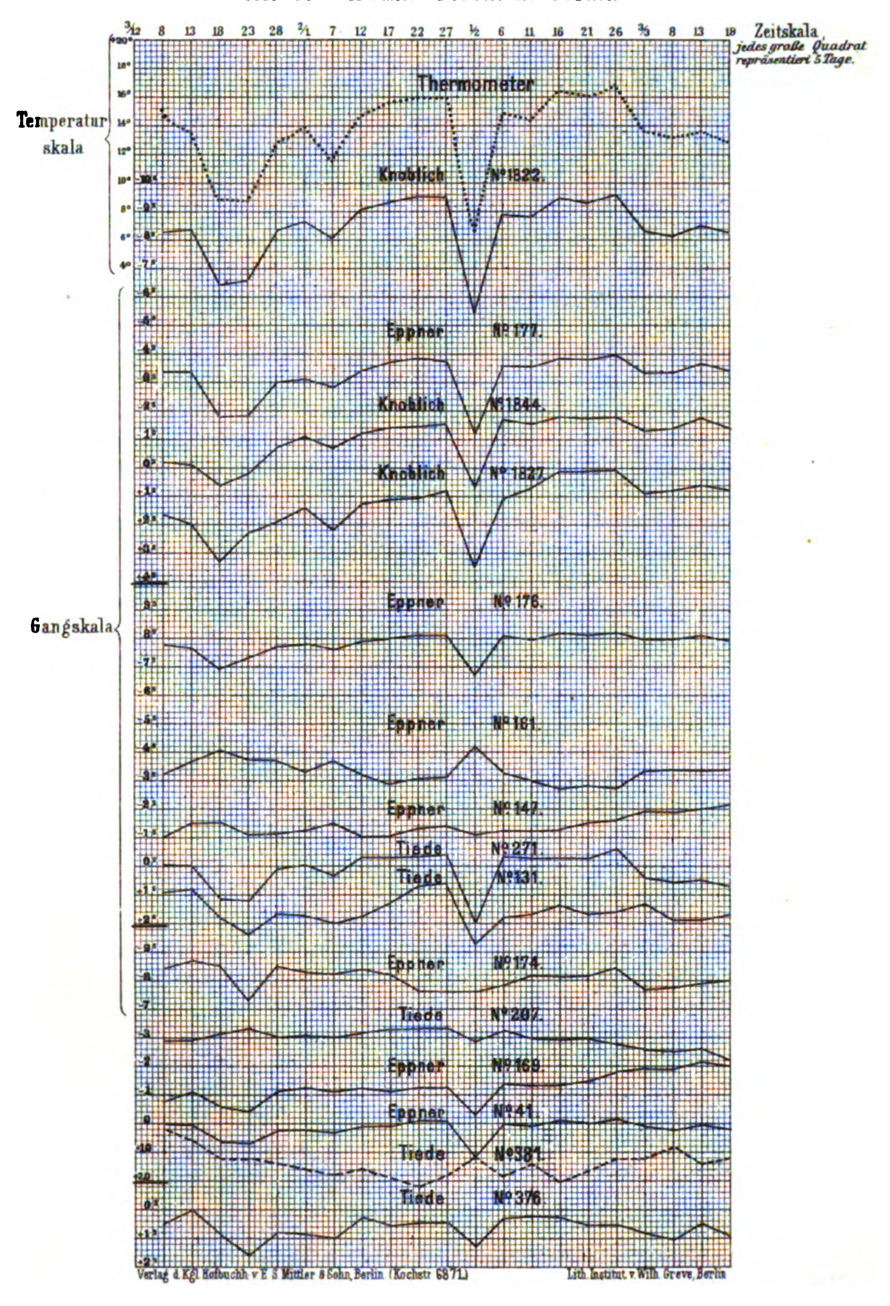
Die Ermittlung der an den täglichen Gang anzubringenden Temperaturkorrektionen ist zwar Sache der Chronometerobservatorien,

Fig. 168.

zu Lehrbuch der Navigation II.

Zur Veranschaulichung der Gangänderung mit der Temperatur:

Observatorium zu Wilhelmshaven Dezbr. 1874–März 1875.



ein gewisses Verständnis davon ist jedoch auch beim Seemann wünschenswert; eine allgemeine Schilderung dieser Untersuchungen soll daher folgen.

Da bei einem Chronometer mit einfacher Temperaturkompensation der tägliche Gang als eine stetige Funktion der Temperatur betrachtet werden kann, so ist nach dem Taylorschen Lehrsatze die folgende Entwicklung nach steigenden Potenzen der Temperatur statthaft:

$$g = g_0 + a(t - t_0) + b(t - t_0)^2 + \dots.$$

In dieser Formel für den Chronometergang bedeutet g_0 den Gang für eine bestimmte Temperatur t_0 (gewöhnlich $+ 15°$ C.), und g den Gang für eine andere Temperatur t. Die Größen a und b sind Konstanten, die von den Dimensionen des Instruments, sowie von den Ausdehnungs- und Elastizitätskoeffizienten der Metalle abhängen. In der Praxis hat man keine Veranlassung, die obige Entwicklung nach dem Taylorschen Lehrsatze weiter als bis zum quadratischen Temperaturgliede fortzusetzen, da erfahrungsgemäß die Beiträge, die innerhalb der atmosphärischen Temperaturen durch die Glieder höherer Ordnung geliefert werden, ziemlich gering sind und gegenüber den aus zufälligen oder nicht ermittelbaren Ursachen stammenden Gangveränderungen vernachlässigt werden können.

Die Erfahrung lehrt ferner, daß jedes in gleichmäßiger Temperatur aufbewahrte Chronometer allmählich Gangveränderungen zeigt, deren Beträge meistens nahezu proportional der Zeit sind, d. h. wenn

zu den Zeiten $T_1 \; T_2 \; T_3 \dots.$
die Chronometergänge $g_1 \; g_2 \; g_3 \dots.$

bestimmt worden sind, so ist genähert

$$\begin{aligned} g_2 &= g_1 + c(T_2 - T_1) \\ g_3 &= g_1 + c(T_3 - T_1) \\ &= g_2 + c(T_3 - T_2) \end{aligned}$$

usw.,

wo c eine konstante Zahl ist. Diese Erscheinung, die man als die »Beschleunigung (Acceleration) des Chronometerganges« zu bezeichnen pflegt, hat ihren Grund in den mit der Zeit fortschreitenden molekularen Veränderungen der Metalle und in den Veränderungen der Konsistenz des Öls. Die erstere Ursache (§ 232) wirkt mittelbar hauptsächlich durch Elastizitätsveränderungen der Spiralfeder, die letztere (§ 233) durch Veränderungen der Zapfenreibung auf den Gang ein. — Wenn man demnach die Wirkung der Beschleunigung und der Temperatur zusammenfaßt, so erhält man die Gangformel

$$g = g_0 + a(t - 15°) + b(t - 15°)^2 + c(T - T_0),$$

wo T und T_0 verschiedene Beobachtungszeiten bezeichnen. Diese Formel bildet die Grundlage für die rechnerische Verwertung der

während der Voruntersuchung der Chronometer erhaltenen Gangresultate.

Um die in der Gangformel enthaltenen Konstanten zu bestimmen, werden die Chronometer durch allmähliche Steigerung der Temperatur zunächst auf + 30° C. gebracht; alsdann werden je zehn Tage lang (Dekade) die Mitteltemperaturen

30° 25° 20° 15° 10° 5° 5° 10° 15° 20° 25° 30°

innegehalten und die mittleren Gangwerte jeder Dekade durch Vergleichung der Chronometer mit den Normaluhren (Pendeluhren) des Observatoriums bestimmt. Während dieser Prüfung werden die Instrumente in besonderen Untersuchungsräumen aufbewahrt, deren Temperatur beliebig verändert und mit genügender Schärfe ermittelt werden kann.

Beispiel.

In dieser Weise wurden während des Winters 1898/99 in der Abteilung IV der Deutschen Seewarte die folgenden Gangwerte des mit einfacher Temperaturkompensation versehenen Chronometers W. G. Ehrlich Nr. 777 gefunden:

Datum			Mittl. Temp.	Mittl. tägl. Gang
1898, Dez. 9	bis	1898, Dez. 19	+ 30,6° C.	+ 0,79s
„ 19	„	„ 29	25,3	+ 0,02
„ 29	„	1899, Jan. 8	20,0	— 0,46
1899, Jan. 8	„	„ 18	15,0	— 0,46
„ 18	„	„ 28	9,8	— 0,72
„ 28	„	Febr. 7	4,9	— 1,04
Febr. 7	„	„ 17	9,2	— 1,09
„ 17	„	„ 27	10,2	— 1,39
„ 27	„	März 9	15,0	— 1,25
März 9	„	„ 19	20,0	— 1,08
„ 19	„	„ 29	24,7	— 0,93
„ 29	„	April 8	+ 29,5	— 0,49.

Legt man den Anfangspunkt für die Zählung des Beschleunigungsgliedes auf die Mitte der Untersuchungszeit (also $T_0 = 1899$, Febr. 7), so ergeben sich folgende 12 Gleichungen zur Bestimmung der Konstanten der Gangformel:

$$
\begin{array}{rl}
1. & g_0 + 15{,}6\ a + 243{,}4\ b - 55\ c = + 0{,}79^s \\
2. & g_0 + 10{,}3\ a + 106{,}1\ b - 45\ c = + 0{,}02 \\
 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
6. & g_0 - 10{,}1\ a + 102{,}0\ b - \ 5\ c = - 1{,}04 \\
7. & g_0 - \ 5{,}8\ a + \ 33{,}6\ b + \ 5\ c = - 1{,}09 \\
 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
11. & g_0 + \ 9{,}7\ a + \ 94{,}1\ b + 45\ c = - 0{,}93 \\
12. & g_0 + 14{,}5\ a + 210{,}2\ b + 55\ c = - 0{,}49.
\end{array}
$$

Die Erfahrung lehrt, daß die Größen g_0 und c in höherem Maße als a und b der Veränderlichkeit unterworfen sind, ohne daß es bis jetzt gelungen ist, den Betrag oder auch nur den Sinn dieser Veränderungen im voraus zu ermitteln. Die aus der Temperaturuntersuchung für die ersteren Größen abgeleiteten numerischen Werte haben deshalb für die nautische Praxis keine Bedeutung; besonders die Änderungen der Größe c pflegen auf See so unregelmäßig vor sich zu gehen, daß man es bei der Vorausberechnung vorzieht, in

der Gangformel das Beschleunigungsglied überhaupt fortzulassen. Der hieraus entstehende Fehler erreicht selten einen erheblichen Betrag, wenn man das g_0 jedesmal aus dem Intervall zwischen den beiden letzten Standbestimmungen ableitet.

Selbst wenn ein Chronometer bald nach Beendigung der Temperaturuntersuchung an Bord gegeben wird, wird man besser tun, den Wert von g_0 aus den Beobachtungen während der Abkühlungsperiode abzuleiten und bei der Vorausberechnung zu benutzen, als das g_0 aus den Resultaten der Temperaturuntersuchung zu verwenden. Das neueste g_0 hat für die Vorausberechnung den größten Wert. Man benutzt daher die Temperaturprüfung nur zur Ermittelung der Größen a und b.

Fortsetzung des Beispiels.

Um g_0 und c auszuscheiden, vereinigt man in symmetrischer Weise die Gleichungen 1 und 12, 2 und 11, usw. zu je einem Mittelwerte. Dadurch fallen die Glieder mit der Unbekannten c fort, und es ergibt sich das folgende System von sechs Gleichungen:

$$\begin{array}{ll}
1. & g_0 + 15{,}0\ a + 226{,}8\ b = +0{,}15^s \\
2. & g_0 + 10{,}0\ a + 100{,}1\ b = -0{,}46 \\
3. & g_0 + \ \ 5{,}0\ a + \ \ 25{,}0\ b = -0{,}77 \\
4. & g_0 + \ \ 0{,}0\ a + \ \ \ \ 0{,}0\ b = -0{,}85 \\
5. & g_0 - \ \ 5{,}0\ a + \ \ 25{,}0\ b = -1{,}05 \\
6. & g_0 - \ \ 8{,}0\ a + \ \ 67{,}8\ b = -1{,}06.
\end{array}$$

Durch Addition dieser Gleichungen findet man:

$$6\,g_0 + 17{,}0\ a + 444{,}7\ b = -4{,}04^s.$$

Daraus folgt die Mittelgleichung

$$g_0 + \ \ 2{,}8\ a + \ \ 74{,}1\ b = -0{,}67^s.$$

Subtrahiert man diese Mittelgleichung von jeder der obigen sechs Gleichungen, so gewinnt man das folgende System I, das nur noch die beiden zu bestimmenden Unbekannten a und b enthält:

$$\text{I.}\quad \begin{array}{ll}
1. & +12{,}2\ a + 152{,}7\ b = +0{,}82^s \\
2. & +\ \ 7{,}2\ a + \ \ 26{,}0\ b = +0{,}21 \\
3. & +\ \ 2{,}2\ a - \ \ 49{,}1\ b = -0{,}10 \\
4. & -\ \ 2{,}8\ a - \ \ 74{,}1\ b = -0{,}18 \\
5. & -\ \ 7{,}8\ a - \ \ 49{,}1\ b = -0{,}38 \\
6. & -10{,}8\ a - \ \ \ \ 6{,}3\ b = -0{,}39.
\end{array}$$

Infolge anderweiter unkontrollierbarer Einflüsse auf die Chronometer ist es nicht möglich, solche Werte von a und b zu finden, die allen sechs Gleichungen genügen. Daher muß ein Ausgleichungsverfahren angewandt werden zur Ermittlung eines solchen Wertepaares, das sämtliche Gleichungen möglichst angenähert erfüllt.

Zu dem Zweck werden die Gleichungen 4, 5 und 6 mit -1 multipliziert und dann alle Gleichungen addiert. Dies gibt

$$43{,}0\ a + 259{,}1\ b = +1{,}88^s$$

oder nach Division durch 43,0

$$1{,}0\ a + \ \ 6{,}03\ b = +0{,}044^s.$$

Durch Multiplikation dieser Gleichung mit den Faktoren von a des Gleichungs-Systems I erhält man folgendes System:

$$\text{II.}\quad \begin{array}{ll}
1. & +12{,}2\ a + 73{,}6\ b = +0{,}54^s \\
2. & +\ \ 7{,}2\ a + 43{,}4\ b = +0{,}32 \\
3. & +\ \ 2{,}2\ a + 13{,}3\ b = +0{,}10 \\
4. & -\ \ 2{,}8\ a - 16{,}9\ b = -0{,}12 \\
5. & -\ \ 7{,}8\ a - 47{,}0\ b = -0{,}34 \\
6. & -10{,}8\ a - 65{,}1\ b = -0{,}48.
\end{array}$$



Die Gleichungen dieses Systems werden von den entsprechenden Gleichungen des Systems I abgezogen. Dadurch bekommt man:

$$\text{III.}\quad \begin{array}{ll} 1. & +79{,}1\ b = +0{,}28^s \\ 2. & -17{,}4\ b = -0{,}11 \\ 3. & -62{,}4\ b = -0{,}20 \\ 4. & -57{,}2\ b = -0{,}06 \\ 5. & -\ \ 2{,}1\ b = -0{,}04 \\ 6. & +58{,}8\ b = +0{,}09. \end{array}$$

Nachdem Gleichung 1 und 6 mit -1 multipliziert sind, addiere man wiederum die sämtlichen Gleichungen, wodurch man erhält:

$$-277{,}0\ b = -0{,}78^s$$

oder

$$b = +0{,}0028^s.$$

Da nunmehr b bekannt ist, ergibt sich die Unbekannte a aus der obigen Gleichung

$$a + 6{,}03\ b = +0{,}044^s$$

zu

$$a = +0{,}027^s.$$

Setzt man die gefundenen Werte in das Gleichungs-System I ein, so bleiben der Reihe nach folgende Fehler im Sinne: Beob. — Rechn. übrig:

$$+0{,}06^s;\ -0{,}06^s;\ -0{,}02^s;\ +0{,}10^s;\ -0{,}03^s;\ -0{,}08^s.$$

Man sieht, daß zwar keine Gleichung des Systems I streng erfüllt wird, daß die gefundenen Werte von a und b aber näherungsweise allen sechs Gleichungen dieses Systems genügen, daß also das angewandte Ausgleichsverfahren der oben aufgestellten Forderung entspricht.

§ 238. Durch die vorhin besprochene vollständige Temperaturprüfung wird außerdem ein Mittel gegeben, um eine Klassifizierung der untersuchten Chronometer vorzunehmen. Nach beendigter Prüfung werden sämtliche Chronometer, soweit sie überhaupt als brauchbar für die nautische Praxis erachtet werden, in vier Klassen eingeordnet, für die die Höchstbeträge der später zu erklärenden Güte-Zahlen folgendermaßen festgesetzt worden sind:

Klasse	I	II	III	IV
$A+2B+C$	$2{,}50^s$	$5{,}00^s$	$6{,}50^s$	$10{,}00^s$
B	0,75	1,20	1,60	2,50
C	0,010	0,015	0,025	0,050.

Diese Größen werden berechnet aus den mittleren täglichen Gängen, die während der einzelnen Dekaden beobachtet worden sind. Zur Bestimmung der Größe A werden die bei gleichen Temperaturen erhaltenen Gänge paarweise zu einem Mittelwerte vereinigt; es wird dann der größte vorgekommene Unterschied, der also ein Maß für die Größe des Kompensationsfehlers bietet, gleich A gesetzt. Ferner sei B' der größte beobachtete Unterschied im täglichen Gange zwischen zwei aufeinanderfolgenden Dekaden. Dieser Unterschied bringt die sprungweise Änderung des Chronometerganges zum Ausdruck; in ihm ist indessen noch ein Teil des Kompensationsfehlers enthalten, der durch den Unterschied der Temperaturen in jenen beiden benachbarten Dekaden hervorgerufen worden ist. Ist τ dieser Unterschied und T der Unterschied der höchsten und niedrigsten überhaupt während der Prüfung vorgekommenen Temperatur, so läßt sich

näherungsweise der durch mangelhafte Kompensation hervorgerufene Fehler ausdrücken durch $\frac{\tau}{T} \cdot A$; es stellt also

$$B = B' - \frac{\tau}{T} \cdot A$$

die sprungweise Gangänderung des Chronometers, befreit von dem Kompensationsfehler, dar. In dieser Formel sind die algebraischen Vorzeichen von B' und A zu berücksichtigen. Endlich erhält man den Wert der Beschleunigung des täglichen Ganges, indem man den Unterschied der Gänge bildet, die während zweier zur Mitte der Untersuchungszeit symmetrisch gelegener Dekaden beobachtet worden sind, und alsdann diesen Unterschied durch die Anzahl der zwischen der Mitte beider Dekaden liegenden Tage dividiert. Man berechnet indessen, um einen ziemlich großen Divisor verwenden zu können und somit das Resultat von zufälligen Fehlern möglichst zu befreien, die Beschleunigung aus den beiden äußersten Dekadenpaaren und setzt den Mittelwert beider Bestimmungen gleich C.

Für die Güte des Chronometers ist, wie aus der obigen Festsetzung der zulässigen Höchstbeträge hervorgeht, die ohne Berücksichtigung der Vorzeichen gebildete Summe $A + 2B + C$ in erster Linie maßgebend. Man hat dem Werte B das doppelte Gewicht beigelegt gegenüber den beiden anderen Gütezahlen, weil die durch B dargestellte sprungweise Änderung des Ganges für den praktischen Gebrauch des Instruments am störendsten ist und sich in keiner Weise rechnerisch berücksichtigen läßt. Innerhalb der einzelnen Klassen werden die Chronometer nach der Summe $A + 2B + C$ geordnet.

Beispiel.

Die Berechnung der Güte-Zahlen für das oben erwähnte Chronometer W. G. Ehrlich Nr. 777 stellt sich folgendermaßen: Die auf die Mitte der Untersuchungszeit reduzierten mittleren täglichen Gänge samt den zugehörigen Mitteltemperaturen waren:

Temperatur:	30,0°	25,0°	20,0°	15,0°	10,0°	7,0°
Täglicher Gang:	+ 0,15ˢ	— 0,46ˢ	— 0,77ˢ	— 0,85ˢ	— 1,05ˢ	— 1,06ˢ.

Hieraus und aus den oben angeführten Gangwerten während der einzelnen Dekaden findet man:

$A = + 0{,}15^s + 1{,}06^s = + 1{,}21^s$
(Gang bei + 30,0° minus Gang bei + 7,0° C.),

$B' = + 0{,}79^s - 0{,}02^s = + 0{,}77^s$
(Gang während der ersten Dekade minus Gang während der zweiten Dekade),

$\tau = + \; 5{,}3°$ (Temp. während der ersten Dekade minus Temp. während der zweiten Dekade),

$T = + 23{,}0°$ (Größte Differenz der überhaupt vorgekommenen Temperaturen, aus den obigen Mitteltemperaturen berechnet),

$$B = B' - \frac{\tau}{T} \cdot A = + 0{,}77^s - \frac{5{,}3}{23{,}0} \cdot (+ 1{,}21^s) = + 0{,}49^s,$$

$$C = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{- 0{,}49^s - 0{,}79^s}{110} + \frac{- 0{,}93^s - 0{,}02^s}{90} \right] = - 0{,}011^s,$$

$$A + 2B + C = 1{,}21^s + 0{,}98^s + 0{,}01^s = 2{,}20^s.$$

Das Chronometer gehört der II. Klasse an, weil C den für Chronometer I. Klasse festgesetzten Höchstbetrag übersteigt. Wäre C um $0{,}001^s$ kleiner ausgefallen (0,010 statt 0,011), so wäre das Chronometer in die I. Klasse gekommen.

An Bord verwischen sich die Klassenunterschiede sehr schnell, sodaß der Navigateur sich selbst ein Urteil über die Güte der Chronometer nach ihrem Verhalten an Bord bilden muß. Die Güte-Zahlen geben ihm hierfür nur einen sehr unsicheren Anhalt.

C. Das Chronometerjournal.

§ 239. Es wird jedem Chronometer, das vom Observatorium an Bord gegeben wird, ein Revisionsbuch beigefügt, das nähere Angaben enthält bezüglich des Ankaufstermins des Instruments, der im Laufe der Zeit vorgenommenen Reinigungen, Reparaturen, Prüfungen usw. Wie gleich hier erwähnt werden möge, sollen bei Rückgabe des Chronometers in das Revisionsbuch Bemerkungen über die Verwendung des Chronometers, sowie sämtliche Angaben eingetragen werden, die bei einer späteren Benutzung von Wert sein können.

Die in den einzelnen Revisionsbüchern enthaltenen Daten geben die Grundlagen für die erste Einrichtung des an Bord zu führenden Chronometerjournals. In diesem Hefte sind in erster Linie von Tag zu Tag die in noch zu erklärender Weise vorausberechneten Stände der Chronometer zu verzeichnen, wie sie sich aus den von Zeit zu Zeit anzustellenden Beobachtungen ergeben. Aus den in § 237 dargelegten Gründen wird bei dieser Vorausberechnung die Gangformel

$$g = g_0 + a\,(t - 15^\circ) + b\,(t - 15^\circ)^2$$

benutzt, wo t die Mitteltemperatur des vorhergehenden Tages bedeutet, die man mit hinreichender Genauigkeit als Mittelwert aus den Angaben des Maximum- und Minimum-Thermometers ableitet. Die Anbringung der Temperaturkorrektionen wird durch eine in das Chronometerjournal aufzunehmende Tabelle erleichtert, die die Größe

$$\text{Temp. Korr.} = a\,(t - 15^\circ) + b\,(t - 15^\circ)^2$$

von Grad zu Grad enthält.

In das Chronometerjournal sind ferner alle für die Überwachung und Beurteilung der Chronometer wichtigen Daten, die täglichen Vergleichungen der Chronometer untereinander, neue Stand- und Gangbestimmungen und alle das Verhalten und den Gang des Chronometers beeinflussenden Vorgänge, wie starkes Arbeiten des Schiffes, Schießen, Dampfen usw. aufzunehmen. Da in jedem Chronometerjournal eine ausführliche Anweisung (nebst Beispiel) enthalten ist, wie die erwähnten Daten in die einzelnen Rubriken einzutragen sind, so kann von einer genauen Beschreibung der Einrichtung des Journals hier abgesehen werden. — Durch das folgende Beispiel soll gezeigt werden, in welcher Weise die tägliche Vorausberechnung ausgeführt wird.

Da die Temperaturkorrektionen mit der Zeit stark veränderlich sind, so sind die im Chronometerjournal angegebenen Korrektionen

vielfach zur Zeit der Benutzung des Chronometers nicht mehr gültig. Aus diesem Grunde ist es den Navigationsoffizieren S. M. Schiffe freigestellt, ob sie die Temperaturkorrektionen benutzen wollen oder nicht. Jeder Navigateur muß sich daher ein Urteil darüber verschaffen, ob bei seinen Chronometern die Vorausberechnung mit oder ohne Anwendung der Temperaturkorrektionen die besseren Stände liefert.

Beispiel.

Für das Chronometer M. 20 (Eppner Nr. 177) war auf dem Observatorium zu Kiel bestimmt

$$a = -0{,}055^{s}$$
$$b = +0{,}0110^{s}.$$

Daraus wurde die folgende Tabelle für die Temperaturkorrektionen berechnet:

$$[\text{Korrektion} = a\,(t - 15^{\circ}) + b\,(t - 15^{\circ})^{2}]$$

Temp. Cels.	Korr.		Temp. Cels.	Korr.		Temp. Cels.	Korr.	
+ 10°	+ 0,6s	2	+ 15°	0,0s	0	+ 20°	0,0s	1
11	+ 0,4	1	16	− 0,0	1	21	+ 0,1	1
12	+ 0,3	1	17	− 0,1	0	22	+ 0,2	1
13	+ 0,2	1	18	− 0,1	1	23	+ 0,3	1
14	+ 0,1	1	19	− 0,0	0	24	+ 0,4	2
+ 15	0,0		+ 20	0,0		+ 25	+ 0,6	

Durch Beobachtung des Zeitballes hatten sich die folgenden Werte ergeben:
Täglicher Gang bei + 15,0° C.: $g_0 = +1{,}1^{s}$ (verlierend),
Stand am 1. April 1904 0h mittl. Greenw. Zeit: $+0^{h}\,18^{m}\,36{,}7^{s}$ (zurück).

Die Berechnung der täglichen Gänge im Chronometerjournal an Bord stellt sich folgendermaßen:

Datum	Thermometer Max. C.	Thermometer Min. C.	Thermometer Mittel C.	g_0	Temp.-Korr.	Tägl. Gang	Stand 0h m. Gr. Zt.
1904 April 1.							+ 0h 18m 36,7s
2.	20,0°	19,6°	19,8°	+ 1,1s	− 0,0s	+ 1,1s	37,8
3.	20,2	20,0	20,1	„	+ 0,0	+ 1,1	38,9
4.	22,8	20,0	21,4	„	+ 0,1	+ 1,2	40,1
5.	23,2	21,0	22,1	„	+ 0,2	+ 1,3	41,4
6.	21,2	20,2	20,7	„	+ 0,1	+ 1,2	42,6
7.	20,5	19,0	19,8	„	− 0,0	+ 1,1	43,7
8.	20,2	19,3	19,8	„	− 0,0	+ 1,1	44,8
9.	19,9	19,0	19,5	„	− 0,0	+ 1,1	45,9
10.	19,2	18,8	19,0	„	− 0,0	+ 1,1	47,0
11.	19,0	18,0	18,5	„	− 0,0	+ 1,1	48,1
12.	19,0	17,8	18,4	„	− 0,1	+ 1,0	49,1
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.

D. Bestimmung des Chronometerstandes.

§ 240. Der Stand des Chronometers wird durch Beobachtungen folgender Art bestimmt:

I. Durch Vergleichung des Chronometers mit Uhren, deren Stand gegen mittlere Greenwicher Zeit genau bekannt ist;

II. Durch Beobachtung eines Zeitsignals (Zeitball, Zeitklappe, Kanonenschuß usw.), das zu einer bestimmten Greenwicher Zeit ausgelöst wird;

III. Durch astronomische Bestimmung der Ortszeit (Einzelhöhen, Höhen östlich und westlich vom Meridian, gleiche Höhen usw.) an einem Beobachtungsorte, dessen geographische Länge und Breite bekannt sind.

I. Durch Vergleich mit Uhren.

§ 241. Uhren, deren Stand gegen mittlere Greenwicher Zeit bekannt ist (Normaluhren), pflegen meistens auf Sternwarten, Telegraphen-, Post- oder Hafenämtern aufgestellt zu sein. Besonders im Auslande versäume man nicht, sich über die Bedeutung des Vorzeichens bei der Standangabe eine zuverlässige Auskunft zu verschaffen. Die zur Zeitübertragung verwendete Beobachtungsuhr ist vor dem Anlandgehen und nach dem Anbordkommen mit sämtlichen Chronometern zu vergleichen. Der Gang der Beobachtungsuhr ist bei der Berechnung zu berücksichtigen.

Wegen zuweilen vorkommender Ungenauigkeiten des Zifferblattes der Beobachtungsuhren ist es zu empfehlen, die Vergleiche stets bei nahezu derselben Stellung des Sekundenzeigers der Beobachtungsuhr vorzunehmen (siehe folgendes Beispiel). Volle Zehnersekunden sind dabei zu vermeiden, da das Schätzen der Zehntel neben den stärker ausgezogenen Zehnerstrichen ungenau ausfällt.

Beispiel.

Während des Aufenthaltes in Christiania wurden am 12. Juli 1904 mit Hilfe der Beobachtungsuhr Bröcking Nr. 53 (U) folgende Vergleichungen ausgeführt:

1. Vor dem Anlandgehen:

Chronometer	I = $9^h\ 6^m\ 13^s$;	U = $9^h\ 6^m\ 14{,}8^s$;	I − U = $-0^h\ 0^m\ 1{,}8^s$
„	II = 9 7 40;	U = 9 7 15,9;	II − U = + 0 0 24,1
„	III = 9 7 10;	U = 9 8 13,8;	III − U = − 0 1 3,8.

2. Auf der Sternwarte zu Christiania:

Hauptuhr	= $11^h\ 0^m\ 36^s$;	U = $10^h\ 1^m\ 15{,}0^s$
„	= 11 1 36;	U = 10 2 15,1
„	= 11 2 36;	U = 10 3 14,9

also Mittelwert:

Hauptuhr = $11^h\ 1^m\ 36{,}0^s$; U = $10^h\ 2^m\ 15{,}0^s$; H.U. − U = $+\ 0^h 59^m 21{,}0^s$.

3. Nach dem Anbordkommen:

Chronometer	I = $10^h\ 30^m\ 14^s$;	U = $10^h\ 30^m\ 16{,}9^s$;	I − U = $-0^h\ 0^m\ 2{,}9^s$
„	II = 10 31 38;	U = 10 31 15,0;	II − U = + 0 0 23,0
„	III = 10 31 9;	U = 10 32 14,1;	III − U = − 0 1 5,1.

Der Stand der Hauptuhr auf der Sternwarte zu Christiania war zur Zeit der Vergleichung:

$$-0^h\,59^m\,52{,}8^s \text{ (voraus).}$$

Der tägliche Gang der Chronometer war näherungsweise

I: $-2{,}2^s$ (gewinnend); II: $-2{,}6^s$ (gewinnend); III: $+2{,}0^s$ (verlierend).

Es sind die Stände der drei Chronometer zu bestimmen.

Vor dem Anlandgehen, $9^h\,7^m$:

I — U = $-0^h0^m1{,}8^s$; II — U = $+0^h0^m24{,}1^s$; III — U = $-0^h1^m3{,}8^s$.

Nach dem Anbordkommen, $10^h\,31^m$:

	I — U	II — U	III — U
	$= -0^h0^m2{,}9^s$;	$= +0^h0^m23{,}0^s$;	$= -0^h1^m5{,}1^s$
Unt. f. $1{,}4^h$	$= -$ 1,1^s;	$= -$ 1,1^s;	$= -$ 1,3^s
Unt. f. 1	$= -$ 0,8 ;	$= -$ 0,8 ;	$= -$ 0,9
Unt. f. 0,9	$= -$ 0,7 ;	$= -$ 0,7 ;	$= -$ 0,8

Zur Zeit des Vergleichs, $10^h\,2^m$:

I — U = $-0^h0^m2{,}5^s$; II — U = $+0^h0^m23{,}4^s$; III — U = $-0^h1^m4{,}6^s$.

Zur Zeit des Vergleichs:

m. Gr. Zt. — H. U.	$= -0^h\,59^m\,52{,}8^s$		
H. U. — U	$= +0\;\;59\;\;21{,}0$		
m. Gr. Zt. — U	$= -0\;\;0\;\;31{,}8$		
I — U	$= -0\;\;0\;\;2{,}5$	m. Gr. Zt. — I	$= -0^h\;0^m\;29{,}3^s$
II — U	$= +0\;\;0\;\;23{,}4$	m. Gr. Zt. — II	$= -0\;\;0\;\;55{,}2$
III — U	$= -0\;\;1\;\;4{,}6$	m. Gr. Zt. — III	$= +0\;\;0\;\;32{,}8.$

II. Durch Beobachtung eines Zeitsignals.

§ 242. Bei der Beobachtung eines Zeitsignals pflegt die Rechnung sich etwas einfacher zu gestalten, da meistens das Zeitsignal von Bord aus beobachtet werden kann, und da es bei einer sofort ausgeführten Vergleichung der Beobachtungsuhr mit den Chronometern nicht nötig ist, den Gang der ersteren zu berücksichtigen. Auch in diesem Falle wird es aus den oben genannten Gründen vorteilhaft sein, die Vergleichung der Beobachtungsuhr mit den Chronometern bei ungefähr der gleichen Stellung des Sekundenzeigers vorzunehmen, die zur Zeit der Abgabe des Zeitsignals abgelesen worden war.

Ist ein akustisches Zeitsignal beobachtet worden, so ist noch dem Umstande Rechnung zu tragen, daß der Schall sich in der Atmosphäre mit verhältnismäßig geringer Geschwindigkeit fortpflanzt, und daher die an der Beobachtungsuhr abgelesene Zeit einer kleinen negativen Verbesserung bedarf. Sie beträgt:

$$-2{,}91 \cdot l \text{ Sekunden,}$$

wenn die Entfernung l zwischen dem Signalort und dem Beobachter in Kilometern, und

$$-5{,}39 \cdot l \text{ Sekunden,}$$

wenn sie in Seemeilen ausgedrückt wird.

Ist die Signalkanone vom Schiffsort aus sichtbar, so ist es bequemer, statt des Knalles den Blitz und aufsteigenden Pulverdampf des Schusses zu beobachten. Die Korrektion fällt dann weg.

Wenn man die Absicht hat, ein Zeitsignal zu beobachten, versäume man ferner nicht, sich vorher darüber zu unterrichten, durch welches Zeichen die Abgabe des Signals angezeigt wird, wie das Signal selbst beschaffen ist (ob Zeitball, Zeitklappe, Zeitflagge, Kanonenschuß usw.), sowie welche nachträglichen Zeichen gegeben werden, wenn ein Fehler in der Zeitangabe vorgekommen ist.

Im allgemeinen findet man diese Angaben im Naut. Jahrb. Taf. 23 (22 bis 1906) und in dem vom R. M. A. herausgegebenen Verzeichnis der Zeitsignalstationen aller Meere.

Beispiele.

1. 1904 Mai 10 wurde in Hongkong der Zeitball um $1^h\,0^m\,0^s$ N. M. chines. Küsten-Zt., d. i. am 9. V. um $17^h\,0^m\,0^s$ m. Gr. Zt., nach der Beobachtungsuhr beobachtet. Die Beobachtungsuhr zeigte: $12^h\,12^m\,58{,}5^s$. Der Vergleich der Beobachtungsuhr mit dem Chronometer I, sowie der Vergleich der Chronometer untereinander ergab:

$$\begin{aligned} I - U &= +6^h\,24^m\,50{,}0^s \\ I - II &= +1\quad 11\quad 12{,}5 \\ I - III &= -2\quad 14\quad 55{,}5. \end{aligned}$$

Die Berechnung der Chronometerstände stellt sich folgendermaßen:

		h	m	s	
U =		12	12	58,5	
I − U =	+	6	24	50,0	
I =		18	37	48,5	
m. Gr. Zt. =		17	0	0	
m. Gr. Zt. − I =	−	1	37	48,5	zur Zeit der Beobachtung.
I − II =	+	1	11	12,5	
m. Gr. Zt. − II =	−	0	26	36,0	zur Zeit der Beobachtung.
I − III =	−	2	14	55,5	
m. Gr. Zt. − III =	−	3	52	44,0	zur Zeit der Beobachtung.

2. In St. John (Neufundland) wurde am 22. September 1904 nach der Uhr Schlesicky Nr. 87 (U) der Signalschuß um $3^h\,23^m\,32{,}7^s$ beobachtet. Nach dem »Verzeichnis der Zeitsignalstationen« fällt der Schuß um $0^h\,0^m\,0^s$ mittlerer Ortszeit oder $3^h\,30^m\,43{,}1^s$ mittlerer Greenwicher Zeit. Die Entfernung des Beobachters von der Strandbatterie betrug etwa 480 m. — Die sofort ausgeführte Vergleichung der drei Chronometer mit der Beobachtungsuhr ergab folgende Werte:

Chronometer	I = $3^h\,50^m\,12^s$;	U = $3^h\,26^m\,33{,}2^s$;	I − U = + $0^h\,23^m\,38{,}8^s$
„	II = 3 3 17 ;	U = 3 28 31,9 ;	II − U = − 0 25 14,9
„	III = 2 58 39 ;	U = 3 30 32,1 ;	III − U = − 0 31 53,1.

Es sind die Stände der drei Chronometer zu bestimmen.

Die Korrektion wegen der Schallverzögerung betrug nach obiger Formel

$$2{,}9^s \times 0{,}48 = 1{,}4^s.$$

Demnach hörte der Beobachter den Schuß um $3^h\,30^m\,43{,}1^s + 1{,}4^s = 3^h\,30^m\,44{,}5^s$ m. Gr. Zt. Es ist daher:

		h	m	s				h	m	s
m. Gr. Zt. =		3	30	44,5						
U =		3	23	32,7						
m. Gr. Zt. − U =	+	0	7	11,8						
I − U =	+	0	23	38,8		m. Gr. Zt. − I =	−	0	16	27,0
II − U =	−	0	25	14,9		m. Gr. Zt. − II =	+	0	32	26,7
III − U =	−	0	31	53,1		m. Gr. Zt. − III =	+	0	39	4,9.

III. Astronomische Bestimmung der Ortszeit und der mittleren Greenwicher Zeit.

§ 243. Nach § 112 erhält man die mittlere Greenwicher Zeit an einem Ort, dessen geographische Koordinaten bekannt sind, aus dem Stundenwinkel eines Gestirns. Die astronomischen Beobachtungen zur Ermittlung der Greenwicher Zeit bezwecken daher die Bestimmung eines Gestirnsstundenwinkels in einem bestimmten Zeitpunkt, für den auch die Chronometerzeit abgelesen wird. Die Differenz zwischen der aus der Beobachtung hervorgehenden Greenwicher Zeit und der Chronometerzeit ist der Stand des Chronometers.

Zur Bestimmung des Gestirnsstundenwinkels benutzt man:

a. Einzelhöhen eines Gestirns,
b. Höhen östlich und westlich vom Meridian verschiedener oder desselben Gestirns,
c. gleiche Höhen desselben Gestirns.

Es ergibt sich hieraus ohne weiteres, daß die Zuverlässigkeit des Chronometerstandes gegen mittlere Greenwicher Zeit erstens von der Genauigkeit der ermittelten Ortszeit der Beobachtung und zweitens von der Sicherheit, mit der die geographische Länge des Beobachtungsortes festgestellt werden kann, abhängig ist. Fehler in diesen Größen gehen mit ihrem vollen Betrage in das Ergebnis der Standbestimmung ein.

Wenn die Beobachtungsuhr einen merklichen Gang hat, so ist dies bei der Feststellung der Chronometerzeit der Beobachtung zu berücksichtigen. Es geschieht dies, indem man die Uhr vor und nach jeder Beobachtung mit dem Chronometer vergleicht und unter der Annahme, daß der Gang in der Zwischenzeit ein gleichmäßiger gewesen ist, hieraus den Uhrvergleich zur Zeit der Beobachtung ermittelt.

Astronomische Zeitbestimmungen können sowohl an Bord wie an Land vorgenommen werden.

Die Zeitbestimmung an Bord empfiehlt sich, wenn es möglich ist, den Ort des Schiffes, vor allem die Länge, zur Zeit der Beobachtung durch Landpeilung oder Doppelwinkelmessung genügend scharf festzustellen. Das Ergebnis ist infolge der Unsicherheit der Höhenmessung an Bord nicht sehr zuverlässig und kann daher nur zur Einführung eines neuen Standes benutzt werden, eignet sich jedoch nicht zur Ableitung eines neuen Ganges (§§ 253—255).

Diesem letzteren Zweck dienen nur Zeitbestimmungen an Land von einem Beobachtungsort aus, dessen geographische Lage genau bekannt ist.

a. Zeitbestimmung aus Einzelhöhen eines Gestirns.

§ 244. Das Verfahren ist gleich der in §§ 117 u. 118 dargestellten Bestimmung des Stundenwinkels und der Zeit. Es ist nur zu beachten, daß, da es sich um eine Standbestimmung handelt, die

größte erreichbare Genauigkeit der Beobachtung anzustreben und die Rechnung in einer der Beobachtung entsprechenden Schärfe zu führen ist. Die Höhenverbesserung ist dementsprechend nach § 108 a oder b auszuführen. Die Einwirkungen des Thermometer- und Barometerstandes auf die Strahlenbrechung sind zu berücksichtigen, Winkel sind auf Zehntel-Minuten, Zeitangaben auf Zehntel-Sekunden genau in die Rechnung einzuführen. Die Beobachtungen sind auf Sonne und Fixsterne zu beschränken und zu den günstigsten Zeitpunkten (Gestirn im oder nahe am Ersten Vertikal) mit größter Gewissenhaftigkeit (Beobachtungsreihe, Uhrvergleich vor und nach der Beobachtung, Umsetzen des Glasdaches inmitten der Beobachtungsreihe bei künstlichem Horizont) auszuführen.

Beispiel.

Am 4. Mai 1904 wurde an der Küste von Madeira der Schiffsort durch Landpeilung und Winkelmessung festgestellt zu 32° 30,8′ *N*-Br. und 16° 46′ *W*-Lg. Zur Kontrolle des Chronometerstandes wurde beobachtet: *α* Geminorum (Castor) h_a = 27° 49,1′, J. V. = − 1,3′, *Kt.* = − 5,2′ (Messung mit Kimmtiefenmesser), Therm. = + 25° C., Barom. = 768,0 mm, U = 10h 43m 17,1s, I − U = + 0h 2m 18,3s, m. Gr. Zt. − I = + 0h 2m 25,8s.

U =	10h 43m 17,1s
I − U =	+ 2 18,3
I =	10 45 35,4
m. Gr. Zt. − I =	+ 2 25,8
m. Gr. Zt. =	10 48 1,2 4. V.

m. ☉α 4. V. =	2h 47m 46s
Änd. f. 10h 48m =	+ 1 46
m. ☉α =	2 49 32
★α 4. V. =	7h 28m 29s
★δ 4. V. =	+ 32° 5,8′

★h_a =	27° 49,1′
J. V. =	− 1,3
★h_g =	27 47,8
Kt. =	− 5,2
★h_s =	27 42,6
m. *Refr.* = 1′ 51″, V. f. Therm. = − 6, V. f. Bar. = + 1 } =	1,8
★h_w =	27 40,8
z =	62 19,2.

$$u = \varphi - \delta, \quad \sin^2 {}^1/_2 t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin {}^1/_2 (z+u) \cdot \sin {}^1/_2 (z-u).$$

φ =	+ 32° 30,8′	*log sec* = 0,07 403
δ =	+ 32 5,8	*log sec* = 0,07 203
u =	+ 0 25,0	
z =	62 19,2	
$z+u$ =	62 44,2	
$^1/_2 (z+u)$ =	31 22,1	*log sin* = 9,71 645
$^1/_2 (z-u)$ =	30 57,1	*log sin* = 9,71 123
	*log sin*² ½*t* =	9,57 374
	★t_w =	5h 1m 58,2s
	★α =	7 28 29
	Fp. O. Zt. =	12 30 27,2

Fp. O. Zt. =	12h 30m 27,2s
m. ☉α =	2 49 32
m. O. Zt. =	9 40 55,2
Lg. i. Zt. =	1 7 4,0 *W*
m. Gr. Zt. =	10 47 59,2
I =	10 45 35,4
m. Gr. Zt. − I =	+ 2 23,8.

Der beobachtete Stand weicht um 2,0s von demjenigen im Chronometerjournal ab.



b. Zeitbestimmung aus Höhen östlich und westlich vom Meridian verschiedener oder desselben Gestirns.

§ 245. Die einfachste Art dieser Zeitbestimmung ist, daß man zur Beobachtung zwei gleichzeitig sichtbare Sterne östlich und westlich vom Meridian möglichst nahe dem Ersten Vertikal in annähernd gleicher Höhe über dem Horizont wählt und aus dem wie unter a. ermittelten Stundenwinkel eines jeden die mittlere Greenwicher Zeit und den Chronometerstand zur Zeit der Beobachtung berechnet. Das Mittel der beiden erhaltenen Stände ist der richtige Stand zur Zeit der Beobachtung.

Wenn man dasselbe Gestirn einmal östlich und einmal westlich vom Meridian beobachtet, so liegt eine erhebliche Zwischenzeit zwischen beiden Beobachtungen und die errechneten Stände gelten für verschiedene Beobachtungszeiten. Als Resultat nimmt man das Mittel aus den beiden errechneten Ständen und als die zugehörige Beobachtungszeit das Mittel der beiden Beobachtungszeiten an.

Den Stand zur Zeit des Greenwicher Mittags erhält man erforderlichenfalls durch Hinzufügung des dem Zeitunterschied zwischen dem Mittel der Beobachtungszeiten und dem Greenwicher Mittage entsprechenden Ganges zu dem Resultat.

Beispiel.

Am 17. Febr. 1904 wurde auf Sansibar in 6° 9′ 43″ *S*-Br. u. 39° 11′ 8″ *O*-Lg. zur Standbestimmung beobachtet: α Leonis (Regulus) $\underline{\backslash\star/}\,h_a$ = 79° 11′ 0″ östlich vom Meridian, U_1 = 6h 18m 50,0s, α Tauri (Aldebaran) $\underline{\backslash\star/}\,h_a$ = 90° 46′ 15″ westlich vom Meridian, U_2 = 6h 30m 30,5s, J. V. = 0″, I — U = + 0h 0m 21,0s, m. Gr. Zt. — I = + 0h 13m 30,6s. Therm. = + 25,0° C., Barom. = 768,0 mm.

U_1 = 6h 18m 50,0s
I — U = + 0 21,0
I = 6 19 11,0
m. Gr. Zt. — I = + 13 30,6
m. Gr. Zt. = 6 32 41,6
17. II.

m. ⊙α 17. II. = 21h 44m 11s
Änd. f. 6h 33m = + 1 5
m. ⊙α = 21 45 16

★α 17. II. = 10h 3m 17,0s
★δ 17. II. = + 12° 26,0′

$\underline{\backslash\star/}\,h_a$ = 79° 11′ 0″
J. V. = 0
$\underline{\backslash\star/}\,h_g$ = 79 11 0
★ h_s = 39 35 30
m. *Refr.* = 1′ 10″, V. f. Therm. = — 4, V. f. Bar. = + 1 } = 1 7
★ h_w = 39 34 23
z = 50 25 37.

$$u = \varphi - \delta,$$
$$\sin^2 {}^1\!/_2 t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin {}^1\!/_2 (z + u) \cdot \sin {}^1\!/_2 (z - u).$$

φ = — 6° 9,7′ *log sec* = 0,00 252
δ = + 12 26,0 *log sec* = 0,01 031
u = — 18 35,7
z = 50 25,6
z + u = 31 49,9
½ (z + u) = 15 55,0 *log sin* = 9,43 813
½ (z — u) = 34 30,6 *log sin* = 9,75 324
log sin² ½ t = 9,20 420
$t_ö$ = 3h 8m 38,6s
t_w = 20 51 21,4
★α = 10 3 17,0
Fp. O. Zt. = 30 54 38,4

Fp. O. Zt. = 30h 54m 38,4s
m. ⊙α = 21 45 16,0
m. O. Zt. = 9 9 22,4
Lg. i. Zt. = 2 36 44,5 *O*
m. Gr. Zt. = 6 32 37,9
I = 6 19 11,0
m. Gr. Zt. — I = + 0 13 26,9.

U_2 =	6h 30m 30,5s		m. ⊙ α 17. II. =	21h 44m 11s
I − U =	+ 0 21,0		Änd. f. 6h 44m =	+ 1 6
I =	6 30 51,5		m. ⊙ α =	21 45 17
m. Gr. Zt. − I =	+ 13 30,6			
m. Gr. Zt. =	6 44 22,1		★ α 17. II. =	4h 30m 26s
	17. II.		★ δ 17. II. =	+ 16° 18,9′

✶̲/ h_a =	90° 46′ 15″
J. V. =	0
✶̲/ h_g =	90 46 15
★ h_s =	45 23 8
m. *Refr.* = 0′ 58″; V. f. Therm. = − 3; V. f. Bar. = + 1 } =	0 56
★ h_w =	45 22 12
z =	44 37 48.

$$u = \varphi - \delta,$$
$$\sin^2 \tfrac{1}{2} t = \sec\varphi \cdot \sec\delta \cdot \sin \tfrac{1}{2}(z+u) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(z-u).$$

φ =	− 6° 9,7′	*log sec* =	0,00 252
δ =	+ 16 18,9	*log sec* =	0,01 785
u =	− 22 28,6		
z =	44 37,8		
$z+u$ =	22 9,2		
$\frac{1}{2}(z+u)$ =	11 4,6	*log sin* =	9,28 358
$\frac{1}{2}(z-u)$ =	33 33,2	*log sin* =	9,74 250
		*log sin*² ½ *t* =	9,04 645
		t_w =	2h 35m 53,9s
		★ α =	4 30 26,0
		Fp. O. Zt. =	7 6 19,9

Fp. O. Zt. =	7h 6m 19,9s
=	31 6 19,9
m. ⊙ α =	21 45 17,0
m. O. Zt. =	9 21 2,9
Lg. i. Zt. =	2 36 44,5 O
m. Gr. Zt. =	6 44 18,4
I =	6 30 51,5
m. Gr. Zt. − I =	+ 0 13 26,9
	nach Aldebaran
m. Gr. Zt. − I =	+ 0 13 26,9
	nach Regulus
m. Gr. Zt. − I =	+ 0 13 26,9.

c. Zeitbestimmung aus gleichen Höhen desselben Gestirns.

1. Grundgedanke und Bemerkungen über die Ausführung der Beobachtungen und die Zweckmäßigkeit der Methode.

§ 246. Infolge der gleichmäßigen Drehung der Erde um ihre Achse gehören zu gleichen Höhen eines Fixsternes vor und nach seinem Meridiandurchgang gleiche Stundenwinkel. Das Mittel aus den beiden, gleichen Höhen entsprechenden Uhrzeiten gibt daher die Uhrzeit der Kulmination. Durch Vergleich dieser Uhrzeit mit der berechneten mittleren Greenwicher Zeit der Kulmination erhält man den Stand der Uhr gegen diese.

Man nennt diese Art der Zeitbestimmung »das Verfahren der gleichen Höhen«.

Da nur der zwischen beiden Beobachtungen liegende Zeitunterschied, nicht aber der Betrag der scheinbaren Höhen in die Rechnung eintritt, so kann man auch mit fehlerhaften Winkelmeßinstrumenten gute Zeitbestimmungen nach dieser Methode erhalten. Auch der Wert des Uhrganges kommt nicht in Betracht, falls man voraussetzen kann, daß er in der Zwischenzeit regelmäßig gewesen ist.

Benutzt man einen Fixstern, so braucht man weder seine Abweichung, noch die Breite des Beobachtungsortes zu kennen. Bei

Sonnenbeobachtungen genügt eine genäherte Kenntnis dieser beiden Größen.

Bei Ausführung der Beobachtungen ist folgendes zu beachten:

1. Beide gleiche Höhen müssen an demselben Winkelmeßinstrument eingestellt und von demselben Beobachter gemessen werden;
2. Das Gestirn ist möglichst nahe dem Ersten Vertikal zu beobachten, da dort bei allen Gestirnen die schnellste Höhenänderung stattfindet;
3. Höhen unter 10° sind wegen der ungleichen Wirkung der Strahlenbrechung in der Nähe des Horizonts zu vermeiden;
4. Bei Benutzung des künstlichen Horizonts muß bei beiden Beobachtungen dieselbe Glasscheibe des Schutzdaches dem Beobachter zugewandt sein;
5. Wenn die Sonne beobachtet wird, so müssen bei beiden Beobachtungen dieselben Vorschlaggläser des Winkelmeßinstruments benutzt werden.

Es empfiehlt sich, auf jeder Seite des Meridians eine Reihe von Höhen zu messen. Man stellt hierbei der Bequemlichkeit wegen das Instrument auf eine volle Zehnerminute ein und verändert die Ablesung je nach der Schnelligkeit der Höhenänderung des Gestirns um volle 10′, 20′ oder 30′. Die letzte Höheneinstellung vor dem Meridiandurchgang läßt man, wenn möglich, stehen und beginnt mit ihr die nach dem Meridiandurchgang auszuführende Beobachtungsreihe. Ist die Beobachtungsuhr nicht besonders zuverlässig, sodaß ein regelmäßiger Gang während der Zeit zwischen beiden Beobachtungsreihen nicht genügend verbürgt erscheint, so vergleiche man die Uhr vor und nach jeder Reihe mit dem besten vorhandenen Chronometer. Trotzdem versäume man nicht, später die Mittelwerte der sich in beiden Reihen entsprechenden Uhrablesungen zur Kontrolle zu bilden; man wird hierdurch sofort erkennen, ob größere Beobachtungsfehler vorgekommen sind, die den Ausschluß einzelner Paare nötig machen. (Siehe Beispiele zu § 248 u. 252, 2.)

§ 247. Wenn man die Zweckmäßigkeit der Zeitbestimmung durch gleiche Höhen mit derjenigen durch Höhen östlich und westlich vom Meridian vergleicht, so findet man, daß die rechnerische Einfachheit und die theoretische Genauigkeit des Ergebnisses zunächst zugunsten der gleichen Höhen spricht. Diese Vorzüge werden jedoch durch die Umständlichkeit der Ausführung der Beobachtungen wesentlich beeinträchtigt. Die zeitliche Trennung der beiden Beobachtungen um mehrere Stunden gibt der Möglichkeit Raum, daß in der Zwischenzeit merkliche Änderungen in der Beschaffenheit der Luft, der Beleuchtung und des Winkelmeßinstruments sowie im Gange der Beobachtungsuhr eintreten, ja,

daß die zweite Beobachtung durch Bewölkung des Himmels überhaupt verhindert wird. Dies, sowie die zweimalige Fahrt von Bord an Land und die Notwendigkeit des jedesmaligen Uhrvergleichs vor der Abfahrt und nach der Rückkunft wirken darauf hin, daß das rechnerisch so einfache Verfahren tatsächlich recht umständlich wird und daß auch die anscheinend gewährleistete Genauigkeit eine Einbuße erleidet.

Die Zeitbestimmung durch Höhen östlich und westlich vom Meridian verdient deshalb häufig den Vorzug, vor allem, wenn sich Gelegenheit zur aufeinanderfolgenden Beobachtung zweier östlich und westlich vom Meridian gleichzeitig sichtbarer Gestirne bietet, weil dann die oben erwähnten Nachteile ausgeschlossen sind. Die bei zweimaliger Beobachtung desselben Gestirns durch die Forderung, daß es bei beiden Messungen möglichst nahe dem Ersten Vertikal stehen soll, bedingte Zwischenzeit wird wesentlich verringert, wenn die Abweichung des Gestirns nahe gleich der Breite ist.

2. Gleiche Höhen von Fixsternen.

§ 243. Bei Fixsternen ist das Verfahren besonders einfach, da sie zwischen den beiden Beobachtungen ihre Abweichung nicht ändern.

Ist U_1 die beobachtete Uhrzeit bei der ersten Beobachtung, U_2 diejenige bei der zweiten, so ist die

Uhrzeit der Kulmination $= \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$.

Ferner ist Stand = m. Gr. Zt. — Uhrzeit.

Berechnet man die mittlere Greenwicher Zeit der Kulmination nach § 121, so findet man:

Stand bei der **oberen** Kulmination

$$S = \star\alpha - \text{m.}\odot\alpha \pm \lambda - \tfrac{1}{2}(U_1 + U_2),$$

Stand bei der **unteren** Kulmination

$$S = \star\alpha \pm 12^h - \text{m.}\odot\alpha \pm \lambda - \tfrac{1}{2}(U_1 + U_2),$$

wo bei λ + für Westlänge, — für Ostlänge gilt.

Beispiel.

In der Nacht vom 16. zum 17. August 1904 wurden zur Bestimmung des Chronometerstandes in Vigo ($\lambda = 0^h\ 34^m\ 52{,}4^s$ *W*, $\varphi = 42°\ 14{,}0'$ *N*) gleiche Höhen von α Cygni (Deneb) über dem künstlichen Horizont gemessen.

Die Beobachtungsuhr zeigte bei denselben ★Höhen

vor dem Meridiandurchgang:	nach dem Meridiandurchgang:	Mittelwert zur Kontrolle:
$U_1 = 10^h\ 29^m\ 12{,}0^s$	$U_2 = 15^h\ 49^m\ 42{,}5^s$	$13^h\ 9^m\ 27{,}2^s$
30 8,0	48 50,0	29,0
31 4,0	47 54,5	29,2
32 0,0	46 58,0	29,0
32 56,0	46 2,5	29,3
33 52,0	45 6,5	29,2
34 48,0	44 10,5	29,3
$10^h\ 35^m\ 44{,}0^s$	$15^h\ 43^m\ 14{,}0^s$	$13^h\ 9^m\ 29{,}0^s$.

Die Mittelwerte der vor und nach jeder Beobachtungsreihe ausgeführten Vergleichungen der Beobachtungsuhr (U) mit dem Chronometer (I) sind:

$$(\mathrm{I}-\mathrm{U})_1 = -1^h\,39^m\,47{,}7^s \quad (\mathrm{I}-\mathrm{U})_2 = -1^h\,39^m\,46{,}1^s.$$

Man erkennt aus den Mittelwerten der Uhrzeiten, daß bei dem ersten Paar ein größerer Beobachtungsfehler vorliegt. Unter Ausschluß dieses Paares sind die Mittelwerte beider Reihen:

$U_1 =$	10^h	32^m	$56{,}0^s$	$U_2 =$	15^h	46^m	$2{,}3^s$
$(I-U)_1 =$	-1	39	47,7	$(I-U)_2 =$	-1	39	46,1
$I_1 =$	8	53	8,3	$I_2 =$	14	6	16,2
$I_2 =$	14	6	16,2				
$^1/_2(I_1+I_2) = I$ bei ★ Merid. Durchg. $=$	11	29	42,2.				

Bei der oberen Kulmination: $S = \star\alpha - \mathrm{m.}\odot\alpha \pm \lambda - {}^1/_2(I_1+I_2)$.

★α 16. VIII. $=$	20^h	38^m	13^s	★α $=$	20^h	38^m	13^s
ungef. m. $\odot\alpha =$	9	37	48	m. $\odot\alpha =$	9	39	42
ungef. m. O. Zt. $=$	11	0	25	m. O. Zt. $=$	10	58	31
Lg. i. Zt. $=$	0	34	52 *W*	Lg. i. Zt. $=$	0	34	52,4 *W*
ungef. m. Gr. Zt. $=$	11	35	17	m. Gr. Zt. $=$	11	33	23,4
				$^1/_2(I_1+I_2) =$	11	29	42,2
m. $\odot\alpha$ 16. VIII. $=$	9^h	37^m	48^s	m. Gr. Zt. $- I =$	$+$	3	41,2.
Änd. f. $11^h\,35^m =$	$+$	1	54				
m. $\odot\alpha =$	9	39	42				

3. Gleiche Höhen der Sonne.

α. Die Formeln.

§ 249. Man pflegt dieses Verfahren meist auf die Sonne anzuwenden, deren Abweichung sich während der Zwischenzeit, also im Laufe mehrerer Stunden, merklich ändert. Das arithmetische Mittel aus beiden Uhrzeiten $^1/_2\,(U_1+U_2)$ wird in diesem Falle nicht scharf die Zeit der Kulmination liefern, sondern es wird, wenn sich die Sonne dem sichtbaren Pole nähert, zu derselben Höhe nachmittags ein größerer Stundenwinkel gehören als vormittags; das Mittel der Zeiten wird also nach den wahren Mittag fallen. Umgekehrt wird das Mittel der Zeiten vor den wahren Mittag fallen, wenn sich die Sonne von dem sichtbaren Pole entfernt. Um demnach die Zeit des Meridiandurchgangs zu finden, hat man an die Mittelzeit $^1/_2\,(U_1+U_2)$, d. i. die Uhrzeit im unverbesserten Mittag, eine Berichtigung anzubringen, die die Mittagsverbesserung heißt. Der Wert der Mittagsverbesserung wird, wie folgt, gefunden:

Bedeutet t_1 den absoluten Betrag des Vormittagsstundenwinkels, t_2 denjenigen des Nachmittagsstundenwinkels und $\Delta t = t_2 - t_1$ den Unterschied zwischen t_1 und t_2, so ist die Zwischenzeit zwischen der Uhrzeit der Vormittagsbeobachtung (U_1) und derjenigen der Nachmittagsbeobachtung (U_2):

$$U_2 - U_1 = t_1 + t_2 = 2t_1 + \Delta t = 2t_2 - \Delta t.$$

Die halbe Zwischenzeit, die fernerhin mit t bezeichnet werden soll, ist dann

$$t = t_1 + {}^1/_2 \Delta t = t_2 - {}^1/_2 \Delta t \text{ und } t_1 = t - {}^1/_2 \Delta t, \; t_2 = t + {}^1/_2 \Delta t.$$

Bezeichnet nun U_0 die Uhrzeit im wahren Mittag, so ist

einerseits $U_0 = U_1 + t_1$,
andrerseits $U_0 = U_2 - t_2$.

Hieraus ergibt sich als Mittelwert

$$U_0 = {}^1/_2 (U_1 + U_2) + {}^1/_2 (t_1 - t_2)$$
$$\text{oder } U_0 = {}^1/_2 (U_1 + U_2) - {}^1/_2 \Delta t.$$

Man erhält demnach als **Mittagsverbesserung**:

$$Mtg. V. = - {}^1/_2 \Delta t.$$

Bezeichnet nun δ die Abweichung der Sonne im wahren Mittage und $\Delta\delta$ ihre Änderung zwischen dem wahren Mittage und den Zeitpunkten der Beobachtung, so findet man $\Delta t = 2 \cdot \frac{\Delta\delta}{15} \cdot \left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right)$, sodaß

$$\mathbf{Mtg. V.} = - \frac{\Delta\delta}{15} \cdot \left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right)$$

wird.

Beweis: Den Beobachtungen von Vormittag und Nachmittag entsprechen folgende Grundgleichungen (§ 115 II):

$$sin\,h = sin\,\varphi \cdot sin\,(\delta - \Delta\delta) + cos\,\varphi \cdot cos\,(\delta - \Delta\delta) \cdot cos\,t_1,$$
$$sin\,h = sin\,\varphi \cdot sin\,(\delta + \Delta\delta) + cos\,\varphi \cdot cos\,(\delta + \Delta\delta) \cdot cos\,t_2,$$

oder nach Auflösung der Klammern:

$$sin\,h = sin\,\varphi \cdot sin\,\delta \cdot cos\,\Delta\delta - sin\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot sin\,\Delta\delta$$
$$+ (cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot cos\,\Delta\delta + cos\,\varphi \cdot sin\,\delta \cdot sin\,\Delta\delta) \cdot cos\,t_1,$$
$$sin\,h = sin\,\varphi \cdot sin\,\delta \cdot cos\,\Delta\delta + sin\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot sin\,\Delta\delta$$
$$+ (cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot cos\,\Delta\delta - cos\,\varphi \cdot sin\,\delta \cdot sin\,\Delta\delta) \cdot cos\,t_2.$$

Da $\Delta\delta$ sehr klein ist, darf man setzen: $sin\,\Delta\delta = \Delta\delta \cdot arc\,1''$ und $cos\,\Delta\delta = 1$, daher:

$$1. \quad sin\,h = sin\,\varphi \cdot sin\,\delta - \Delta\delta \cdot sin\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot arc\,1''$$
$$+ (cos\,\varphi \cdot cos\,\delta + \Delta\delta \cdot cos\,\varphi \cdot sin\,\delta \cdot arc\,1'') \cdot cos\,t_1,$$
$$2. \quad sin\,h = sin\,\varphi \cdot sin\,\delta + \Delta\delta \cdot sin\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot arc\,1''$$
$$+ (cos\,\varphi \cdot cos\,\delta - \Delta\delta \cdot cos\,\varphi \cdot sin\,\delta \cdot arc\,1'') \cdot cos\,t_2,$$

demnach: 2.—1. $0 = 2\,\Delta\delta \cdot sin\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot arc\,1'' + cos\,\varphi \cdot cos\,\delta \cdot (cos\,t_2 - cos\,t_1)$
$- \Delta\delta \cdot cos\,\varphi \cdot sin\,\delta \cdot arc\,1'' \cdot (cos\,t_2 + cos\,t_1).$

$$3. \quad 0 = 2\,\Delta\delta \cdot tg\,\varphi \cdot arc\,1'' + (cos\,t_2 - cos\,t_1)$$
$$- \Delta\delta \cdot tg\,\delta \cdot arc\,1'' \cdot (cos\,t_2 + cos\,t_1).$$

Es ist aber:

$cos\,t_1 = cos\,(t - {}^1/_2 \Delta t)$ und $cos\,t_2 = cos\,(t + {}^1/_2 \Delta t)$, und da ${}^1/_2 \Delta t$ sehr klein, $sin\,{}^1/_2 \Delta t = {}^1/_2 \Delta t \cdot arc\,1''$ und $cos\,{}^1/_2 \Delta t = 1$, also:

$$cos\,t_2 = cos\,t - {}^1/_2 \Delta t \cdot sin\,t \cdot arc\,1''$$
$$cos\,t_1 = cos\,t + {}^1/_2 \Delta t \cdot sin\,t \cdot arc\,1''$$
$$cos\,t_2 + cos\,t_1 = 2\,cos\,t$$
$$cos\,t_2 - cos\,t_1 = - \Delta t \cdot sin\,t \cdot arc\,1''.$$

Man erhält demnach aus Gleichung 3 durch Einsetzen:

$$0 = 2\,\Delta\delta \cdot tg\,\varphi \cdot arc\,1'' - \Delta t \cdot sin\,t \cdot arc\,1'' - 2\,\Delta\delta \cdot cos\,t \cdot tg\,\delta \cdot arc\,1''$$

oder $\frac{1}{2}\Delta t = \Delta\delta \cdot \left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right)$ oder in Zeit: $\frac{1}{2}\Delta t = \frac{\Delta\delta}{15} \cdot \left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right)$.

Den Wert $\Delta\delta$ findet man aus dem Unterschied der Abweichungen der Sonne im wahren Greenwicher Mittag des dem Beobachtungstage vorhergehenden und nachfolgenden Tages. Drückt man diese Abweichungsänderung in 48 Stunden in Sekunden aus und bezeichnet sie mit μ, dann ist, wenn t die halbe Zwischenzeit in Stunden und Bruchteilen von Stunden darstellt:

$$\Delta\delta = \frac{\mu \cdot t}{48}, \text{ also:}$$

die Mittagsverbesserung in Zeitsekunden:

$$Mtg.V. = -\frac{\mu \cdot t}{48 \cdot 15} \cdot \left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right).$$

Setzt man $A = \frac{1}{48 \cdot 15} \cdot \frac{t}{sin\,t}$ und $B = \frac{1}{48 \cdot 15} \cdot \frac{t}{tg\,t}$,

so lautet die Gleichung für die Mittagsverbesserung:

$$4.\ \boldsymbol{Mtg.V. = -A \cdot \mu \cdot tg\,\varphi + B \cdot \mu \cdot tg\,\delta = V_I + V_{II}},$$

und man erhält als Uhrzeit des wahren Mittags:

$$U_0 = \frac{1}{2}(U_1 + U_2) + V_I + V_{II}.$$

Die Logarithmen der Werte A und B findet man mit dem Argument »halbe Zwischenzeit« aus N. T. 26.

Um Irrtümer in der Wahl der Vorzeichen bei der Ermittlung der Mittagsverbesserung zu vermeiden, berechnet man zunächst die numerischen Werte der beiden Verbesserungen V_I und V_{II}, ohne die algebraischen Vorzeichen der einzelnen Rechnungsgrößen zu berücksichtigen; alsdann werden die Vorzeichen von V_I und V_{II} durch folgende Regeln bestimmt (§ 251):

1. Die erste Verbesserung ist positiv, wenn die Sonne sich vom sichtbaren Pol entfernt, negativ, wenn die Sonne sich dem sichtbaren Pol nähert.

2. Die zweite Verbesserung ist positiv, wenn die Sonne sich vom Äquator entfernt, negativ, wenn die Sonne sich dem Äquator nähert.

   Ist die Zwischenzeit größer als sechs Stunden, so ändert die zweite Verbesserung ihr Vorzeichen.

§ 250. Man kann auch die am Nachmittag beobachteten Sonnenhöhen mit gleichen Höhen, die man am folgenden Vormittag mißt,



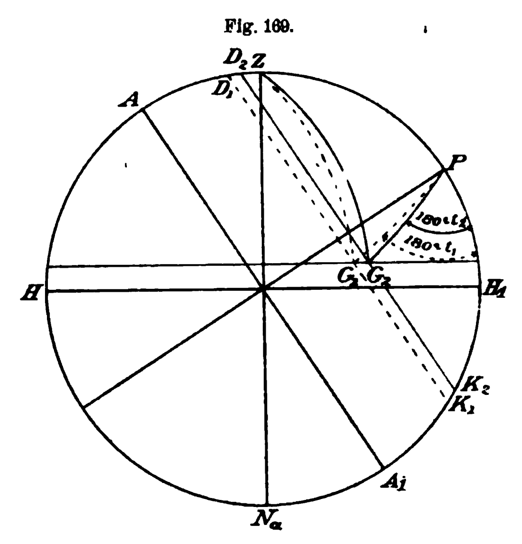
verbinden und hieraus die Chronometerzeit der wahren unteren Kulmination der Sonne, d. i. der Mitternacht, berechnen. Durch ähnliche Betrachtungen findet man, daß in diesem Falle die Mitternachtsverbesserung

$$Mnt. V. = {}^1/_2 \Delta t$$

an die unverbesserte Uhrzeit der Mitternacht ${}^1/_2 (U_1 + U_2)$ angebracht werden muß. Es ist dann die Uhrzeit der wahren Mitternacht

$$U_{12} = {}^1/_2 (U_1 + U_2) + {}^1/_2 \Delta t.$$

Fig. 169.



Ein Blick auf das Poldreieck (Fig. 169) zeigt, daß die halbe Zwischenzeit ${}^1/_2 (U_2 - U_1) = t_u = {}^1/_2 (180° - t_1 + 180° - t_2)$ ist. Ferner ist wieder unter der Annahme, daß die Sonne sich dem sichtbaren Pol nähert, wenn t_1 den Stundenwinkel der Sonne bei der ersten Beobachtung (nachmittags), t_2 den Stundenwinkel bei der zweiten Beobachtung (vormittags) darstellt:

$$180° - t_1 = 180° - t_2 + \Delta t,$$

also: $t_u = 180° - t_1 - {}^1/_2 \Delta t = 180° - t_2 + {}^1/_2 \Delta t$

und $t_1 = 180° - (t_u + {}^1/_2 \Delta t)$, $t_2 = 180° - (t_u - {}^1/_2 \Delta t)$.

Daher: $\cos t_1 = -\cos (t_u + {}^1/_2 \Delta t) = -\cos t_u + {}^1/_2 \Delta t \cdot \sin t_u \cdot arc\, 1''$

$\cos t_2 = -\cos (t_u - {}^1/_2 \Delta t) = -\cos t_u - {}^1/_2 \Delta t \cdot \sin t_u \cdot arc\, 1''$

$\cos t_2 + \cos t_1 = -2 \cos t_u$

$\cos t_2 - \cos t_1 = -\Delta t \cdot \sin t_u \cdot arc\, 1''.$

Durch Einsetzen dieser Werte in die auch in diesem Falle gültige Gleichung 3 des § 249 erhält man:

$$0 = 2 \Delta \delta \cdot tg \varphi \cdot arc\, 1'' - \Delta t \cdot \sin t_u \cdot arc\, 1'' + 2 \Delta \delta \cdot \cos t_u \cdot tg \delta \cdot arc\, 1''$$

oder:

$${}^1/_2 \Delta t = \Delta \delta \cdot \left(\frac{tg \varphi}{\sin t_u} + \frac{tg \delta}{tg\, t_u} \right).$$

Indem man ebenso verfährt wie vorher, findet man die Mitternachtsverbesserung in Zeitsekunden:

$$\text{4a.} \quad \mathbf{Mnt. V.} = \frac{\mu}{48 \cdot 15} \cdot \left(\frac{tg \varphi}{\sin t_u} + \frac{tg \delta}{tg\, t_u} \right)$$

$$= A \cdot \mu \cdot tg \varphi + B \cdot \mu \cdot tg \delta = V_I + V_{II}$$

und die Uhrzeit der wahren Mitternacht:

$$U_{12} = {}^1/_2 (U_1 + U_2) + V_I + V_{II}.$$

Den Wert μ findet man in diesem Falle, indem man den Unterschied der Abweichungen der Sonne im wahren Mittage des ersten und zweiten Beobachtungstages bildet und diesen Unterschied mit 2 multipliziert.

Die Vorzeichen beider Glieder werden durch folgende Regeln bestimmt (§ 251):

1. Die erste Verbesserung ist positiv, wenn die Sonne sich dem sichtbaren Pol nähert, negativ, wenn die Sonne sich vom sichtbaren Pol entfernt.
2. Die zweite Verbesserung ist positiv, wenn die Sonne sich vom Äquator entfernt, negativ, wenn die Sonne sich dem Äquator nähert, ändert aber ihr Vorzeichen, wenn die halbe Zwischenzeit größer als sechs Stunden ist, was in der Regel der Fall sein wird.

§ 251. Die Regeln für die Vorzeichen der Mittags- und Mitternachtsverbesserungen sind in folgenden Tabellen zusammengestellt.

Mittagsverbesserung.

	$V_I = -A \cdot \mu \cdot tg\,\varphi$		$V_{II} = B \cdot \mu \cdot tg\,\delta$	
	Breite und Abweichung		Halbe Zwischenzeit	
(Vorzeichen der Abweichung nicht berücksichtigen.)	gleichnamig.	ungleichnamig.	kleiner als 6^h.	größer als 6^h.
Abweichung wächst.	−	+	+	−
Abweichung nimmt ab.	+	−	−	+

Mitternachtsverbesserung.

	$V_I = A \cdot \mu \cdot tg\,\varphi$		$V_{II} = B \cdot \mu \cdot tg\,\delta$	
	Breite und Abweichung		Halbe Zwischenzeit	
(Vorzeichen der Abweichung nicht berücksichtigen.)	gleichnamig.	ungleichnamig.	kleiner als 6^h.	größer als 6^h.
Abweichung wächst.	+	−	+	−
Abweichung nimmt ab.	−	+	−	+

Aus den Chronometerzeiten des wahren Mittags bzw. der wahren Mitternacht findet man den Chronometerstand durch die Überlegung, daß der wahre Mittag am Ort um $0^h\,0^m\,0^s$, die wahre Mitternacht um $12^h\,0^m\,0^s$ wahre Zeit eintritt. Die diesen Ortszeiten ent-

sprechende wahre Greenwicher Zeit ist $0^h\,0^m\,0^s \left\{\begin{matrix}+\text{ westliche}\\ -\text{ östliche}\end{matrix}\right\}$ Länge in Zeit bzw. $12^h\,0^m\,0^s \left\{\begin{matrix}+\text{ westliche}\\ -\text{ östliche}\end{matrix}\right\}$ Länge in Zeit; die entsprechende mittlere Greenwicher Zeit also 0^h + Zeitgleichung $\left\{\begin{matrix}+\text{ westliche}\\ -\text{ östliche}\end{matrix}\right\}$ Länge in Zeit, bzw. 12^h + Zeitgleichung $\left\{\begin{matrix}+\text{ westliche}\\ -\text{ östliche}\end{matrix}\right\}$ Länge in Zeit. Demnach ergibt sich:

5. **Stand für den Mittag:**

$$S = 0^h \pm \lambda + \text{Ztgl.} - [{}^1/_2(U_1 + U_2) + V_I + V_{II}],$$

5a. **Stand für die Mitternacht:**

$$S = 12^h \pm \lambda + \text{Ztgl.} - [{}^1/_2(U_1 + U_2) + V_I + V_{II}],$$

wo + für Westlänge, — für Ostlänge gilt.

Zuweilen ist es wünschenswert, die Uhrzeit, zu der die erste Beobachtung der zweiten Reihe zu machen ist, genähert vorauszuberechnen. Wie diese kleine Rechnung auszuführen ist, wird in dem Beispiel 1 (§ 252) gezeigt werden.

β. Der Gang der Rechnung.

1. Mittagsverbesserung.

§ **252.** 1. Bilde das Mittel aus den Uhrzeiten jeder Beobachtungsreihe und bringe an die so erhaltenen Uhrzeiten der Vormittags- und der Nachmittagsbeobachtung das Mittel aus den zugehörigen Uhrvergleichen mit dem besten Chronometer vor und nach der Beobachtung an. Aus den hierdurch gefundenen Chronometerzeiten der Beobachtungen bilde die Zwischenzeit durch Abzug der Chronometerzeit der Vormittagsbeobachtung von derjenigen der Nachmittagsbeobachtung und finde durch Zulegen der halben Zwischenzeit (t) zu der Zeit der Vormittagsbeobachtung die Chronometerzeit im unverbesserten Mittag.

2. Berechne μ, den Unterschied in Bogensekunden zwischen der Abweichung der Sonne im wahren Greenwicher Mittag des der Beobachtung vorhergehenden und nachfolgenden Tages ohne Rücksicht auf das Vorzeichen.

3. Entnimm dem Naut. Jahrb. die Abweichung der Sonne für den wahren Mittag des Beobachtungstages am Beobachtungsort.

4. Berechne die Verbesserungen nach der Formel 4 (§ 249) und bringe sie den Regeln (§ 251) entsprechend an die Chronometerzeit im unverbesserten Mittag an. Das Ergebnis ist die Chronometerzeit im wahren Mittag des Beobachtungsortes.

5. Berechne den Chronometerstand nach Formel 5 (§ 251).

2. Mitternachtsverbesserung.

1. Nachdem die Chronometerzeiten der Beobachtung am Nachmittag und Vormittag, wie unter 1 angegeben, gefunden sind, be-

rechne die halbe Zwischenzeit (t_u) und durch Zulegen der halben Zwischenzeit zu der Zeit der ersten Beobachtung die Chronometerzeit der unverbesserten Mitternacht.

2. Finde μ durch Verdoppelung des in Bogensekunden ausgedrückten Unterschiedes zwischen den Abweichungen der Sonne im wahren Mittage der Beobachtungstage ohne Rücksicht auf das Vorzeichen.

3. Entnimm dem Naut. Jahrb. die Abweichung der Sonne für die wahre Mitternacht am Beobachtungsort.

4. Berechne die Verbesserungen nach der Formel 4a (§ 250) und finde durch ihre Hinzufügung zur Chronometerzeit der unverbesserten Mitternacht, entsprechend den Regeln (§ 251), die Chronometerzeit der wahren Mitternacht.

5. Berechne den Chronometerstand nach Formel 5a (§ 251).

Beispiele.

Mittagsverbesserung.

1. Am 17. September 1904 wurden in Wladiwostok ($\varphi = 43° 6{,}8' N$, $\lambda = 131° 53' 46{,}5'' O$) zur Bestimmung des Chronometerstandes vormittags und nachmittags gleiche Sonnenhöhen beobachtet.

Die Mittel der Uhrvergleiche vor und nach den Beobachtungsreihen waren: I — U vorm. = + 0h 8m 7,5s, I — U nachm. = + 0h 8m 6,5s, ungef. Stand: m. Gr. Zt. — I = — 0h 7m.

Die Beobachtungsuhr zeigte:

	vormittags	nachmittags	Unverbesserter Mittag (zur Kontrolle)
$\underline{\odot}$ h_a = 71° 20′	U_1 = 0h 25m 57,0s	U_2 = 5h 45m 21,5s	3h 5m 39,2s
30	= 26 33,0	44 45,0	39,0
40	= 27 9,0	44 10,0	39,5
50	= 27 43,0	43 36,5	39,7
72 0	= 28 17,0	43 2,0	39,5
10	= 28 52,0	42 27,0	39,5
20	= 29 25,0	41 53,5	39,2

U_1 =	0	27	42,3	U_2 =	5	43	36,5
$(I - U)_1$ =	+	8	7,5	$(I - U)_2$ =	+ 8		6,5
I_1 =	0	35	49,8	I_2 =	5	51	43,0
$t = {}^1\!/_2$ Zw. Zt. =	2	37	56,6	I_1 =	0	35	49.8
I im unverbessert. Mtg. =	3	13	46,4	Zw. Zt. =	5	15	53.2
=	15	13	46.4	${}^1\!/_2$ Zw. Zt. =	2	37	56,6

w. O. Zt. = 24h 0m 0s
Lg. i. Zt. = 8 47 35,1 *O*
w. Gr. Zt. = 15 12 24,9
ungef. Ztgl. = — 5 27
ungef. m. Gr. Zt. = 15 7 = 15,1h

⊙ δ_w 16. IX. = + 2° 42,8′
⊙ δ_w 18. IX. = + 1 56,4
μ = 46,4
= 2784″

⊙ δ_w 17. IX. = + 2° 19,6′
Änd. f. 1° *W*-Lg. = — 0,0644′
„ „ 131.9 *O*-Lg. = + 8,5
⊙ δ = + 2 28.1

Ztgl. 17. IX. = — 5m 27s
Änd. f. 1h = — 0,9s
„ „ — 8,9 = + 8
Ztgl. = — 5 19

$$Mtg. V. = V_I + V_{II} = -A \cdot \mu \cdot tg\,\varphi + B \cdot \mu \cdot tg\,\delta.$$

$t = 2^h\ 37{,}9^m$	$log\ A = 7{,}7597$	$log\ B = 7{,}6472$
$\mu = 2784''$	$log = 3{,}4447$	$log = 3{,}4447$
$\varphi = +\ 43°\ 7'$	$log\ tg = 9{,}9714$	
$\delta = +\ 2\ 28$		$log\ tg = 8{,}6343$
	$log\ V_I = 1{,}1758$	$log\ V_{II} = 9{,}7262$
	$V_I = +\ 15{,}0^s$	$V_{II} = -\ 0{,}5^s$
	$V_{II} = -\ 0{,}5$	
	$Mtg. V. = +\ 14{,}5$	

I im unverbessert. Mtg. =	15^h	13^m	$46{,}4^s$	w. O. Zt. =	24^h	0^m	0^s	
I im wahren Mtg. =	15	14	0,9	Lg. i. Zt. =	8	47	35,1	O
m. Gr. Zt. im w. Mtg. =	15	7	5,9	w. Gr. Zt. =	15	12	24,9	
m. Gr. Zt. — I =	— 0	6	55,0.	Ztgl. =	—	5	19,0	
				m. Gr. Zt. =	15	7	5,9.	

Berechnung der genäherten Uhrzeit der ersten Nachmittagsbeobachtung (§ 251).

1.	m. Gr. Zt. — I genähert	= — 0^h	7^m	
2.	I — U	= + 0	8	
3. = 1. + 2.	m. Gr. Zt. — U	= + 0	1	
4.	λ	= 8	48	O
5. = 3. + 4.	m. O. Zt. — U	= 8	49	
6.	Zeitgleichung genähert	= —	5	
7. = 5. — 6.	w. O. Zt. — U	= 8	54	
8.	w. Mittag a. O.	= 12	0	
9. = 8. — 7.	U im w. Mittag a. O.	= 3	6	
10.	U b. d. letzt. Beob. vorm.	= 0	29	
11. = 9. — 10.	☉t b. d. letzt. Beob. vorm.	= 2	37	
12. = 9. + 11.	U b. d. erst. Beob. nachm.	= 5	43	

Mitternachtsverbesserung.

2. Am 2. Dezember 1904 N. M. und am 3. Dezember V. M. wurden in Tanga ($\lambda = 39°\ 7' = 2^h\ 36^m\ 27{,}7^s$ *O*, $\varphi = -5°\ 4'$) zur Bestimmung des Chronometerstandes gleiche Sonnenhöhen über dem künstlichen Horizont beobachtet. Genäherter Stand: m. Gr. Zt. — I = + $0^h\ 37^m\ 33{,}8^s$. Die Uhrvergleichungen hatten ergeben im Mittel: $(I - U)_1 = +\ 0^h\ 10^m\ 18{,}5^s$. $(I - U)_2 = +\ 0^h\ 10^m\ 16{,}5^s$.

	2. Dezember nachm.	3. Dezember vorm.	Unverbessert. Mitternacht (zur Kontrolle)
$\underline{\odot}\ h_a = 23°\ 0'$	$U_1 = 1^h\ 45^m\ 13{,}5^s$	$U_2 = 15^h\ 5^m\ 18{,}5^s$	$8^h\ 25^m\ 16{,}0^s$
22 30	46 18,0	4 35,2	26,6
0	47 23,5	3 8,0	15,8
21 30	48 29,5	2 2,5	16,0
0	49 39,5	15 0 56,5	18,0
20 30	50 39,5	14 59 52,0	15,8
0	51 45,0	58 48,0	16,5
19 30	1 52 51,0	14 57 42,0	16,5

Wie die zur Kontrolle gebildeten Uhrzeiten in der unverbesserten Mitternacht zeigen, ist die zweite Beobachtung fehlerhaft und wird daher ausgeschlossen. Aus den übrigen Beobachtungen findet man als Mittelwerte beider Reihen:



2. Dezember nachm.	3. Dezember vorm.
$U_1 = 1^h\,49^m\,25{,}9^s$	$U_2 = 15^h\ 1^m\ 6{,}8^s$
$(I - U)_1 = +10\ \ 18{,}5$	$(I - U)_2 = +\ 10\ \ 16{,}5$
$I_1 = 1\ \ 59\ \ 44{,}4$	$I_2 = 15\ \ 11\ \ 23{,}3$
$t_u = {}^1/_2$ Zw. Zt. $= 6\ \ 35\ \ 49{,}5$	$I_1 = 1\ \ 59\ \ 44{,}4$
I i. unverb. Mttncht. $= 8\ \ 35\ \ 33{,}9$	Zw. Zt. $= 13\ \ 11\ \ 38{,}9$
	${}^1/_2$ Zw. Zt. $= 6\ \ 35\ \ 49{,}5$

w. O. Zt. $= 12^h\ \ 0^m\ \ 0^s$	$\odot\delta_w$ 2. XII. $= -21°\,56{,}6'$
Lg. i. Zt. $= 2\ \ 36\ \ 27{,}7\ O$	$\odot\delta_w$ 3. XII. $= -22\ \ 5{,}4$
w. Gr. Zt. $= 9\ \ 23\ \ 32{,}3$	${}^1/_2\,\mu = 8{,}8$
ungef. Ztgl. $= -\ 10\ \ 34$	$= 528''$
ungef. m. Gr. Zt. $= 9\ \ 12\ \ 58$	$\mu = 1056$

$\odot\delta$ 2. XII. $= -21°\,56{,}7'$	Ztgl. 2. XII. $= -10^m\,34^s$
Änd. f. $1^h = -0{,}36'$	Änd. f. $1^h = +1{,}0^s$
" " $+9{,}2 = -\ \ 3{,}3$	" " $+9{,}2 = +\ 9$
$\odot\delta = -22\ \ 0{,}0$	Ztgl. $= -10\ \ 25$

$$Mnt.\ V. = V_I + V_{II} = A \cdot \mu \cdot tg\,\varphi + B \cdot \mu \cdot tg\,\delta.$$

$t_u = 6^h\,35{,}8^m$	$log\ A = 7{,}9673$	$log\ B = 7{,}1592$
$\mu = 1056''$	$log = 3{,}0237$	$log = 3{,}0237$
$\varphi = -\ 5°\,4'$	$log\ tg = 8{,}9477$	
$\delta = -22\ \ 0$		$log\ tg = 9{,}6064$
	$log\ V_I = 9{,}9387$	$log\ V_{II} = 9{,}7893$
	$V_I = +0{,}9^s$	$V_{II} = -0{,}6^s$
	$V_{II} = -0{,}6$	
	$Mnt.\ V. = +0{,}3$	

I i. unverb. Mttncht. $= 8^h\,35^m\,33{,}9^s$	w. Gr. Zt. $= 9^h\,23^m\,32{,}3^s$
I i. wahrer Mttncht. $= 8\ \ 35\ \ 34{,}2$	Ztgl. $= -10\ \ 25$
m. Gr. Zt. " " " $= 9\ \ 13\ \ 7{,}3$	m. Gr. Zt. $= 9\ \ 13\ \ 7{,}3.$
m. Gr. Zt. $-$ I $= +37\ \ 33{,}1.$	

E. Bestimmung des Chronometerganges.

a. Aus zwei Ständen und der Zwischenzeit.

§ 253. Wie bereits früher erwähnt, erhält man den mittleren täglichen Gang des Chronometers, indem man die Differenz zweier Stände durch die (mit Hilfe von N. T. 27) in Tagesbruch ausgedrückte Zwischenzeit dividiert; der so gefundene Gang g gilt genähert für die in dem betreffenden Intervall stattgehabte Mitteltemperatur. Soll hieraus g_0, d. h. der tägliche Gang bei 15° C., ermittelt werden, so hat man aus der Tabelle der Temperaturkorrektionen den der Mitteltemperatur entsprechenden Wert zu entnehmen und ihn mit entgegengesetztem Vorzeichen an g anzubringen. Dieses Verfahren wird für die Praxis stets hinreichend genau sein, wenn die Zwischenzeit nicht allzu groß (etwa 10 bis 20 Tage) ist, und die Temperatur innerhalb dieses Zeitraums keine beträchtlichen Schwankungen gezeigt hat. — Bei längeren Zwischenzeiten oder er-

heblichen Temperaturschwankungen erhält man einen etwas genaueren Wert für g_0, indem man die für die Zwischenzeit von Tag zu Tag berechneten Temperaturkorrektionen berücksichtigt. Es seien S_1 und S_2 zwei beobachtete Stände, zwischen denen ein Zeitraum von m Tagen liegt, und Σ Temp.-Korr. die Summe der während des Intervalls täglich ermittelten Temperaturkorrektionen, so ist

$$g_0 = \frac{S_2 - S_1 - \Sigma \text{ Temp.-Korr.}}{m}.$$

Die bei längeren Zwischenzeiten etwas lästige Bildung der Summe Σ Temp.-Korr. läßt sich in folgender Weise mit Hilfe der Angaben im Chronometerjournal umgehen. Sei S_b der beobachtete Stand und S_r der mit dem alten g_0 und unter Berücksichtigung der täglichen Temperaturkorrektionen für die Beobachtungszeit berechnete Stand, so hat man an das alte g_0 die folgende Korrektion anzubringen

$$\Delta g_0 = \frac{S_b - S_r}{m}.$$

Beispiele.

1. Am 2. September 1904 um $1^h\,0^m$ mittlerer Greenwicher Zeit wurde in Southampton der Stand des Chronometers M. 20 zu $+\,0^h\,5^m\,20{,}6^s$ bestimmt; Am 14. September 1904 um $11^h\,0^m$ V. M. mittlerer Greenwicher Zeit wurde in San Paolo der Standwert $+\,0^h\,5^m\,58{,}2^s$ gefunden. Mitteltemperatur des Intervalls $= +\,18{,}0^\circ$ C.; Temperaturkorrektion für $+\,18^\circ$: Temp.-Korr. $= -\,0{,}07^s$ (§ 239). Es soll g_0 berechnet werden.

$$\begin{aligned} S_2 &= +\,0^h\,5^m\,58{,}2^s \\ S_1 &= +\,0\;\;\,5\;\;\,20{,}6 \\ \hline S_2 - S_1 &= +\qquad\;\; 37{,}6 \end{aligned}$$

Zwischenzeit 11 Tage 22 Stunden $= 11{,}92^d$

$$g = \frac{+\,37{,}6^s}{11{,}92} = +\,3{,}15^s$$

$$\underline{g_0 = g - \text{Temp.-Korr.} = +\,3{,}15^s + 0{,}07^s = +\,3{,}22^s.}$$

2. **Mit dem im vorigen Beispiel berechneten Gange und dem in San Paolo erhaltenen Stande ($+\,0^h\,5^m\,58{,}2^s$) wurde auf der Weiterreise die Vorausberechnung ausgeführt. Bei Ankunft in Kapstadt am 14. November 1904 wurde durch Beobachtung des Zeitballs der Stand $+\,0^h\,8^m\,58{,}7^s$ gefunden, während die Vorausberechnung $+\,0^h\,9^m\,50{,}3^s$ ergeben hatte. Die Summe der täglich berechneten Temperaturkorrektionen betrug $= +\,35{,}7^s$. Es ist g_0 zu berechnen.**

1. Methode

$$g_0 = \frac{S_2 - S_1 - \Sigma \text{ Temp.-Korr.}}{m} = \frac{+\,0^h\,8^m\,58{,}7^s - 0^h\,5^m\,58{,}2^s - 35{,}7^s}{61}$$

$$\underline{g_0 = +\,\frac{144{,}8^s}{61} = +\,2{,}37^s.}$$

2. Methode

$$\Delta g_0 = \frac{S_b - S_r}{m} = \frac{+\,0^h\,8^m\,58{,}7^s - 0^h\,9^m\,50{,}3^s}{61} = -\,\frac{51{,}6^s}{61} = -\,0{,}85^s,$$

$$\underline{\text{neues } g_0 = \text{altes } g_0 + \Delta g_0 = +\,3{,}22^s - 0{,}85^s = +\,2{,}37^s.}$$

b. Bestimmung des wahrscheinlichsten Chronometerganges aus einer Reihe von Standbestimmungen.

1. Bei ungleichen Zwischenzeiten.

§ 254. Hat man mehrere Standbestimmungen in kurzer Zeit nacheinander erhalten, so ist es unter der Voraussetzung gleich guter und gleichartiger Beobachtungen (minderwertige sind besser von der Berechnung auszuschließen) richtig und vorteilhaft, sie sämtlich zur Gangbestimmung zu verwerten. — Es mögen

zu den Zeiten $T_1\ T_2\ T_3 \ldots\ldots T_{n-1}\ T_n$
die Chronometerstände $S_1\ S_2\ S_3 \ldots\ldots S_{n-1}\ S_n$

beobachtet worden sein, dann hat man zur Bestimmung des mittleren täglichen Ganges durch paarweises Zusammenfassen der Beobachtungen die folgenden $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
(T_2 - T_1) \cdot g &= S_2 - S_1 \\
(T_3 - T_1) \cdot g &= S_3 - S_1 \\
&\vdots \\
(T_n - T_1) \cdot g &= S_n - S_1 \\
(T_3 - T_2) \cdot g &= S_3 - S_2 \\
(T_4 - T_2) \cdot g &= S_4 - S_2 \\
&\vdots \\
(T_n - T_2) \cdot g &= S_n - S_2 \\
&\vdots \\
(T_n - T_{n-1}) \cdot g &= S_n - S_{n-1}.
\end{aligned}
$$

Nach den Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung erhält man hieraus den wahrscheinlichsten Wert von g, indem man jede Gleichung mit dem in ihr vorkommenden Faktor von g, d. i. der Zwischenzeit, multipliziert und die Ergebnisse addiert. Dies gibt:

$$
[(T_2 - T_1)^2 + (T_3 - T_1)^2 + \ldots + (T_n - T_{n-1})^2] \cdot g = \\
(S_2 - S_1) \cdot (T_2 - T_1) + (S_3 - S_1) \cdot (T_3 - T_1) + \ldots + (S_n - S_{n-1}) \cdot (T_n - T_{n-1}),
$$

woraus folgt:

$$
g = \frac{(S_2 - S_1) \cdot (T_2 - T_1) + (S_3 - S_1) \cdot (T_3 - T_1) + \ldots + (S_n - S_{n-1}) \cdot (T_n - T_{n-})}{(T_2 - T_1)^2 + (T_3 - T_1)^2 + \ldots + (T_n - T_{n-1})^2}.
$$

Wenn nicht die äußerste Rechnungsschärfe erforderlich ist, können die Faktoren, das sind die Zwischenzeiten, auf ganze Tage abgerundet werden.

Um von dem gefundenen g auf g_0 überzugehen, hat man die der Mitteltemperatur des ganzen Zeitraums entsprechende Temperaturkorrektion aufzusuchen und mit umgekehrtem Vorzeichen an g anzubringen.

Beispiel.

Während des Aufenthalts in Molde wurden durch Beobachtungen über dem künstlichen Horizont die folgenden Chronometerstände erhalten:

$T_1 =$ 1904 Sept. 7: $S_1 = + 0^h\,5^m\,22{,}7^s$ (gleiche ⊙ Höhen),
$T_2 =$ 11: $S_2 =$ 28,8 (gleiche Sternhöhen),
$T_3 =$ 13: $S_3 =$ 30,7 (gleiche ⊙ Höhen),
$T_4 =$ 17: $S_4 =$ 36,3 (gleiche Sternhöhen),
$T_5 =$ 20: $S_5 = + 0^h\,5^m\,40{,}3^s$ (gleiche ⊙ Höhen).
Mitteltemperatur $= + 17{,}0°$; Temp.-Korr. $= - 0{,}07^s$.

Es ist der wahrscheinlichste Gang des Chronometers zu berechnen.

Die überhaupt möglichen paarweisen Zusammenfassungen der Beobachtungen ergeben folgendes.

$$\begin{array}{lll}
(T_2 - T_1)\cdot g = S_2 - S_1 & \text{gibt:} & 4\,g = + \;\; 6{,}1^s \\
(T_3 - T_1)\cdot g = S_3 - S_1 & „ & 6\,g = + \;\; 8{,}0 \\
(T_4 - T_1)\cdot g = S_4 - S_1 & „ & 10\,g = + 13{,}6 \\
(T_5 - T_1)\cdot g = S_5 - S_1 & „ & 13\,g = + 17{,}6 \\
(T_3 - T_2)\cdot g = S_3 - S_2 & „ & 2\,g = + \;\; 1{,}9 \\
(T_4 - T_2)\cdot g = S_4 - S_2 & „ & 6\,g = + \;\; 7{,}5 \\
(T_5 - T_2)\cdot g = S_5 - S_2 & „ & 9\,g = + 11{,}5 \\
(T_4 - T_3)\cdot g = S_4 - S_3 & „ & 4\,g = + \;\; 5{,}6 \\
(T_5 - T_3)\cdot g = S_5 - S_3 & „ & 7\,g = + \;\; 9{,}6 \\
(T_5 - T_4)\cdot g = S_5 - S_4 & „ & 3\,g = + \;\; 4{,}0.
\end{array}$$

Die Multiplikation mit den Faktoren von g ergibt:

$$\begin{array}{r}
16\,g = + \;\; 24{,}4^s \\
36\,g = + \;\; 48{,}0 \\
100\,g = + 136{,}0 \\
169\,g = + 228{,}8 \\
4\,g = + \;\;\; 3{,}8 \\
36\,g = + \;\; 45{,}0 \\
81\,g = + 103{,}5 \\
16\,g = + \;\; 22{,}4 \\
49\,g = + \;\; 67{,}2 \\
9\,g = + \;\; 12{,}0 \\
\hline
\end{array}$$

Die Summe ist $516\,g = + 691{,}1.$

Durch Division findet man hieraus:

$$g = + 1{,}34^s.$$

Schließlich ist

$$\underline{g_0 = g - \text{Temp.-Korr.} = + 1{,}34^s + 0{,}07^s = + 1{,}41^s.}$$

2. Bei gleichen Zwischenzeiten.

§ 255. Wesentlich einfacher ist die Berechnung des mittleren täglichen Ganges aus mehreren Standbestimmungen, wenn diese in gleichen Zwischenräumen ausgeführt worden sind. Die anzuwendende Formel lautet dann:

$$g = \frac{(T_n - T_1)\cdot(S_n - S_1) + (T_{n-1} - T_2)\cdot(S_{n-1} - S_2) + (T_{n-2} - T_3)\cdot(S_{n-2} - S_3) + \ldots}{(T_n - T_1)^2 + (T_{n-1} - T_2)^2 + (T_{n-2} - T_3)^2 + \ldots}.$$

Diese Gleichung gibt folgende Regel für die Berechnung: Der Zähler wird gebildet, indem man symmetrisch den ersten Uhrstand vom letzten, den zweiten Uhrstand vom vorletzten usw. subtrahiert (bis zur Mitte der vorhandenen Beobachtungsreihe fortzusetzen), diese Differenzen jedesmal mit den Zwischenzeiten multipliziert und dann sämtliche Produkte addiert; der Nenner ist gleich der Summe der Quadrate der soeben erwähnten Zwischenzeiten. Bei einer ungeraden Anzahl von Standbestimmungen tritt die mittlere Beobachtung nicht in die Rechnung ein.

Diese Rechnungsweise läßt sich auch dann noch mit Vorteil anwenden, wenn die Zwischenzeiten nicht vollständig einander gleich sind, sondern etwas voneinander abweichen. Das Resultat einer solchen Gangbestimmung wird sich nur wenig von dem strengen Werte unterscheiden.

Ableitung der Formel. Der Einfachheit wegen soll die Ableitung nur für den Fall durchgeführt werden, daß sieben Standbestimmungen mit gleichen Zwischenzeiten vorliegen. Man kann die folgenden Überlegungen jedoch auf jede beliebige Anzahl von Standbestimmungen ausdehnen.

Es seien die sieben Standbestimmungen in Zwischenzeiten von je f Tagen erhalten worden. Setzt man

$$G = f g,$$

so lauten die sieben Bedingungsgleichungen folgendermaßen:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_1 \\ S_1 + G &= S_2 \\ S_1 + 2G &= S_3 \\ S_1 + 3G &= S_4 \\ S_1 + 4G &= S_5 \\ S_1 + 5G &= S_6 \\ S_1 + 6G &= S_7. \end{aligned}$$

Führt man die Bezeichnung

$$\Sigma S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7$$

ein, so lautet das arithmetische Mittel aus den sieben Gleichungen:

$$S_1 + 3G = {}^1/_7\, \Sigma S.$$

Diese Mittelgleichung wird von jeder einzelnen der gegebenen sieben Gleichungen abgezogen. Dadurch erhält man:

$$\begin{aligned} -3G &= S_1 - {}^1/_7\, \Sigma S \\ -2G &= S_2 - {}^1/_7\, \Sigma S \\ -G &= S_3 - {}^1/_7\, \Sigma S \\ 0 &= S_4 - {}^1/_7\, \Sigma S \\ +G &= S_5 - {}^1/_7\, \Sigma S \\ +2G &= S_6 - {}^1/_7\, \Sigma S \\ +3G &= S_7 - {}^1/_7\, \Sigma S. \end{aligned}$$

Um aus diesen Gleichungen den wahrscheinlichsten Wert von G zu ermitteln, hat man nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung die einzelnen Gleichungen der Reihe nach mit den Faktoren

$$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ +1,\ +2,\ +3$$

zu multiplizieren. Hierdurch fällt die vierte Gleichung fort und man erhält:

$$3^2\,G = -3\,S_1 + {}^3/_7\,\Sigma S$$
$$2^2\,G = -2\,S_2 + {}^2/_7\,\Sigma S$$
$$1^2\,G = -S_3 + {}^1/_7\,\Sigma S$$
$$1^2\,G = +S_5 - {}^1/_7\,\Sigma S$$
$$2^2\,G = +2\,S_6 - {}^2/_7\,\Sigma S$$
$$3^2\,G = +3\,S_7 - {}^3/_7\,\Sigma S.$$

Die Summe dieser sechs Gleichungen ist:

$$2\,(3^2 + 2^2 + 1^2)\,G = 3\,(S_7 - S_1) + 2\,(S_6 - S_2) + 1\,(S_5 - S_3),$$

woraus
$$G = f g = {}^1/_2 \cdot \frac{3\,(S_7 - S_1) + 2\,(S_6 - S_2) + 1\,(S_5 - S_3)}{3^2 + 2^2 + 1^2}$$

und
$$g = \frac{6\,f\,(S_7 - S_1) + 4\,f\,(S_6 - S_2) + 2\,f\,(S_5 - S_3)}{(6\,f)^2 + (4\,f)^2 + (2\,f)^2}$$

folgt. Bezeichnet man die Zeitpunkte der einzelnen Standbestimmungen mit T_1 bis T_7, so ist

$$T_7 - T_1 = 6\,f$$
$$T_6 - T_2 = 4\,f$$
$$T_5 - T_3 = 2\,f.$$

Demnach wird

$$g = \frac{(T_7 - T_1)\cdot(S_7 - S_1) + (T_6 - T_2)\cdot(S_6 - S_2) + (T_5 - T_3)\cdot(S_5 - S_3)}{(T_7 - T_1)^2 + (T_6 - T_2)^2 + (T_5 - T_3)^2}.$$

Aus dem Bau dieser Formel läßt sich erkennen, daß sie bei n Standbestimmungen in die oben angegebene Form übergeht.

Beispiel.

Während des Aufenthalts in Kapstadt wurden zur Bestimmung des Chronometerstandes und des wahrscheinlichsten Ganges folgende Zeitballbeobachtungen ausgeführt:

T_1 = 1904 April 4:	$S_1 =$	$-0^h\,9^m\,10{,}0^s$
T_2 = 5:	$S_2 =$	12,5
T_3 = 7:	$S_3 =$	16,5
T_4 = 10:	$S_4 =$	24,5
T_5 = 11:	$S_5 =$	26,5
T_6 = 13:	$S_6 =$	33,0
T_7 = 15:	$S_7 =$	$-0^h\,9^m\,38{,}0^s$.

Mitteltemperatur während dieses Zeitraums $= +24{,}3°$ C.; Temp.-Korr. $= +0{,}01^s$. Es ist der wahrscheinlichste Gang des Chronometers zu berechnen.

Nach der Regel hat man zu bilden:

$S_7 - S_1 = -28{,}0^s$,	$T_7 - T_1 = 11$	Produkte $= -308{,}0^s$	Quadrate $= 121$
$S_6 - S_2 = -20{,}5$,	$T_6 - T_2 = 8$	$-164{,}0$	64
$S_5 - S_3 = -10{,}0$,	$T_5 - T_3 = 4$	$-40{,}0$	16
		Zähler $= -512{,}0$	Nenner $= 201$

$$g = -\frac{512{,}0^s}{201} = -2{,}55^s.$$

Damit wird
$$\underline{g_0 = g - 0{,}01^s = -2{,}56^s.}$$

F. Die Vorausberechnung der wahrscheinlichsten Greenwicher Zeit aus den Ständen und Gängen der an Bord befindlichen Chronometer.

1. Bemerkungen über die täglichen Chronometervergleichungen.

§ 256. Bei der großen Anzahl der gangstörenden Ursachen, die an Bord auf das Chronometer einwirken, muß man stets der Befürchtung Raum geben, daß selbst ein vorzüglich gearbeitetes

Instrument gelegentlich einmal ein unregelmäßiges Verhalten annehmen kann. Die Ausrüstung eines Schiffes mit nur einem Chronometer ist deshalb für längere Reisen unzureichend. Bei Benutzung zweier Chronometer wird man den Eintritt einer Gangstörung in den meisten Fällen zwar feststellen und auch ihre Größe überschläglich abschätzen können; es wird sich aber ohne weiteres nicht mit genügender Sicherheit erkennen lassen, welchem der beiden Instrumente ein mangelhaftes Verhalten zuzuschreiben ist und welches für die weiteren Vorausberechnungen benutzt werden muß. Sehr verhängnisvolle Irrtümer können besonders in dem Falle entstehen, wenn einmal bei beiden Instrumenten Gangabweichungen in gleichem Sinne und annähernd gleichem Betrage, z. B. infolge von bedeutenden Veränderungen der Luftfeuchtigkeit, auftreten; der Navigateur wird wegen der guten Übereinstimmung seiner beiden Chronometer in solchem Falle geneigt sein, die Zuverlässigkeit der Längenbestimmung zu überschätzen. Aus diesen Erwägungen und Erfahrungen hat sich die Erkenntnis ergeben, daß es bei Reisen von längerer Dauer nur durch Benutzung dreier Chronometer und durch eine richtige Verwertung ihrer Angaben möglich ist, die Zeit des Nullmeridians mit genügender Zuverlässigkeit abzuleiten.

Zur gegenseitigen Kontrolle und um jeder Zeit einen Überblick über die Verläßlichkeit der Chronometer an Bord zu behalten, sind die Instrumente täglich zu einer festgesetzten Ortszeit (meistens acht Uhr vormittags) in folgender Weise miteinander zu vergleichen. Man blickt zunächst auf das Chronometer I, zählt kurze Zeit die vollen Sekunden dieses Instruments (indem man jedesmal den auf die halbe Sekunde fallenden Schlag ausläßt) und wendet sich, in Gedanken die Sekunden von I weiterzählend, zu Chronometer II. Im Augenblick, wo I eine Zehnersekunde erreicht, schätzt man möglichst genau die Zeitangabe von II. Man wird schon bei einiger Übung imstande sein, die Zehntelsekunde bei II richtig aufzufassen. Zunächst wird nun die Sekundenablesung von II, dann diejenige von I aufgeschrieben, und hierauf werden erst die vollen Minuten und Stunden beider Chronometer hinzugefügt. Zum Schluß wird die Differenz der beiden Chronometerablesungen gebildet. In derselben Weise sind die Vergleichungen zwischen den Chronometern I und III, sowie zwischen II und III vorzunehmen. Hierdurch erlangt man Aufzeichnungen von folgender Form:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= 10^h 50^m 20^s; & \mathrm{II} &= 11^h\ 0^m 13{,}9^s; & \mathrm{I}-\mathrm{II} &= -0^h\ 9^m 53{,}9^s\\
\mathrm{I} &= 10\ \ 51\ \ \ 0\ ; & \mathrm{III} &= 10\ \ 48\ \ 44{,}6\ ; & \mathrm{I}-\mathrm{III} &= +0\ \ 2\ \ 15{,}4\\
\mathrm{II} &= 11\ \ \ 1\ \ 30\ ; & \mathrm{III} &= 10\ \ 49\ \ 20{,}6\ ; & \mathrm{II}-\mathrm{III} &= +0\ 12\ \ \ 9{,}4.
\end{aligned}$$

Eine Kontrolle für die Richtigkeit der Vergleichung ist durch die Beziehung gegeben:

$$(\mathrm{I}-\mathrm{III})-(\mathrm{II}-\mathrm{III})=(\mathrm{I}-\mathrm{II}).$$

Diese Kontrollgleichung ist bei dem obigen Beispiel bis auf $0{,}1^s$ erfüllt. Falls nicht störende Nebengeräusche die Sicherheit der Auffassung beeinträchtigen, werden sich bei einem geübten Beobachter nie größere Abweichungen in der Kontrollgleichung als $0{,}2^s$ einstellen. An Bord, wo Nebengeräusche in der Regel vorhanden sind, muß man unter Umständen Abweichungen von $^1/_4{}^s$ bis $^1/_2{}^s$ zulassen. Bei größeren Differenzen ist die Vergleichung zu wiederholen.

Es ist nicht zu empfehlen, daß die Vergleichungen der Chronometer durch zwei Personen (durch »Null«- oder »Stopp«-Rufen) vorgenommen werden, außer vielleicht bei schwerem Wetter, wenn die Schläge unhörbar sind.

Die Resultate der im Notizbuche aufgezeichneten Vergleichungen werden in gleicher Weise wie die Chronometerstände in das Journal eingetragen und dann die Differenzen von Tag zu Tag hinzugefügt.

Die aus den Chronometervergleichungen erhaltenen Differenzen, die den relativen Gang eines Instruments gegen das andere darstellen, können dazu dienen, Aufschlüsse über das Verhalten der Chronometer zu geben. Jede bei einem Chronometer eintretende Störung im Gange macht sich in diesen Differenzen bemerkbar. Tritt eine plötzliche Unregelmäßigkeit dieser Unterschiede nur an einem Tage auf, um sodann wieder auf die frühere Größe zurückzugehen, so kann man hieraus auf einen Sprung im Stande (d. h. auf eine eintägige Gangstörung) schließen; zeigt dagegen der tägliche Unterschied eine dauernde Veränderung, so hat man es mit einer Gangstörung zu tun. Durch die Benutzung dreier Chronometer wird man oft entscheiden können, welches der Instrumente unregelmäßig geht, und wie groß der Betrag der Störung ist.

Beispiel.

	I — II	Unterschied	I — III	Unterschied	II — III	Unterschied
1. Aug.	$-0^h 9^m 53{,}9^s$	$+0{,}5^s$	$+0^h 2^m 15.4^s$	$+5{,}2^s$	$+0^h 12^m 9{,}4^s$	$+4{,}6^s$
2. „	53,4	+ 0.5	20.5	+ 5,1	13,9	+ 4,5
3. „	53,5	— 0,1	25,4	+ 4,9	19,0	+ 5,1
4. „	55,1	— 1,6	30.4	+ 5,0	25,4	+ 6,4
5. „	54.6	+ 0,5	35,5	+ 5.1	30,1	+ 4,7
6. „	$-0^h 9^m 54.0^s$	$+0.6^s$	$+0^h 2^m 40{,}6^s$	$+5{,}1^s$	$+0^h 12^m 34{,}5^s$	$+4{,}4^s$

Die Tabelle zeigt, daß am 4. in der ersten und dritten Rubrik Unregelmäßigkeiten eingetreten, die Werte der zweiten Rubrik dagegen unverändert geblieben sind. Es läßt sich daraus auf eine Störung bei demjenigen Chronometer schließen, das an den beiden erstgenannten Vergleichungen beteiligt ist, nämlich Chronometer II. Da an den folgenden Tagen die Differenzen wieder auf ihre früheren Werte zurückgehen, so ist anzunehmen, daß nur eine kurz andauernde Gangänderung zwischen dem 3. und 4. beim Chronometer II stattgefunden hat. Der Betrag dieser Änderung läßt sich aus dem Unterschiede des gestörten und des

regelmäßigen Wertes sowohl aus der ersten als auch aus der dritten Spalte näherungsweise feststellen; sind die erhaltenen Beträge verschieden, so kann man im allgemeinen den Mittelwert als den zuverlässigsten betrachten. In dem vorliegenden Falle ergeben die Zahlen der ersten Spalte — $1{,}6^s$ (gestörter Wert) und + $0{,}5^s$ (regelmäßiger Wert) den Unterschied $2{,}1^s$; die Zahlen der dritten Spalte + $6{,}4^s$ (gestörter Wert) und + $4{,}5^s$ (regelmäßiger Wert) den Unterschied $1{,}9^s$.

Den Sinn dieser zwei Sekunden betragenden Störung beim Chronometer II kann man durch folgende Überlegung feststellen. Die Zahlen in der ersten Spalte stellen den Wert: Stand II minus Stand I dar; dementsprechend sind die Differenzen in dieser Spalte: Gang II minus Gang I. Da man annehmen muß, daß Gang I während der ganzen Zeit unverändert geblieben ist, so ist der Unterschied »gestörte Differenz minus regelmäßige Differenz«, also $-1{,}6^s - (+0{,}5^s) = -2{,}1^s$, auch dem Vorzeichen nach gleich »gestörter Gang II minus regelmäßiger Gang II«, d. h. das Chronometer II ist gegenüber seinem regelmäßigen Gange um 2^s vorausgeeilt. — Wenn man die Werte der dritten Spalte in ähnlicher Weise untersucht, so gelangt man bezüglich des Sinnes der Störung zu dem gleichen Ergebnis.

Vor allem bieten die täglichen Vergleichungen dreier Chronometer ein sicheres Mittel, das gänzlich unzulängliche Verhalten eines Instruments sofort zu erkennen.

§ 257. Außerdem geben die täglichen Uhrvergleichungen ein Mittel an die Hand, auch langsame Stand- und Gangänderungen und die Notwendigkeit neuer Standbestimmungen zu erkennen. Wenn die vorausberechneten Stände aller drei Chronometer richtig sind, so muß sich für einen bestimmten Zeitpunkt aus jedem der Chronometer dieselbe Greenwicher Zeit ergeben; es muß also m. Gr. $Zt._1$ = m. Gr. $Zt._2$ = m. Gr. $Zt._3$ sein. Daraus folgt aber, daß

$$S_2 - S_1 = (\text{m. Gr. Zt.}_2 - \text{II}) - (\text{m. Gr. Zt.}_1 - \text{I}) = \text{I} - \text{II}$$
$$S_3 - S_1 = (\text{m. Gr. Zt.}_3 - \text{III}) - (\text{m. Gr. Zt.}_1 - \text{I}) = \text{I} - \text{III}$$
$$S_3 - S_2 = (\text{m. Gr. Zt.}_3 - \text{III}) - (\text{m. Gr. Zt.}_2 - \text{II}) = \text{II} - \text{III}$$

sein muß. Im allgemeinen werden infolge der Fehler der vorausberechneten Stände diese Gleichungen nicht erfüllt sein. Die Größe des Unterschiedes zwischen $S_2 - S_1$ und I — II gibt an, um wieviel die mittl. Greenw. Zeiten der beiden Chronometer I und II voneinander abweichen. Das entsprechende gilt für die anderen Unterschiede.

Jeder Navigationsoffizier sollte sich daher eine besondere Tabelle anlegen, in der die Größen $S_2 - S_1$, $S_3 - S_1$ und $S_3 - S_2$ täglich eingetragen werden.*) Ein Vergleich dieser Zahlen und der Größen I — II, I — III und II — III des Chronometer-Journals, die bei richtigem Stande entsprechend gleich sein sollten, führt ihm sofort den Unterschied der Greenwich-Zeiten seiner Chronometer vor Augen. Übersteigen diese Unterschiede ein gewisses Maß, etwa 10^s, so ist eine Standbestimmung dringend erforderlich. Vergrößern sich die

*) Es wird beabsichtigt, in den Chronometer-Journalen selbst Rubriken für diese Differenzen einzurichten.

Unterschiede von Tag zu Tag in regelmäßiger Weise, so ist das ein Zeichen, daß das benutzte g_0 nicht mehr richtig ist und neue Gänge eingeführt werden müssen.

Fortsetzung des Beispiels von § 256.

Die vorausberechneten Stände vom 1. bis 6. August waren:

	g	S_1	g	S_2	g	S_3
1. Aug.	+ 4,2s	+ 0h 13m 23,7s	+ 6,5s	+ 0h 3m 29,8s	+ 9,0s	+ 0h 15m 39,1s
2. „	„	27,9	„	36,3	„	48,1
3. „	„	32,1	„	42,8	„	+ 0 15 57,1
4. „	„	36,3	„	49,3	„	+ 0 16 6,1
5. „	„	40,5	„	+ 0 3 55,8	„	15,1
6. „	„	+ 0 13 44,7	„	+ 0 4 2,3	„	+ 0 16 24,1

Daraus bildet man folgende Werte $S_2 - S_1$, $S_3 - S_1$ und $S_3 - S_2$, die mit den Werten von I — II, I — III und II — III aus § 256 zusammengestellt sind. (Der Kürze halber sind bei den Standdifferenzen die Minuten weggelassen worden, sie sind gleich denen der Uhrdifferenzen.)

	I — II	$S_2 - S_1$	I — III	$S_3 - S_1$	II — III	$S_3 - S_2$
1. Aug.	— 0h 9m 53,9s	53,9s	+ 0h 2m 15,4s	15,4s	+ 0h 12m 9,4s	9,3s
2. „	53,4	51,6	20,5	20,2	13,9	11,8
3. „	53,5	49,3	25,4	25,0	19,0	14,3
4. „	55,1	47,0	30,4	29,8	25,4	16,8
5. „	54,6	44,7	35,5	34,6	30,1	19,3
6. „	— 0 9 54,0	42,4	+ 0 2 40,6	39,4	+ 0 12 34,5	21,8

Während am 1. August die drei Chronometer vollständig übereinstimmten, ist am 6. nur noch zwischen I und III Übereinstimmung da, während II so weit abweicht, daß eine Standbestimmung erforderlich ist. Der Unterschied zwischen den m. Gr. Zeiten von I und II ist auf — 54,0s — (— 42,4s) = — 11,6s, der zwischen denen von II und III auf 34,5s — 21,8s = + 12,7s angewachsen.

Daraus, daß diese Unterschiede vom 1. bis 6. August allmählich angewachsen sind, geht auch die Notwendigkeit der Einführung neuer Gänge hervor.

2. Gewichte der Chronometer.

§ 258. Beim Vorhandensein dreier Chronometer an Bord wird häufig die Praxis befolgt, daß das zuverlässigste Instrument für die Navigierung verwendet und die Angaben der beiden anderen Chronometer nur als Kontrollwerte benutzt werden. Dieses Verfahren ist nicht ganz einwandfrei; es ist hierin, bildlich ausgedrückt, ein Unrecht gegen die beiden minder guten Chronometer enthalten.

Es muß deshalb eine Methode angegeben werden, die es ermöglicht, den Zuverlässigkeitsgrad, d. h. das »relative Gewicht«, jedes Chronometers aus seinem bisherigen Verhalten zahlenmäßig zu

ermitteln, sodaß man die Angaben jedes einzelnen Instruments, entsprechend den gefundenen Relativzahlen, bei der Vorausberechnung berücksichtigen kann.

Das Kennzeichen für die Zuverlässigkeit eines Chronometers ist offenbar die geringere oder größere Veränderlichkeit seines Ganges; das »Gewicht« eines Chronometers ist deshalb abhängig von den bisher beobachteten Gangschwankungen, und zwar wird man hierbei, um von den Temperaturstörungen frei zu sein, die Werte g_0 zugrunde legen, d. h. diejenigen Gangbeträge, die man erhalten haben würde, wenn das Instrument sich beständig in der Temperatur $+ 15°$ C. befunden hätte. Berechnet man aus der Reihe der Beträge g_0 den Mittelwert und subtrahiert ihn wiederum von jedem einzelnen Werte g_0, so stellen die erhaltenen Differenzen zahlenmäßig die Gangschwankungen dar. Nach den Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat man dann die »relativen Gewichte« der einzelnen Chronometer umgekehrt proportional der Summe der Quadrate der Gangschwankungen zu setzen. Bezeichnet man also die letztgenannte Summe für die einzelnen Chronometer mit Σf_1^2, Σf_2^2, Σf_3^2 und die relativen Gewichte mit q_1, q_2 und q_3, so hat man die Beziehung:

$$q_1 : q_2 : q_3 = \frac{1}{\Sigma f_1^2} : \frac{1}{\Sigma f_2^2} : \frac{1}{\Sigma f_3^2}.$$

Sind bei der Vorausberechnung für den gleichen Augenblick durch die drei Chronometer die Zeitangaben Z_1, Z_2 und Z_3 erhalten worden, so ist

$$\frac{q_1 \cdot Z_1 + q_2 \cdot Z_2 + q_3 \cdot Z_3}{q_1 + q_2 + q_3}$$

der wahrscheinlichste Wert der mittleren Greenwicher Zeit für den in Rede stehenden Zeitpunkt. Diesen Ausdruck kann man durch die Substitutionen

$$p_1 = \frac{q_1}{q_1 + q_2 + q_3}, \quad p_2 = \frac{q_2}{q_1 + q_2 + q_3}, \quad p_3 = \frac{q_3}{q_1 + q_2 + q_3}$$

umformen in

$$p_1 \cdot Z_1 + p_2 \cdot Z_2 + p_3 \cdot Z_3.$$

Man bezeichnet alsdann die Größen p_1, p_2 und p_3 als die absoluten Gewichte der Chronometer.

Die Gewichte der Chronometer sind im Laufe der Zeit Änderungen unterworfen, man muß deshalb von Zeit zu Zeit eine Neubestimmung vornehmen, dabei aber nicht alle vorhandenen Werte von g_0, sondern nur die der letzten Monate benutzen. — Sind keinerlei Anhaltspunkte über das bisherige Verhalten der Instrumente an Bord bekannt, so verwende man dem oben erwähnten Gebrauche gemäß während des ersten und des zweiten Intervalls für die Navigierung die Angaben desjenigen Chronometers, dessen Prüfungszahl $A + 2B + C$ den kleinsten Wert besitzt; die beiden anderen Chronometer werden dann nur zur Kontrolle herangezogen. Schon während des dritten Intervalls kann man unter Zuziehung des vom Observatorium mitgegebenen Wertes g_0 die Resultate zu einer Gewichtsbestimmung verwenden.

Erscheint es zu umständlich, Gewichte abzuleiten, so sollte man die Angaben aller drei Chronometer dadurch verwerten, daß man jedem Chronometer das Gewicht 1 gibt und das Mittel der Zeitangaben bildet, anstatt nur nach einem Chronometer zu navigieren.

Beispiel.

Chronometer I			Chronometer II			Chronometer III		
g_0	Abweichung vom Mittel f	Quadrat der Abweichung f^2	g_0	Abweichung vom Mittel f	Quadrat der Abweichung f^2	g_0	Abweichung vom Mittel f	Quadrat der Abweichung f^2
+ 1,07s	— 0,23s	0,053	— 6,23s	+ 0,18s	0,032	— 3,30s	+ 0,04s	0,002
+ 1,29	— 0,01	0,000	— 6,76	— 0,35	0,122	— 4,07	— 0,73	0,533
+ 1,50	+ 0,20	0,040	— 6,09	+ 0,32	0,102	— 3,91	— 0,57	0,325
+ 1,42	+ 0,12	0,014	— 6,72	— 0,31	0,096	— 2,99	+ 0,35	0,122
+ 1,27	— 0,03	0,001	— 6,19	+ 0,22	0,048	— 2,75	+ 0,59	0,348
+ 1,28	— 0,02	0,000	— 6,50	— 0,09	0,008	— 3,01	+ 0,33	0,109
Mittel: + 1,30s		$\Sigma f_1^2 =$ 0,108	Mittel: — 6,41s		$\Sigma f_2^2 =$ 0,408	Mittel: — 3,34s		$\Sigma f_3^2 =$ 1,439

Hieraus ergibt sich die Gewichtsbestimmung

$$q_1 : q_2 : q_3 = \frac{1}{0{,}108} : \frac{1}{0{,}408} : \frac{1}{1{,}439} = 9{,}3 : 2{,}5 : 0{,}7$$

$$p_1 = 0{,}74 \qquad p_2 = 0{,}20 \qquad p_3 - 0{,}06.$$

Die Vorausberechnung lieferte für einen Beobachtungsmoment folgende Zeitangaben.

Nach Chronometer I: $9^h\ 6^m\ 20{,}2^s$ mittl. Greenw. Zeit
„ „ II: 9 6 23,9 „ „ „
„ „ III: 9 6 14,4 „ „ „ .

Wahrscheinlichster Wert $= 9^h\ 6^m\ 20^s + (0{,}2^s \times 0{,}74 + 3{,}9^s \times 0{,}20 - 5{,}6^s \times 0{,}06)$
$= 9^h\ 6^m\ 20{,}6^s$.

Dritter Abschnitt.

Transport des Chronometers. Aufstellung und Behandlung an Bord.

I. Der Transport der Chronometer.

§ 259. Die vielfachen, im ersten Abschnitt besprochenen Ursachen, durch die Gangveränderungen hervorgerufen werden können, machen es notwendig, daß beim Transport, bei der Aufstellung und Behandlung der Chronometer die größte Sorgfalt beobachtet wird, um nach Möglichkeit jene Fehlerquellen zu vermeiden. Die diesem Zwecke entsprechenden Vorschriften sollen im folgenden auseinandergesetzt werden.

Der Transport des Chronometers muß stets unter Aufsicht einer Person geschehen, die mit den Eigenschaften des Instruments hinreichend vertraut ist. Bevor das Chronometer von der

Stelle bewegt wird, ist der Arretierhebel der kardanischen Aufhängung einzuschieben und die Klemmschraube genügend fest anzuziehen, um beim Tragen ein Zurückfallen jenes Hebels zu verhindern. — Wenn es irgend angängig ist, soll das Chronometer bei trockenem Wetter und unter Benutzung eines genau passenden Überkastens an Bord gebracht werden. Ist ein Überkasten nicht zur Stelle, so hilft man sich folgendermaßen:

a) Das Chronometer wird nur zur Navigierung gebraucht, es kommt nicht auf die äußerste Genauigkeit an. Das Instrument wird in ein Tuch geschlagen, dessen vier Enden, oben in einem Knoten vereinigt, als Handgriff dienen.

b) Das Chronometer dient zur Zeitübertragung bei Vermessungen, es wird die größte Genauigkeit angestrebt (Bd. I Teil VIII). In diesem Falle ist das Chronometer von einem Maaten oder zuverlässigen Manne mit beiden Händen frei vor dem Körper zu halten und so mit größter Behutsamkeit zu tragen, wobei vor allem schnelle Wendungen zu vermeiden sind. Bei weitem Weg muß für Ablösung gesorgt werden, damit der Mann nicht ermüdet und nachlässig wird.

In beiden Fällen muß das Chronometer während des Transports so gehalten werden, daß das Zifferblatt in horizontaler Lage bleibt. Stöße und sonstige Erschütterungen dürfen nicht vorkommen; auch ist besonders darauf zu achten, daß pendelnde Bewegungen und horizontale Drehungen des Chronometers vermieden werden.

Die zuletzt erwähnten Bewegungen können die Veranlassung werden, daß die Schwingungsweite der Unruhe bedeutend verändert wird. Bei starker Vergrößerung der Weite tritt Überschwingen ein, d. h. der Auslösungszahn geht dann bei jeder Schwingung nicht ein-, sondern zweimal an der Hemmungsfeder vorüber; infolgedessen macht der Sekundenzeiger bei einer solchen Schwingung nicht einen, sondern zwei Sprünge. Die Unruhe nimmt nach dem Überschwingen meistens nicht sofort wieder ihre normale Schwingungsweite an, vielmehr pflegt sich der Vorgang mehrfach zu wiederholen; es wird hierdurch der Stand des Chronometers einerseits und die Elastizität der Spiralfeder andrerseits wesentlich verändert. Manchmal ist sogar durch das Überschwingen ein Brechen der Spiralfeder herbeigeführt worden. — Wirkt andrerseits die horizontale Drehung in dem Sinne, daß die Schwingungsweite verringert wird, so kann ein Stillstehen des Chronometers eintreten. — Man mache es sich zur Regel, ein Chronometer nie in kürzerer Zeit als 10 Sekunden um 360° zu drehen.

§ 260. Das Chronometer soll möglichst schon zwei Tage vor der Abreise an Bord gebracht werden, sodaß der Navigationsoffizier durch zwei oder noch besser durch drei eigene Beobachtungen (Zeitball, gleiche Höhen usw.) feststellen kann, ob der vom Observatorium mitgegebene Stand und Gang durch den Transport oder durch die Verhältnisse an Bord (Feuchtigkeit) eine wesentliche Veränderung erfahren haben. Sind Abweichungen von mehr als 1^s im täglichen Gange beobachtet worden, so möge für die ersten Vorausberechnungen ein Mittelwert zwischen dem auf dem Observatorium und dem an Bord gefundenen Gange benutzt werden.

Bei manchen Chronometern ist die Beobachtung gemacht worden, daß die Differenz »Seegang« minus »Landgang« mehrere Jahre hindurch einen unveränderten (meistens positiven) Wert gehabt hat. »Hafengang« und »Seegang« zeigen selten größere Abweichungen. — Die für die Zukunft sehr wertvollen Bemerkungen über derartige Beobachtungen sind in das Revisionsbuch einzutragen.

II. Die Aufstellung der Chronometer an Bord.

§ 261. Der Aufstellungsort des Chronometers an Bord ist unter möglichster Berücksichtigung der folgenden Gesichtspunkte auszuwählen:

1. Das Chronometer muß vor starken Erschütterungen tunlichst bewahrt bleiben; daher ist folgendes zu beachten:
   a) der Aufstellungsort muß möglichst mittschiffs liegen;
   b) er darf nicht zu nahe am Heck und nicht zu hoch im Schiff sein (das Hüttendeck ist daher kein geeigneter Ort);
   c) Aufstellung in der Nähe der Schiffsmaschinen oder schwerer Geschütze ist unzulässig.

2. Die Temperatur des Aufstellungsortes muß möglichst gleichmäßig sein; besonders die Extremtemperaturen (über + 35° C. und unter + 2° C.) sind fernzuhalten. Man hat deshalb folgendes zu berücksichtigen:
   a) die Nähe des Maschinenraums und der Kombüsen ist zu vermeiden;
   b) die Chronometer sollen nicht unmittelbar unter einem Decklicht oder neben einer Niedergangsluke stehen;
   c) die Unterbringung tief unten im Schiff ist (auch wegen der geringeren Bewegung) günstig;
   d) unter Umständen ist von vornherein für die Erwärmung des Chronometerraumes Sorge zu tragen.

3. Das Eintreten feuchter modriger Luft (Bilgeluft) in den Aufbewahrungsraum der Chronometer muß sowohl wegen des gangändernden Einflusses der Feuchtigkeit, als auch zur Vermeidung von Rost- und Schimmelpilzbildung verhindert werden. Die Möglichkeit einer genügenden Lüftung des Raumes ist vorzusehen; beständiges Durchströmen von Zugluft hat sich indessen nicht als günstig erwiesen.

4. Magnetische Einflüsse müssen ferngehalten werden; die Aufstellung in der Nähe starker Magnete, Dynamomaschinen oder großer Eisenmassen (Schornsteine, Davits, eiserne Masten) ist deshalb ungünstig.

5. Zur Bewahrung vor anderen schädlichen Einflüssen und um eine zweckmäßige Behandlung und bequeme Benutzung der Chronometer zu ermöglichen, ist ferner notwendig, daß der Aufstellungsraum
   a) von den Arbeits- und Wohnplätzen der Mannschaft gesondert;
   b) leicht zugänglich und genügend zu erleuchten ist.



6. Die Einrichtung der Chronometerspinde an Bord ist in der Kaiserlichen Marine folgende:

An der zur Aufbewahrung der Chronometer bestimmten Stelle wird ein massiver Holzklotz von etwa 1 m Höhe fest mit dem Deck verbolzt. Auf ihm wird ein offener Kasten festgeschraubt, der in drei bis fünf gepolsterte Abteilungen zur Aufnahme der Chronometer und eines Metallthermometers geteilt ist. Die Polsterung besteht aus Pferdehaar. Um den Block mit Kasten wird auf einem niedrigen Sill das Chronometerspind so aufgebaut, daß überall 3 bis 4 cm Zwischenraum bleibt, um gegen alle Stöße und dergl. hinreichenden Schutz zu gewähren. Dieses Spind erhält einen verschließbaren, nach oben aufzuklappenden Deckel.

Die Deckel der in den gepolsterten Kasten eingesetzten Chronometer werden in den Charnieren losgeschraubt. Wenige Zentimeter über den Zifferblättern befindet sich ein verschließbarer Glasdeckel, der in einem Rahmen auf dem gepolsterten Kasten so aufgesetzt ist, daß er zugleich die Chronometer gegen Feuchtigkeit schützt. Auf solche Weise ist ein doppelter Verschluß hergestellt, der einerseits die Temperatureinflüsse bei häufigem Vergleich der Beobachtungsuhren mildern soll, andrerseits dem Navigationsoffizier, der allein den Schlüssel zum Glasdeckel hat, die Kontrolle über die Chronometer sichert.

Zur Vermeidung hoher Feuchtigkeiten ist es vorteilhaft, im Chronometerspind ein oder zwei offene, ziemlich hohe Bechergläser, deren Boden etwa 1 cm hoch mit pulverisiertem Chlorkalcium bedeckt ist, anzubringen. Das genannte Salz besitzt die Eigenschaft, die in der umgebenden Luft enthaltene Feuchtigkeit aufzunehmen und die Luft hierdurch zu entwässern. Es ist weder zu befürchten, daß durch Anwendung von Chlorkalcium eine zu trockene Luft im Chronometerspind erzeugt wird, noch daß die Metallteile des Chronometers angegriffen werden. Sobald das Chlorkalcium zerflossen ist, wird die Lauge fortgegossen und neues Salz in die Bechergläser getan.

Ist ein besonderes Spind zur Aufstellung der Chronometer nicht vorhanden, so empfiehlt es sich, die Instrumente auch an Bord in ihren Überkästen aufzubewahren; letztere werden vermittels zweier Schrauben, die durch den übergreifenden Teil der Bodenplatte hindurchgehen, auf einer möglichst soliden Unterlage befestigt. Ganz praktisch hat sich in solchen Fällen die Vorsicht erwiesen, die Überkästen mit einer trockenen, dicken Wolldecke, die täglich gewechselt wird, zu überdecken; das Instrument wird hierdurch vor schroffen Temperaturübergängen und zum Teil auch vor dem Zutritt feuchter Luft geschützt.

III. Die Behandlung der Chronometer an Bord.

§ 262. 1. Nach der Aufstellung an Bord ist der Arretierhebel zu lösen, damit das Gehäuse sich frei in der Aufhängung bewegen kann. Der Arretierhebel ist wiederum durch die Klemmschraube festzustellen, sodaß weder die Schiffsbewegung noch eine unwillkürliche Berührung ihn wieder in die frühere Lage zurückbringen kann. Man überzeuge sich sofort, sowie auch später von Zeit zu Zeit, ob das Instrument horizontal einspielt, da geneigte Lagen den Gang

bedeutend beeinflussen; unter Umständen ist eine leicht ausführbare Adjustierung der Aufhängungsvorrichtung vorzunehmen.

2. Das Aufziehen der Chronometer ist täglich zur gleichen Stunde auszuführen. Man wendet das Gehäuse vorsichtig um, hält es mit der linken Hand und zieht mit der rechten auf; hierbei zähle man die Anzahl der halben Umdrehungen, gewöhnlich sieben bis acht, und drehe den Schlüssel zuletzt sehr vorsichtig. Das Chronometer muß jedesmal vollständig aufgezogen werden. Nach dem Aufziehen wird das Gehäuse wieder in die alte Lage gebracht und dabei nicht zu früh losgelassen, damit es nicht unnötig in pendelnde Bewegung versetzt wird. Ein vollständiges Umwenden, sodaß die VI des Zifferblattes an die Stelle kommt, wo die XII stehen soll, ist zu vermeiden. Beim Öffnen des Chronometerspindes liest man zuerst die Temperatur ab, zieht darauf die Chronometer auf und nimmt schließlich die gegenseitigen Vergleichungen vor.

3. Soll ein stehen gebliebenes oder angehaltenes Chronometer wieder in Gang gesetzt werden, so empfiehlt es sich, hiermit bis zu der Zeit zu warten, die durch die Zeiger angegeben wird. Kurz vorher ziehe man das Instrument auf und führe es besonders vorsichtig wieder in die horizontale Lage zurück. Ist die auf dem Zifferblatte angezeigte Zeit herangekommen, so fasse man mit beiden Händen den Kasten des Instruments und gebe ihm eine sanfte horizontale Drehung um etwa 90°. Es ist vorteilhaft, um pendelnde Bewegungen des Gehäuses zu vermeiden, daß hierbei der Arretierhebel für einen Augenblick in die Gabel gedrückt und festgestellt wird. Befindet sich das Instrument in unverletztem Zustande, so wird es nach der vorerwähnten Drehung sofort wieder in Gang kommen. Es ist oben empfohlen worden, die auf dem Zifferblatte angezeigte Zeit für das Ingangsetzen abzuwarten, weil das Stellen der Zeiger stets nach Möglichkeit vermieden werden muß. Nur in dem Falle, wo der Minutenzeiger nicht mit dem Sekundenzeiger übereinstimmt, d. h. wenn ersterer nicht genau über einem Teilstrich steht, wenn letzterer die Sekunde Null passiert, ist eine entsprechende Veränderung des Minutenzeigers vorzunehmen. Zu diesem Zwecke stelle man das Gehäuse durch den Arretierhebel fest, schraube den Glasdeckel vorsichtig ab (wobei besonders eine Verletzung der Zeiger zu vermeiden ist) und führe den Minutenzeiger mit Hilfe des auf das Vierkant gesteckten Schlüssels in rechtsdrehendem Sinne bis zur richtigen Einstellung. Eine Bewegung im entgegengesetzten Sinne darf nie ausgeführt werden, weil hierdurch eine Verletzung der Zähne des Hemmungsrades oder gar ein Bruch der Unruhachse leicht herbeigeführt werden kann. Eine Verschiebung des Sekundenzeigers darf aus ähnlichen Gründen niemals vorgenommen werden.

4. Ist ein Chronometer ohne äußere Veranlassung stehen geblieben und in oben erwähnter Weise wieder in Gang gesetzt worden,



so sind seine Angaben mit großer Vorsicht zu benutzen. Es ist mehrfach vorgekommen, daß ein ohne äußere Veranlassung stehen gebliebenes und wieder in Gang gesetztes Chronometer etwa 8 bis 14 Tage unruhigen Gang gezeigt, dann aber wieder ein regelmäßiges Verhalten angenommen hat. Diese Fälle können aber nur als Ausnahmen bezeichnet werden, in der Regel wird das Stehenbleiben in kürzerer oder längerer Zeit wiederum eintreten; dann ist es nicht zu empfehlen, das Ingangsetzen zu wiederholen, weil das Instrument offenbar reparaturbedürftig ist und der Schaden sich in den meisten Fällen noch wesentlich vergrößert, wenn das Chronometer in Gang erhalten wird. Aber auch nach einmaligem Stehenbleiben versäume man nicht, das Instrument so bald wie möglich einem guten Chronometermacher zur Durchsicht zu übergeben.

5. Nicht gar selten tritt ein Stehenbleiben durch den Umstand ein, daß der große Zeiger den kleinen berührt oder an ihm hängen bleibt. Diese Störung kann man nach dem Abschrauben des Glasdeckels leicht mit Hilfe eines zugespitzten Hölzchens beseitigen. Manchmal wird es vorteilhaft sein, vermittels des auf das Vierkant gesteckten Schlüssels einen kleinen Druck auf den großen Zeiger auszuüben, um ihn wieder in seine richtige Stellung zu bringen, sodaß er frei über den kleinen Zeiger hinweg geht.

6. So lange die Chronometerangaben an Bord als Grundlage für die Längenbestimmung verwendet werden, ist jeder Platzwechsel der Instrumente zu vermeiden. Soll der Aufstellungsort verändert werden, so warte man hiermit bis zu einem längeren Aufenthalte in einem Hafenorte und nehme alsdann möglichst am ersten Tage den Platzwechsel vor. Hierbei ist das Gehäuse durch den Arretierhebel festzustellen und die Klemmschraube des letzteren anzuziehen. Es ist unstatthaft, die als Zeithalter dienenden Chronometer bei der Beobachtung auf Deck zu verwenden; hierzu ist ein Beobachtungschronometer oder eine Beobachtungsuhr zu benutzen.

7. Es werden sich selbst bei guten Chronometern von Zeit zu Zeit ohne äußere Veranlassung kleinere Sprünge oder vorübergehende Änderungen des Ganges einstellen. Gewöhnlich kehrt aber nach solchen Ereignissen das Instrument schon nach einigen Tagen wieder zu seinem früheren Verhalten zurück, und es wird dann kaum nötig sein, eine Durchsicht des Werkes ausführen zu lassen.

Nimmt dagegen ein Chronometer, das früher ein gutes Verhalten gezeigt hat, andauernd einen sehr ungleichmäßigen Gang an, so deutet dies darauf hin, daß eine eingreifende Störung im Mechanismus vorhanden ist; dann ist es besser, daß man das Instrument ablaufen läßt, weil durch die weitere Bewegung der Schaden meistens bedeutend größer wird. Ein häufig vorkommender Fall dieser Art ist z. B. das sogenannte Trockenlaufen einer Achse; dies tritt ein, wenn das Öl eines Zapfenloches entweder an der Achse herunter-

gelaufen oder verdunstet ist, sodaß die Reibung des Zapfens in seinem Lager ohne das notwendige Schmiermittel erfolgt. Läßt man das Chronometer nun noch längere Zeit in gehendem Zustande, so tritt ein starker Verschleiß sowohl des Zapfens als des Zapfenlagers ein, besonders dann, wenn gleichzeitig an diesen Stellen eine Rostbildung vor sich geht. Der Zapfen wird schon nach kurzer Zeit eingenagt, und das Zapfenloch nimmt meistens eine ovale Form an. Es ist einleuchtend, daß durch derartige Formveränderungen Schlotterungen im Werke entstehen müssen, die imstande sind, starke Gangschwankungen zu erzeugen. Bei rechtzeitigem Anhalten wird sich die Störung durch einfache Ölerneuerung beseitigen lassen, während später ein Nachpolieren oder vollkommener Ersatz des Zapfens sowie eine Fütterung des Zapfenloches erforderlich ist.

Auch wenn ein Chronometer andauernd stark zurückbleibt, ist große Vorsicht notwendig. In solchem Falle ist es ebenfalls besser, das Instrument baldmöglichst außer Gebrauch zu setzen und in Reparatur zu geben. Gewöhnlich zeigt dann die Untersuchung durch den Uhrmacher, daß die Spiralfeder von Rost angegriffen ist, ein Übelstand, der sich im Anfangsstadium noch verhältnismäßig leicht beseitigen läßt. Bleibt dagegen das Chronometer unter diesen Umständen im Gange, so kann infolge der schwingenden Bewegung ein Zerspringen der Spiralfeder eintreten.

Es ist begreiflicherweise nicht möglich, ein für allemal zahlenmäßig die Änderungen im Chronometergang anzugeben, bei denen man das Vorhandensein der oben erwähnten Schäden vermuten darf. Bei einer solchen Beurteilung ist das bisherige Verhalten des Instruments wesentlich mit in Betracht zu ziehen. Um indessen hier einigen Anhalt zu bieten, möge bemerkt werden, daß bei guten Chronometern andauernde Gangschwankungen von durchschnittlich mehr als 1 Sekunde (von einem Tage zum andern) zu der Annahme einer wesentlichen Störung im Mechanismus und dem Außerdienststellen des Chronometers berechtigen. Auch wird man, wenn das Chronometer andauernd täglich um mehr als $0{,}15^s$, also innerhalb eines Monats um 4 bis 5 Sekunden (im täglichen Gang) zurückbleibt, Rostbildung an der Spirale zu vermuten haben und das Instrument ablaufen lassen.

8. Es möge als Regel festgehalten werden, daß Chronometer alle drei Jahre gereinigt und mit frischem Öl versehen werden müssen. Indessen sind, wenn sich die Chronometer unter einigermaßen günstigen Verhältnissen befunden haben, gegen die Benutzung während eines vierten und fünften Jahres keine Bedenken geltend zu machen. Man wird im allgemeinen gut tun, die Reinigung dem Verfertiger des Instruments zu übertragen; diese Wahl ist besonders zu empfehlen, wenn das Chronometer mit einer weniger gebräuchlichen Hilfskompensation versehen ist.

IV. Der Versand von Chronometern:

§ 263. Bei der Versendung von Chronometern sind noch folgende Vorsichtsmaßregeln zu beobachten:

1. man setze die Unruhe durch Unterschieben von Korkstückchen fest;

2. man schiebe den Arretierhebel in die kardanische Aufhängung und ziehe die Klemmschraube besonders fest an;

3. man fülle den ganzen Raum zwischen dem Gehäuse und dem Kasten mit trockenem Füllmaterial (Holzwolle, Werg, Papierschnitzel) aus, um jede Bewegung zu verhindern, selbst wenn sich die Arretiervorrichtung unterwegs lösen sollte;

4. der geschlossene Chronometerkasten ist in einem Weidenkorbe oder einer Holzkiste vermittels weichen Füllmaterials festzustellen;

5. zwei Chronometer können in einem Korbe verpackt werden, doch so, daß jede Berührung zwischen ihnen durch Füllmaterial verhindert wird.

Die Chronometer der Marine werden bei der Versendung innerhalb Deutschlands an einen den betreffenden Eisenbahnzug begleitenden Postbeamten übergeben.

Es empfiehlt sich, das soeben erwähnte »Feststellen der Unruhe« durch einen Uhrmacher ausführen zu lassen; für den Fall aber, daß eine geeignete Persönlichkeit im Augenblicke nicht vorhanden und der Navigationsoffizier gezwungen ist, diese an sich nicht schwierige Manipulation selbst auszuführen, mögen hier die folgenden praktischen Winke beigefügt werden.

Da es für die Wirksamkeit der Zugfeder nicht vorteilhaft ist, wenn sie sich längere Zeit ruhend in ganz oder halb gespanntem Zustande befindet, so lasse man — wenn es irgend möglich ist — das Chronometer zunächst vollständig ablaufen; das Stehenbleiben findet gewöhnlich 56 bis 60 Stunden nach dem letzten Aufziehen statt. Nachdem man dann den Arretierhebel eingesetzt und das Zifferblattglas entfernt hat, überzeuge man sich, ob auf dem Zifferblatte oder an den Seiten des Gehäuses noch kleine Schrauben vorhanden sind, die das Werk mit dem Gehäuse verbinden. Diese Schrauben müssen herausgenommen werden. Nun lege man die Finger der linken Hand rund herum auf den Rand des Zifferblattes und kehre das ganze Instrument mit der rechten Hand um; es wird durch diese Bewegung das Werk meistens schon aus dem Gehäuse heraus und in die geöffnete linke Hand gleiten. Sollte dies nicht eintreten, so löse man wiederum den Arretierhebel, wende das Gehäuse halb um und drücke das Werk mit Hilfe des auf den Aufziehzapfen gesetzten Schlüssels vorsichtig ein wenig aus dem Gehäuse heraus. Die linke Hand bleibt, um ein Herausfallen des Werkes zu verhindern, während der letzteren Manipulation in der vorhin beschriebenen Stellung. Es ist hierbei natürlich jede Verletzung der Zeiger und des Werkes sorgfältig zu vermeiden. Man lege jetzt das herausgenommene Werk in umgekehrter Stellung (Zifferblatt unten, Platine oben) auf das durch den Arretierhebel festgestellte Gehäuse, bringe — falls sich das Chronometer noch in Gang befindet — durch ein vorsichtig gegen die Unruhe gehaltenes weiches Papierblatt das Instrument zum Stehen und nehme das Feststellen der Unruhe vermittels zweier kleiner Korkkeile vor. Sie sind mit Hilfe einer Pinzette ungefähr an denjenigen Stellen unter den Reifen der Unruhe zu schieben, wo diese mit den Speichen zusammenhängt; niemals darf die Unruhe in der Nähe des freischwebenden Endes festgestellt werden. Auch vermeide man, die Korke zu fest unterzuschieben, weil hierdurch



leicht ein Verbiegen der Unruhe oder ein Brechen der Unruhachse veranlaßt werden kann; die Keile sollen nur so fest haften, daß sie eben eine schwingende Bewegung der Unruhe während des Transportes verhindern. Der benutzte Kork muß vollständig neu und vor allem frei von Säure sein, weil im anderen Falle sofort ein Rosten der Metallteile eintreten wird. Die Berührung der Korrektionsschrauben an der Unruhe ist zu vermeiden. War das Chronometer vollständig abgelaufen, so ist es vorteilhaft, nach dem Feststellen die Schnecke um etwa eine Viertelumdrehung (nicht mehr!) aufzuziehen, um zu verhindern, daß das Hemmungsrad während des Transportes hin- und hergeschleudert wird und sich möglicherweise mit der Spitze eines Zahnes genau auf den Rubinzahn der Unruhe setzt. Hierdurch kann bei dem späteren Ingangsetzen eine Verletzung des Hemmungsradzahnes oder ein Bruch der Unruhachse herbeigeführt werden. Ist dagegen die Zugfeder ein wenig gespannt, so wird sich ein Zahn des Hemmungsrades mit kleinem Drucke an den Ruhestein legen und ein Schwanken des Hemmungsrades hierdurch verhindert werden.

Es ist zu empfehlen, das Feststellen der Unruhe auch dann vorzunehmen, wenn während der Seereise das Chronometer außer Gebrauch gesetzt wird. Jedes Mal, nachdem das Chronometer mit festgestellter Unruhe verschickt worden ist, muß eine Bestimmung seines Ganges vorgenommen werden, da dieser meistens eine Veränderung erlitten haben wird.

Teil VII.

Bestimmung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge durch Messung von Monddistanzen.

A. Zweck und Grundgedanke des Verfahrens.

§ **264.** Bei der bisher geschilderten Art der astronomischen Längenbestimmung war vorausgesetzt, daß die mittlere Greenwicher Zeit der Beobachtung durch das Chronometer bekannt ist. Dies wird, besonders auf den mit mehreren Chronometern ausgerüsteten Schiffen, in der Regel zutreffen. Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, daß infolge ungünstiger Umstände die Kenntnis der mittleren Greenwicher Zeit verloren geht. Man bedarf daher eines Verfahrens, das diese unabhängig vom Chronometer feststellt und die Längenbestimmung ermöglicht. Ein Mittel hierzu sind die Monddistanzen.

Wegen der schnellen Bewegung des Mondes ändert sich auch seine Distanz von anderen Gestirnen ziemlich rasch. Einem bestimmten (in mittlerer Greenwicher Zeit ausgedrückten) Zeitpunkt entspricht daher ein ganz bestimmter Abstand des Mondes von einem anderen Gestirn. Die Lehren der Himmelsmechanik bieten ein Mittel, die Koordinaten (gerade Aufsteigung und Abweichung) der Gestirne und mit ihrer Hilfe die Distanzen, d. h. die wahren Winkelentfernungen zwischen dem Mond und anderen Gestirnen, vorauszuberechnen. Die Ergebnisse derartiger Vorausberechnungen sind mit den zugehörigen Greenwich-Zeiten in den nautischen Ephemeriden zusammengestellt worden. Hat man eine Distanz direkt gemessen, so kann man umgekehrt aus diesen Ephemeriden die Greenwich-Zeit entnehmen, die dem Zeitpunkt der Distanzmessung entspricht.

Die in den Tafeln angegebenen, vorausberechneten (wahren) Monddistanzen beziehen sich auf die Mittelpunkte des Mondes und des Distanzgestirns und geben den Winkel, den ein im Erdmittelpunkt befindlicher Beobachter unbeeinflußt durch die Strahlenbrechung messen würde. Weil die von der Erdoberfläche aus gemessenen Monddistanzen von der Lage des Beobachtungsortes abhängig sind und durch die Strahlenbrechung beeinflußt werden, da ferner nicht

die Distanzen zwischen den Mittelpunkten der Gestirne, sondern Ränderdistanzen gemessen werden, so müssen aus den beobachteten Distanzen durch Anbringung von Verbesserungen diejenigen Mittelpunktsdistanzen abgeleitet werden, die der Beobachter erhalten hätte, wenn er sich im Erdmittelpunkt befunden hätte. In den Ephemeriden des Nautischen Jahrbuchs ist eine Tafel gegeben, die von drei zu drei Stunden mittlerer Greenwicher Zeit die wahren Distanzen zwischen dem Mond (Mittelpunkt) einerseits und der Sonne (Mittelpunkt), den vier Planeten Venus ♀, Mars ♂, Jupiter ♃, Saturn ♄ und einer Anzahl Fixsterne andrerseits enthält. Diese Fixsterne sind zur Zeit (1906): *α* Arietis, 2ter Größe; *α* Tauri (Aldebaran), 1ter Größe; *β* Geminorum (Pollux), 1ter Größe; *α* Leonis (Regulus), 1ter Größe; *α* Virginis (Spica), 1ter Größe; *α* Scorpii (Antares), 1ter Größe; *α* Aquilae (Atair), 1ter Größe; *α* Piscis austr. (Fomalhaut), 1ter Größe; *α* Pegasi (Markab), 2ter Größe.

Zur Berechnung der wahren Distanz D' aus der geraden Aufsteigung und Abweichung zweier Gestirne dient die Formel (Fig. 170):

$$\cos D' = \sin\delta_1 \cdot \sin\delta_2 + \cos\delta_1 \cdot \cos\delta_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \text{ (anzuwenden für } 60° < D' < 120°),$$

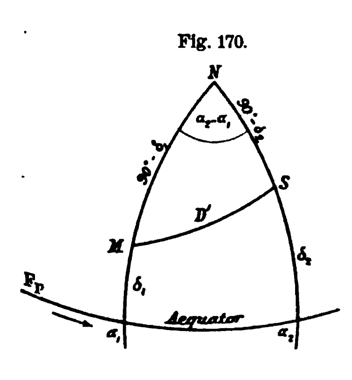
aus der sich leicht die beiden folgenden ableiten lassen:

$$\sin^2 {}^1/_2 D' = \sin^2 {}^1/_2(\delta_2 - \delta_1) + \cos\delta_1 \cdot \cos\delta_2 \cdot \sin^2 {}^1/_2(\alpha_2 - \alpha_1) \text{ (anzuw. f. } D' < 60°)$$

$$\cos^2 {}^1/_2 D' = \cos^2 {}^1/_2(\delta_2 - \delta_1) - \cos\delta_1 \cdot \cos\delta_2 \cdot \sin^2 {}^1/_2(\alpha_2 - \alpha_1) \text{ (anzuw. f. } D' > 120°).$$

Aus dem oben dargelegten Grundgedanken des Verfahrens läßt sich der Einfluß, den ein Fehler in der Distanzmessung auf die Zeitbestimmung ausübt, näherungsweise abschätzen. Die siderische Umlaufszeit des Mondes beträgt 27,3 Tage; während dieses Zeitraums werden 360° durchlaufen, es kommen also durchschnittlich auf einen Tag 13,2°, auf eine Stunde 33′, auf eine Minute 33″. Wegen der ungleichförmigen Bewegung des Mondes in seiner Bahn und infolge der Drehung der Erde um ihre Achse kann die Änderung der scheinbaren Distanz während einer Zeitminute hinuntergehen bis zum Minimum 20″ und steigen bis zum Maximum 40″. Nimmt man an, daß es an Bord möglich ist, die scheinbare Monddistanz innerhalb der Genauigkeit von etwa 25″ zu ermitteln, so entspricht diesem Fehler in der zu bestimmenden mittleren Greenwicher Zeit (also auch in Länge) bei der Minimalbewegung ein Betrag von 75s (= 18,7′), bei der Maximalbewegung 37s (= 9,2′) und bei der Durchschnittsbewegung 46s (= 11,5′). Da außerdem die Fehler in der Höhenbestimmung beider Distanzgestirne sowie vor allem die Ephemeriden-

Fig. 170.



fehler*) verfälschend auf das Resultat einwirken, so muß man bei dem Verfahren nach Monddistanzen im allgemeinen mit einer Genauigkeit von 50^s bis 60^s in der Bestimmung der mittleren Greenwicher Zeit zufrieden sein. Man erkennt außerdem aus den oben angegebenen Zahlen, daß ein Fehler bei der Distanzmessung im Durchschnitt mit etwa 30fachem Betrage auf das Ergebnis einer Längenbestimmung einwirkt. — Es wird später gezeigt werden, in welcher Weise es durch Vereinigung mehrerer Beobachtungsreihen möglich ist, die Zuverlässigkeit der Längenbestimmung wesentlich zu erhöhen.

B. Beobachtung der Monddistanzen.

§ 265. Da die scheinbaren Höhen beider Gestirne zur Zeit der Distanzbeobachtung für die Berechnung erforderlich sind, so muß man von vornherein eine Entscheidung darüber treffen, ob es in dem gerade vorliegenden Falle vorteilhafter ist, diese Höhen durch Beobachtung oder durch Rechnung zu ermitteln. Im allgemeinen wird man, besonders wenn mehrere Beobachter mitwirken können, die direkte Messung der scheinbaren Höhen vorziehen. Der geübteste Beobachter führt alsdann die Distanzmessung aus, während zwei andere Beobachter auf das »Null oder Stopp« des Distanzbeobachters die Höhen der beiden Gestirne über der Kimm feststellen und ein vierter die Uhrzeit aufschreibt. Hat die Gleichzeitigkeit der drei Sextantenbeobachtungen nicht vollständig erreicht werden können, so werden später die Höhenbeobachtungen für die Uhrzeiten der Distanzmessungen eingeschaltet. — Ist außer dem Distanzbeobachter nur noch ein Beobachter zur Stelle, so werden die Höhen desjenigen Gestirns, das sich dem Ersten Vertikal am nächsten befindet, vor Beginn und nach Beendigung der Distanzmessungen bestimmt. Die Höhen des anderen Gestirns sind durch den zweiten Beobachter möglichst gleichzeitig mit den Distanzbeobachtungen zu messen. Ist nur e͘in Beobachter für die Messung der Distanzen und Höhen vorhanden, so beginnt und schließt er mit den Höhenbeobachtungen desjenigen Gestirns, das dem Ersten Vertikal am nächsten steht, und führt die Höhenbeobachtungen des anderen Gestirns unmittelbar vor und nach den Distanzbeobachtungen aus. — Wenn mehrere Instrumente zur Verfügung stehen, so ist es zu empfehlen, daß der Beobachter den besten Sextanten (oder Prismenkreis) ausschließlich zu den Distanzmessungen benutzt und zwei andere Sextanten (oder Oktanten) für die Höhenbeobachtungen verwendet. Da es wegen der zuverlässigeren Einschaltung der Höhen von Wert

*) Es ist der astronomischen Forschung bis jetzt noch nicht gelungen, die Mondstellung vollkommen scharf vorauszuberechnen. Fehler der vorausberechneten geraden Aufsteigung des Mondes bis zum Betrage von $0{,}6^s$ sind nicht ausgeschlossen.

ist, daß die ganze Beobachtung schnell vonstatten geht, können als Vorbereitung die einzelnen Instrumente schon vorher näherungsweise auf die zu messenden Winkel eingestellt werden. Bei einiger Übung werden sich sämtliche Beobachtungen innerhalb 10 Minuten bequem ausführen lassen.

Es ist bis jetzt nur der Fall näher besprochen worden, daß sich der Beobachter für die im allgemeinen bequemere Messung der Gestirnshöhen entschieden hat. Die direkte Beobachtung ist aber stets durch die Berechnung zu ersetzen, wenn die Zuverlässigkeit der Höhenmessung durch schlechte Beschaffenheit der Kimm in Frage gestellt wird. Hierbei muß bemerkt werden, daß Fehler von 2′ bis 3′ in der Höhenmessung ohne nennenswerten Einfluß sind. Es kommt, wie die spätere Berechnung zeigen wird, weniger auf die absoluten Beträge der Höhen, als vielmehr auf die Genauigkeit der anzubringenden Verbesserungen, also auf die Differenzen zwischen der scheinbaren und der wahren Höhe an. Man pflegt deshalb der Bequemlichkeit wegen die zuerst erhaltenen Höhen (bei der Ermittlung durch Messung die scheinbaren Höhen, bei der Ermittlung durch Rechnung die wahren Höhen) auf ganze Bogenminuten abgerundet in die Rechnung einzuführen.

§ **266.** Um zu entscheiden, welches Gestirn zur Zeit für die Distanzmessung besonders geeignet ist, sind verschiedene Umstände in Betracht zu ziehen. Wie aus den früheren Erörterungen hervorgeht, ist es vorteilhaft, ein solches Gestirn zu wählen, dessen Distanz vom Monde sich möglichst schnell ändert, also ein Gestirn, das möglichst nahe in der Richtung der jeweiligen Mondbahn liegt. Man kann eine Entscheidung bezüglich dieser Frage am einfachsten mit Hilfe der im Nautischen Jahrbuch gegebenen Proportional-Logarithmen treffen. Sie stellen den Wert

$$\log 10\,800 - \log (D_n - D_{n-1})$$

dar, wo D_{n-1} und D_n zwei benachbarte Distanzwerte des Jahrbuchs bezeichnen und $D_n - D_{n-1}$ in Bogensekunden ausgedrückt ist. (Die Kennziffer der Proportional-Logarithmen, die stets 0 ist, ist im Nautischen Jahrbuch fortgelassen.) Es sind also die Distanzen vorteilhaft, für die die Proportional-Logarithmen möglichst klein sind. — Ist der Beobachter bezüglich der Ausführung der Messung nicht an einen bestimmten Tag gebunden, so läßt sich meistens eine Zeit finden, die im Hinblick auf die vorstehende Bedingung besonders günstig ist.

Ferner hat man bei der Auswahl auch die augenblickliche Stellung der zur Verfügung stehenden Distanzgestirne zu berücksichtigen. Wegen der Wirkung der Strahlenbrechung vermeidet man im allgemeinen tiefstehende Gestirne, und bevorzugt zur Erleichterung der Messung solche Gestirne, deren Verbindungslinie mit dem Monde annähernd parallel zum Horizonte ist. Am günstigsten ist



es, wenn Mond und Gestirn auf verschiedenen Seiten des Meridians und etwa gleich weit von ihm entfernt stehen. Dagegen ist es nicht vorteilhaft, die Distanz zur Zeit des Meridiandurchganges des Mondes zu messen, weil in diesem Falle der Beobachtungsort infolge der Erddrehung eine nicht unerhebliche Geschwindigkeit in demselben Sinne wie der Mond besitzt, wodurch die scheinbare Mondgeschwindigkeit gegen den Fixsternhimmel verkleinert wird.

In § 268 ist angegeben, daß und aus welchen Gründen es sich empfiehlt, die Resultate zweier Distanzmessungen von möglichst gleicher Größe, von denen die eine östlich, die andere westlich vom Monde genommen ist (abnehmende und zunehmende Distanzen), miteinander zu einem Mittelwert zu vereinigen. Besonders diesen Gesichtspunkt darf man bei einer kritischen Auswahl nicht außer acht lassen. Häufig wird man die vorhin genannten günstigen Bedingungen bezüglich der Stellung beider Gestirne gleichzeitig erfüllt finden, wenn man die westliche Distanz vor dem Meridiandurchgange des Mondes und die östliche Distanz nach ihm beobachtet.

Besonders bei der Auswahl für solche Kombinationen empfiehlt es sich, gelegentlich auch andere, besonders günstige Sterne außer den im Nautischen Jahrbuch gegebenen Distanzsternen zu wählen. Die Mühe, die eine sechsstellig auszuführende Berechnung der Distanzen nach einer der in § 264 angegebenen Formeln erfordert, ist so gering, daß sie gegenüber anderen wesentlichen Vorteilen nicht in Betracht kommen kann.

Die Erfahrung lehrt, daß die Distanzen zwischen Mond und Sonne die verhältnismäßig beste Bestimmung der Greenwicher Zeit liefern. Der Grund für diese Erscheinung liegt darin, daß man im allgemeinen die Berührung zweier Ränder genauer beobachten kann als die Berührung eines Randes und eines Sterns. Da es, wie später gezeigt werden soll, auch in diesem Falle vorteilhaft ist, wenn man die Resultate abnehmender und zunehmender Distanzen miteinander zu einem Mittelwerte vereinigen kann, so sind die Distanzen Mond—Sonne einige Tage vor und einige Tage nach dem Neumond von besonderem Werte. — Man darf aber andrerseits die Beobachtung zeitlich nicht zu nahe dem Neumond ausführen, weil alsdann die Distanzmessung wegen der schmalen und blassen Mondsichel unsicher ausfallen würde. Im allgemeinen soll man deshalb Distanzen zwischen Mond und Sonne, die kleiner sind als 35°, nicht benutzen.

§ 267. Um unnötiges Suchen zu vermeiden, entnimmt man vor Beginn der Beobachtung die Distanz (auf volle Grade) dem Nautischen Jahrbuch, stellt sie am Limbus ein und richtet das Fernrohr auf das minder helle Gestirn.*) Dreht man nun den ganzen Sextanten um das Fernrohr, indem man stets das schwächere Gestirn im Auge behält, so erscheint auch das hellere Gestirn, sobald

*) Nur in dem Falle, wo das minder helle Gestirn sehr hoch und das hellere darunter steht, ist es praktisch, das Fernrohr auf letzteres zu richten.

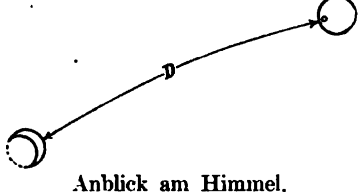


man die durch beide Gestirne und das Auge gehende Ebene erreicht hat, im Gesichtsfelde. Nachdem man dann die Bilder näherungsweise zur Berührung gebracht, die geeigneten Vorschlaggläser gewählt und die Stellung des Fernrohrträgers nach der Helligkeit beider Objekte gestellt hat, kann die Distanzmessung vorgenommen werden. Da es bei der Beobachtung mit freier Hand nicht möglich ist, die Bilder beider Gestirne dauernd in Berührung zu halten, so führt man unter langsamem Drehen das doppelt gespiegelte Bild an dem direkt gesehenen vorüber. Daumen und Mittelfinger der linken Hand bedienen hierbei die Mikrometerschraube, während der Zeigefinger den Sextanten stützt. Im Augenblicke, wo man die Überzeugung hat, daß eine gute Berührung der schwingenden Bilder stattfindet, wird die Uhrzeit (Anruf »Null« oder »Stopp«) festgestellt und alsdann die Distanz an der Limbusteilung abgelesen. Bei einiger Übung läßt es sich erreichen, daß man die Berührung in der Mitte des Gesichtsfeldes beobachtet. Es sind 6 bis 10 solcher Distanzmessungen hintereinander auszuführen.

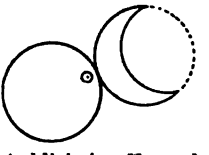
Zu dieser Anweisung ist noch hinzuzufügen, daß man im allgemeinen den vollen Rand des Mondes einstellen muß. Nur wenn man innerhalb der Zeit von 3^h vor dem Vollmond bis 3^h nach dem Vollmond beobachtet, ist es zu empfehlen, abwechselnd die Distanz von beiden Rändern zu messen. Durch Berechnung des Mittelwertes erhält man hierdurch unmittelbar die Distanz vom Mondmittelpunkt. — Zur Vermeidung von Rechnungsirrtümern schreibt man bei der Beobachtung sofort auf, ob die Distanz vom näheren oder vom entfernteren Mondrande gemessen worden ist. Bei Distanzen zwischen Mond und

Fig. 171.

Sonne—Mond-Distanz.



Anblick am Himmel.



Anblick im Fernrohr.

Sonne kann in dieser Beziehung kein Zweifel sein; in diesem Falle hat man es stets, weil der Mond sein Licht von der Sonne empfängt, mit der Beobachtung der einander zugekehrten Ränder zu tun (Fig. 171), man muß also zu der gemessenen Distanz die Summe der beiden Halbmesser addieren, um die Mittelpunktsdistanz zu erhalten (§ 274).

Kurz vor oder nach der Distanzmessung peilt man zur Bestimmung der Azimute beide Gestirne mit dem Kompaß (Mißweisung

und Deviation anbringen) und schätzt außerdem die Winkel, die die Distanzlinie mit den durch die Mittelpunkte der Gestirne gelegten Vertikalkreisen bildet. Große Genauigkeit ist bei dieser Schätzung nicht erforderlich, da Fehler von 5° auf die Rechnung keinen Einfluß haben. Endlich sind die Stände des Thermometers und des Barometers aufzuschreiben.

§ 268. Besondere Sorgfalt ist auf die Ermittlung der Indexverbesserung, die sowohl vor wie nach der Distanzmessung auszuführen ist, zu verwenden. Die doppelte Bestimmung ist aus dem Grunde ratsam, weil sich die Indexverbesserung beim Gebrauch des Sextanten und infolge von Temperatureinflüssen bisweilen etwas ändert. Zu ihrer Ermittlung sind jedesmal mehrere Einstellungen vorzunehmen und zwar möglichst in der Stellung des Instruments, die es bei der Distanzmessung einnahm. Bei der Berechnung ist später der Mittelwert beider Bestimmungen zu benutzen.

Eine Fehlerquelle bei der Bestimmung der Indexverbesserung bildet die physiologische Erscheinung, daß man die Berührung zweier Ränder anders auffaßt als die Berührung von Rand und Stern, und diese wieder anders als die Deckung zweier Sterne. Daraus folgt, daß man bei der Beobachtung einer Distanz zwischen dem Mond und einem Stern unter Umständen einen merkbaren Fehler in die Messung hineintragen kann, wenn man die Indexverbesserung an einem Stern bestimmt, oder wenn man die an der Sonne oder durch Beobachtung der Kimm gefundene Verbesserung anwendet. Da aber zu ihrer Bestimmung andere Mittel nicht zu Gebote stehen, so muß man danach trachten, den Einfluß dieser Unsicherheit auf das Ergebnis durch geeignete Vereinigung mehrerer Beobachtungen zu beseitigen. Dies kann dadurch geschehen, daß man die Distanzen des Mondes von Sternen mißt, die östlich und westlich vom Monde stehen. Läßt es sich so einrichten, daß die abnehmende und die zunehmende Distanz nahezu einander gleich sind, so wird der Mittelwert beider Bestimmungen außerdem von dem Exzentrizitätsfehler und von den periodischen Teilungsfehlern frei sein. — Es ist klar, daß die soeben erwähnten Vorteile zum größten Teil bestehen bleiben, wenn man die Resultate von Sonne—Mond-Distanzen, die symmetrisch zum Neumond gemessen worden sind, miteinander zu einem Mittelwerte vereinigt.

Sind die Exzentrizitäts- und Teilungsfehler bekannt, so sind die betreffenden Verbesserungen an die gemessenen Distanzen und Höhen anzubringen. Die letzteren sind außerdem für Kimmtiefe zu verbessern.

Ferner ist darauf zu achten, daß die optische Achse des Fernrohrs parallel zur Ebene des Sextanten ist; zur Prüfung, ob diese Bedingung erfüllt ist, dient die in § 79, 5 gegebene Anweisung. Man versäume nicht, diese vor der Beobachtung auszu-

führende Prüfung vor allem dann vorzunehmen, wenn die Stellung des Fernrohrträgers hat verändert werden müssen. Ebenso muß auch die senkrechte Stellung der Spiegel genau geprüft und erforderlichenfalls berichtigt werden. Nur mit einem sorgfältig berichtigten Instrumente wird man durch Monddistanzen, bei denen jeder Messungsfehler mit etwa 30fachem Betrage auf die Länge einwirkt (§ 264), Resultate von hinreichender Zuverlässigkeit erlangen können.

§ 269. Die Kenntnis der Ortszeit ist notwendig für die Verwertung der aus der Monddistanz abgeleiteten mittleren Greenwicher Zeit zur Längenbestimmung sowie zur Berechnung der Höhen des Mondes und des Distanzgestirns. Für den ersteren Zweck muß die Ortszeit zur Zeit der Beobachtung möglichst genau bekannt sein, da ein Fehler in der Ortszeit mit seinem vollen Betrage in die Längenbestimmung eintritt. Es ist deshalb zu empfehlen, zeitlich möglichst nahe der Distanzmessung die Ortszeit, d. h. den Uhrstand gegen Ortszeit, sorgfältig zu bestimmen. Ob man hierfür die gleichzeitig mit der Distanzbeobachtung ausgeführten Höhenmessungen des Distanzgestirns verwenden kann, hängt erstens davon ab, ob sich dieses Gestirn zur Zeit der Beobachtung in der Nähe des Ersten Vertikals befunden hat, und ob man zweitens bei diesen Messungen überhaupt den für den genannten Zweck notwendigen Grad der Zuverlässigkeit erwarten kann. Man soll nämlich, wenn drei Sextanten-Beobachter zur Verfügung stehen, dem am wenigsten geübten gerade diese Höhenmessung übertragen; außerdem wird auf diesen Beobachter durch den Umstand, daß er seine Messung möglichst gleichzeitig mit der Distanzbeobachtung auszuführen hat, ein gewisser Zwang ausgeübt, durch den die Zuverlässigkeit leicht beeinträchtigt werden kann. — Es empfiehlt sich deshalb meistens, die Ortszeit oder den Stand der Beobachtungsuhr gegen Ortszeit durch eine besondere Reihe sorgfältig ausgeführter Sonnen- oder Sternhöhen in möglichster Nähe des Ersten Vertikals oder durch gleiche Höhen zu ermitteln.

§ 270. Wenn nur ein Chronometer an Bord ist, oder wenn beim Vorhandensein mehrerer Instrumente ein mangelhaftes Verhalten beobachtet worden ist oder vermutet werden muß, ist es in Ermangelung von etwas besserem zu empfehlen, eine regelmäßige Kontrolle der Chronometer durch die Beobachtung von Monddistanzen auszuführen. Da es sich hierbei zunächst nur um die Ermittlung der mittleren Greenwicher Zeit handelt, so ist es zwar nicht jedesmal erforderlich, in unmittelbarem Anschluß an die Distanzmessung eine sorgfältige Bestimmung der Ortszeit vorzunehmen; es ist aber dafür Sorge zu tragen, daß die Ortszeit stets innerhalb der Genauigkeit von etwa 15^s abgeleitet werden kann, für den

Fall, daß infolge der Undeutlichkeit der Kimm oder aus anderen Gründen die scheinbaren Höhen (zur Reduktion der Monddistanz) durch Rechnung ermittelt werden müssen, weil dann erhebliche Fehler in der Ortszeit auch verfälschend auf die Bestimmung der mittleren Greenwicher Zeit einwirken können.

Um die systematischen und zufälligen Fehler möglichst zu beseitigen, hat man der Chronometerkontrolle stets die Mittelwerte mehrerer Bestimmungen der mittleren Greenwicher Zeit zugrunde zu legen. Besonders wichtig ist es hierbei aus den früher besprochenen Gründen, daß man Uhrstände miteinander vereinigt, die durch zunehmende und abnehmende Distanzen oder durch Sonne—Mond-Distanzen vor und nach dem Neumond erhalten worden sind.

Beispiel.

Stände des Chronometers Diedrich No. 21 gegen mittlere Greenwicher Zeit, abgeleitet aus Beobachtungen von Sonne—Mond-Distanzen.

1904 Aug. 1	$+7^m\ 28^s$				
2	8 15	1904 Aug. 3	$+7^m\ 37^s$		
4	6 33				
5	8 10			1904 Aug. 10	$+6^m\ 59^s$
16	7 13				
17	6 8	Aug. 18	6 20		
18	6 15				
20	5 43			Aug. 25	7 20
31	9 0				
Sept. 2	7 41	Sept. 2	8 21		
3	8 21			Sept. 9	7 31
15	7 23				
16	6 11	Sept. 16	6 40		
17	5 40				
18	7 26			Sept. 24	+7 43
29	8 51				
30	7 50	Okt. 1	+8 46		
Okt. 1	9 13				
3	+9 9				

Neumonde: 1904 Aug. 11 und Sept. 9.

Die in der letzten Spalte für 1904 Aug. 10, Aug. 25, Sept. 9 und Sept. 24 erhaltenen Mittelwerte sind zur Chronometerkontrolle zu verwenden.

C. Berechnung der Monddistanzen nach einer strengen Methode.

§ 271. Die Ableitung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge des Beobachtungsortes aus der Messung von Monddistanzen und den Nebenbeobachtungen zerfällt in folgende Abschnitte:

I. Berechnung des Mittelwertes der gemessenen Distanzen und der zugehörigen Uhrzeiten;



II. **Berechnung der scheinbaren und der wahren Mittelpunktshöhen sowohl des Mondes als auch des Distanzgestirns für die unter I gefundene Mittelzeit;**

III. **Berechnung der scheinbaren Mittelpunktsdistanz;**

IV. **Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz;**

V. **Berechnung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge;**

VI. **Das Rechenschema.**

Es sollen nun abschnittsweise die zu benutzenden Formeln zusammengestellt bzw. abgeleitet und auf den allgemeinsten Fall, die Berechnung einer Sonne—Mond-Distanz, angewendet werden.

I. Berechnung des Mittelwertes der gemessenen Distanzen und der zugehörigen Uhrzeiten.

Man kann annehmen, daß innerhalb der wenigen Minuten, während der die Messungen ausgeführt werden, sich die Distanz der Zeit proportional ändert. Unter der Voraussetzung, daß alle Messungen von gleicher Güte sind, entspricht daher der Mittelwert der gemessenen Distanzen dem Mittelwert der Zeiten.

Beispiel.

1904 Juli 20 (Mittwoch) wurden zur Längenbestimmung folgende Beobachtungen ausgeführt:

U			
$U = 7^h\,43^m\,16^s$	☉ $h_a = 28°\,59'$		
$= 7\;\;43\;\;58$		☾ $h_a = 31°\;\;4'$	
$= 7\;\;45\;\;\;7$			☉☾ $D_a = 102°\,10'\,50''$
$= 7\;\;46\;\;10$			$= 102\;\;11\;\;\;0$
$= 7\;\;46\;\;32$			$= 102\;\;11\;\;10$
$= 7\;\;46\;\;55$		☾ $h_a = 31\;\;22$	
$= 7\;\;47\;\;24$	☉ $h_a = 28\;\;11$		

$\varphi = +40°\,28{,}6'$ Therm. = 25° Cels.
$\lambda = \;\;46\;\;13\;\;W$ (genähert) Bar. = 766 mm
Ah. = 8,5 m ☉ $Az = N\;86°\,W$
J. V. = — 0′ 40″ ☾ $Az = N\,145\;O.$

Winkel zwischen der Distanz und dem Vertikalkreise

am Monde: $\alpha = 45°$
an der Sonne: $\beta = 45$
m. O. Zt. — U = — $3^h\,1^m\,52^s$.

Als Mittelwert der oben angegebenen Distanzmessungen und der zugehörigen Uhrzeiten findet man:

Mittelzeit: $U_m = \;\;7^h\,45^m\,56^s$
m. O. Zt. — U = — 3 1 52
m. O. Zt. = 4 44 4 ☉☾ $D_a = 102°\,11'\,0''$.

II. Berechnung der scheinbaren und der wahren Mittelpunktshöhen sowohl des Mondes als auch des Distanzgestirns für die unter I gefundene Mittelzeit.

a. Die scheinbaren Höhen sind beobachtet worden.

§ 272. Aus den bei den Höhenbeobachtungen erhaltenen Ablesungen sind zunächst diejenigen Ablesungen zu berechnen, die der Mittelzeit der Distanzbeobachtungen entsprechen.

Fortsetzung des Beispiels.

$U_1 = 7^h\ 43^m\ 16^s$ — ⊙ $h_a = 28°\ 59'$
$U_2 = 7\ \ 47\ \ 24$ — ⊙ $h_a = 28\ \ 11$
Unterschied $= 4\ \ 8 = 248^s$ — Unterschied $=$ 48 abnehm.
Mittelzeit $U = 7\ \ 45\ \ 56$
Mittelzeit $- U_1 = 2\ \ 40 = 160.$

In 1^s ändert sich die Höhe um $\frac{48'}{248}$

„ 160 „ „ „ „ „ $\left(\frac{48 \times 160}{248}\right) =$ 31 abnehm.,

also $U = 7\ \ 45\ \ 56$ — ⊙ $h_a = 28\ \ 28$
J. V. $= -\ \ 1$
⊙ $h_g = 28\ \ 27$

In gleicher Weise erhält man:
$U = 7\ \ 45\ \ 56$ — ☾ $h_g = 31\ \ 15.$

Um aus diesen Kimmabständen die scheinbaren Mittelpunktshöhen, die mit *s* (Sonne, Stern) und *m* (Mond) bezeichnet werden sollen, zu berechnen, sind sie wegen Kimmtiefe (N. J. Taf. 15a u. b, bis 1906 Taf. 6) und Halbmesser zu verbessern. Dazu sind die Werte für Mondparallaxe und Mondhalbmesser aus dem Nautischen Jahrbuch zu entnehmen.

m. O. Zt. (genähert) $= 4^h\ \ 44^m\ \ 4^s$
λ „ $= 3\ \ 4\ \ 52\ W$
m. Gr. Zt. (genähert) $= 7\ \ 48\ \ 56$
$= 7{,}8^h$

		☾ P	☾ r
1904 Juli	20,0	$= 58'\ \ 8''$	$= 15'\ \ 52''$
„	20,5	$= 57\ \ 49$	$= 15\ \ 47$
Unterschied für 12^h		$= 19$	$= 5$
„ „	7,8	$= \frac{19}{12} \times 7{,}8 = 12$	$= \frac{5}{12} \times 7{,}8 = 3$
Zur Zt. d. Beob.		☾ $P = 57\ \ 56$	☾ $r = 15\ \ 49$

⊙ $h_g = 28°\ 27'$	☾ $h_g = 31°\ 15'$
$Kt. = 5$	$Kt. = 5$
⊙ $h_s = 28\ \ 22$	☾ $h_s = 31\ \ 10$
⊙ $r = 16$	☾ $r = 16$
$s = 28\ \ 38$	$m = 30\ \ 54.$

Um aus den scheinbaren Mittelpunktshöhen s und m die wahren Mittelpunktshöhen s' und m' zu finden, hat man erstere zu berichtigen

1. wegen Strahlenbrechung (Verbesserung negativ),
2. wegen Höhenparallaxe (Verbesserung positiv).

Dieser Teil der Rechnung ist in aller Schärfe auszuführen.

Der Betrag der Strahlenbrechung ist aus den Tafeln des N. J. 16a, 16b und 16c (bis 1906 Taf. 7a, 7b, 7c) zu entnehmen; die wegen Strahlenbrechung verbesserten Mittelpunktshöhen mögen mit s_1 und m_1 bezeichnet werden.

Die Höhenparallaxe des Distanzgestirns findet man nach § 102 aus

$$1. \qquad p = P \cdot \cos s_1.$$

Man entnimmt ohne weitere Rechnung den Wert p mit den Eingängen P und s_1 dem N. J. Taf. 2 (10 bis 1906) (Sonne) oder 3 (11 bis 1906) (Planeten). Für einen Fixstern ist die Parallaxe gleich Null. Bei der Berechnung der Höhenparallaxe des Mondes ist es erforderlich, auf die Abplattung der Erde Rücksicht zu nehmen. Diesem Zwecke dienen die Tafeln des N. J. 5 (13 bis 1906) (Eingänge: φ und P) und 6 (14 bis 1906) (Eingänge: φ und Az). Man berechnet

$$2. \qquad ☾ P_2 = ☾ P + (\text{N. J. Taf. } 5),$$

$$3. \qquad m_2 = m_1 + (\text{N. J. Taf. } 6)$$

und erhält alsdann die Höhenparallaxe des Mondes durch die Formel:

$$4. \qquad ☾ p = ☾ P_2 \cdot \cos m_2.$$

Fortsetzung des Beispiels.

Strahlenbrechung.

N. J. Taf. 16a (7a bis 1906)	= 1′ 46″	= 1′ 37″
N. J. Taf. 16b (7b bis 1906)	= − 5	= − 5
N. J. Taf. 16c (7c bis 1906)	= + 1	= + 1
Refr.	= 1 42	= 1 33

$s_1 = s - Refr. = 28° 36' 18''$ $\qquad m_1 = m - Refr. = 30° 52' 27''.$

Höhenparallaxe.

☾ P	= 57′ 56″	m_1	= 30° 52′
N. J. Taf. 5 (13 bis 1906)	= − 5	N. J. Taf. 6 (14 bis 1906)	= + 9
☾ P_2	= 57 51 = 3471″	m_2	= 31 1

log ☾ P_2 = 3,54 045
$log\ cos\ m_2$ = 9,93 299
log ☾ p = 3,47 344
☾ p = 2975″ = 49′ 35″

N. J. Taf. 2 (10 bis 1906) ⊙p = 8″ $\qquad$ ☾ p = 49′ 35″

$s' = s_1 + ⊙p = 28° 36' 26''$ $\qquad m' = m_1 + ☾ p = 31° 42' 2''.$

b. Ermittlung der scheinbaren Höhen durch Rechnung.

§ 273. Hat man von der Höhenbeobachtung Abstand nehmen müssen, so sind zunächst die wahren und alsdann die scheinbaren Höhen durch Rechnung zu ermitteln. Hierbei ist große Schärfe der numerischen Rechnung beim Übergange von den wahren zu den scheinbaren Höhen erforderlich. Bei den im N. J. enthaltenen Tafeln für die Strahlenbrechung und in der Formel für die Höhenparallaxe wird die scheinbare Höhe als bekannt vorausgesetzt. Da dieser Wert aber erst gefunden werden soll, so hat man in beiden Fällen unter Benutzung der wahren Höhe zunächst einen Näherungswert für die scheinbare Höhe abzuleiten und durch Wiederholung der Rechnung den strengen Wert zu ermitteln.

Fortsetzung des Beispiels.

1. Einschaltung der Ephemeriden für die genäherte mittlere Greenwicher Zeit.

Bei dieser Einschaltung kann die mittlere Greenwicher Zeit auf volle Minuten abgerundet werden.

Sonne.

$$\begin{array}{rl} \odot\delta\ 20.\ \text{VII.} &= +20^\circ\, 42{,}5' \\ \text{Änd. f. } 1^h &= -0{,}47' \\ \text{Änd. f. } 7{,}8 &= -\qquad 3{,}7 \\ \hline \odot\delta &= +20\quad 39 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \text{Ztgl. } 20.\ \text{VII.} &= +6^m\, 7^s \\ \text{Änd. f. } 1^h &= +0{,}1^s \\ \text{Änd. f. } 7{,}8 &= +\qquad 1 \\ \hline \text{Ztgl.} &= +6\quad 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{m. } \odot\alpha\ 20.\ \text{VII.} &= 7^h\, 51^m\, 21^s \\ \text{Änd. f. } 7^h\, 49^m &= +\quad 1\quad 17 \\ \hline \text{m. } \odot\alpha &= 7\quad 52\quad 38 \end{array}$$

Mond.

$$\begin{array}{rl} ☾\alpha\ 20.\ \text{VII. } 7^h &= 14^h\, 32^m\, 48^s \\ \text{Änd. f. } 1^m &= +2{,}22^s \\ \text{Änd. f. } 49 &= +\quad 1\quad 49 \\ \hline ☾\alpha &= 14\quad 34\quad 37 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} ☾\delta\ 20.\ \text{VII. } 7^h &= -10^\circ\, 54{,}7' \\ \text{Änd. f. } 1^m &= -0{,}145' \\ \text{Änd. f. } 49 &= -\qquad 7{,}1 \\ \hline ☾\delta &= -11\quad 1{,}8. \end{array}$$

2. Berechnung der wahren Höhen.

Sonne. | Mond.

$$\begin{array}{rl} \text{m. Gr. Zt.} &= 7^h\, 48^m\, 56^s \\ \text{Ztgl.} &= +\quad 6\quad 8 \\ \hline \text{w. Gr. Zt.} &= 7\quad 42\quad 48 \\ \lambda &= 3\quad 4\quad 52\ W \\ \hline \text{w. O. Zt.} &= 4\quad 37\quad 56 \\ \odot t &= 69^\circ\, 29' \\ & \\ \varphi &= 40^\circ\, 29' \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \text{m. Gr. Zt.} &= 7^h\, 48^m\, 56^s \\ \text{m. } \odot\alpha &= 7\quad 52\quad 38 \\ \hline \text{Fp. Gr. Zt.} &= 15\quad 41\quad 34 \\ \lambda &= 3\quad 4\quad 52\ W \\ \hline \text{Fp. O. Zt.} &= 12\quad 36\quad 42 \\ ☾\alpha &= 14\quad 34\quad 37 \\ \hline ☾t &= 22\quad 2\quad 5 \\ &= 330^\circ\, 31'. \end{array}$$

Sonne.

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}x = \sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta),$$
$$\sin s' = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos x.$$

$t = 69° 29'$ | $\sin^2 \tfrac{1}{2}t = 9{,}51\,156$
$\varphi = +40 \quad 29$ | $\cos = 9{,}88\,115$
$\delta = +20 \quad 39$ | $\cos = 9{,}97\,116$
$\varphi - \delta = +19 \quad 50$ | $\sec = 0{,}02\,656$ | $\cos = 9{,}97\,344$
$\sin^2 \tfrac{1}{2}x = 9{,}39\,043$ | $\cos = 9{,}70\,633$
$\sin s' = 9{,}67\,977$
$s' = 28° \; 35'.$

Mond.

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}y = \sin^2 \tfrac{1}{2}t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \sec(\varphi - \delta),$$
$$\sin m' = \cos(\varphi - \delta) \cdot \cos y.$$

$t = 330° \; 31'$ | $\sin^2 \tfrac{1}{2}t = 8{,}81\,124$
$\varphi = +40 \quad 29$ | $\cos = 9{,}88\,115$
$\delta = -11 \quad 2$ | $\cos = 9{,}99\,190$
$\varphi - \delta = +51 \quad 31$ | $\sec = 0{,}20\,601$ | $\cos = 9{,}79\,399$
$\sin^2 \tfrac{1}{2}y = 8{,}89\,030$ | $\cos = 9{,}92\,667$
$\sin m' = 9{,}72\,066$
$m' = 31° \; 43'.$

3. Berechnung der scheinbaren Höhen.

N. J. Taf. 2 (10 bis 1906) $\odot p = \quad - \; 8''$
$s_1 = s' - \odot p = 28° \; 34' \; 52''$
N. J. Taf. 16a (7a bis 1906) *Refr.* $= \; 1' \; 47''$
Ung. $s = 28° \; 37'$

N. J. Taf. 16a (7a bis 1906) $= \; 1' \; 46''$
N. J. Taf. 16b (7b bis 1906) $= - \quad 5$
N. J. Taf. 16c (7c bis 1906) $= + \quad 1$
Refr. $= + \quad 1 \; 42$
$s = s_1 + Refr. = 28 \quad 36 \quad 34.$

☾ $P = 57' \; 56''$
N. J. Taf. 5 (13 bis 1906) $= - \quad 5$
☾ $P_2 = 57 \quad 51$
$= \quad 3471''$
$\log$ ☾ $P_2 = 3{,}54\,045$
$\log\cos m' = 9{,}92\,976$
$\log$ ung. ☾ $p = 3{,}47\,021$
ung. ☾ $p = 2953'' = 49'$
ung. $m_1 = m' -$ ung. ☾ $p = 30° \; 54'$
N. J. Taf. 6 (14 bis 1906) $= + \quad 9$
$m_2 = 31 \quad 3$

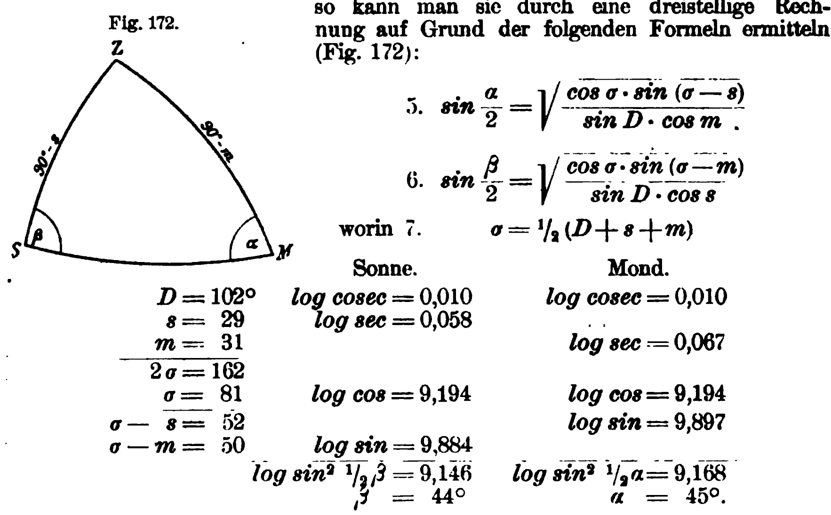
$\log$ ☾ $P_2 = 3{,}54\,045$
$\log\cos m_2 = 9{,}93\,284$
$\log$ ☾ $p = 3{,}47\,329$
☾ $p = 2974'' = \quad 49' \; 34''$
$m' = 31° \; 43$
$m_1 = m' -$ ☾ $p = 30 \quad 53 \quad 26$

N. J. Taf. 16a (7a bis 1906) $= 1' \; 37''$
N. J. Taf. 16b (7b bis 1906) $= - \quad 5''$
N. J. Taf. 16c (7c bis 1906) $= + \quad 1''$
Refr. $= \quad 1 \quad 33$
$m = m_1 + Refr. = 30 \quad 54 \quad 59.$

$m_1 = 30° \; 53' \; 26''$
ung. *Refr.* $= \quad 1 \quad 37$
ung. $m = 30 \quad 55 \quad 3$

Hat man es unterlassen, die Winkel zu schätzen, die die Distanz mit den durch die Mittelpunkte des Mondes und der Sonne gelegten Vertikalkreisen bildet, so kann man sie durch eine dreistellige Rechnung auf Grund der folgenden Formeln ermitteln (Fig. 172):

Fig. 172.



$$5.\quad \sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\cos\sigma \cdot \sin(\sigma - s)}{\sin D \cdot \cos m}}.$$

$$6.\quad \sin\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{\cos\sigma \cdot \sin(\sigma - m)}{\sin D \cdot \cos s}}$$

worin 7. $\sigma = {}^1/_2 (D + s + m)$

	Sonne.	Mond.
$D = 102°$	$\log cosec = 0{,}010$	$\log cosec = 0{,}010$
$s = 29$	$\log sec = 0{,}058$	
$m = 31$		$\log sec = 0{,}067$
$2\sigma = 162$		
$\sigma = 81$	$\log\cos = 9{,}194$	$\log\cos = 9{,}194$
$\sigma - s = 52$		$\log\sin = 9{,}897$
$\sigma - m = 50$	$\log\sin = 9{,}884$	
	$\log\sin^2 {}^1/_2\beta = 9{,}146$	$\log\sin^2 {}^1/_2\alpha = 9{,}168$
	$\beta = 44°$	$\alpha = 45°.$

III. Berechnung der scheinbaren Mittelpunktsdistanz.

§ 274. Um von der durch die Beobachtung erhaltenen Distanz der Ränder zweier Gestirne auf die Mittelpunktsdistanz überzugehen, hat man die gemessene Distanz um die Beträge der Halbmesser beider Gestirne zu verbessern. Es ist bereits erwähnt worden, daß die scheinbaren Halbmesser der Gestirne wegen der Wirkung der Parallaxe (§ 103) und der Strahlenbrechung (§ 101) mit den im N. J. angegebenen, für den Erdmittelpunkt gültigen Werten nicht übereinstimmen.

Die wegen der ersteren Wirkung anzubringende, stets positive Verbesserung, die nur für den Mond einen merkbaren Betrag erreicht, ist für dieses Gestirn:

$$8.\quad \text{Verb.} = 0{,}000\,0177\,9 \cdot r^2 \cdot \sin m.$$

Man entnimmt sie mit den Eingängen Höhe und Halbmesser des Mondes aus Tafel 4 (12 bis 1906) des N. J.

Zweitens ist die Verbesserung zu ermitteln, die wegen der Wirkung der Strahlenbrechung an die Halbmesser der beobachteten Gestirne anzubringen ist. Diese Verbesserung ist in den Tafeln 1a und 1b (9a und 9b bis 1906) des N. J. enthalten und wird aus ihnen mit den Eingängen:

(Tafel 1a) Mittelpunktshöhe (vertikal) und Winkel der Distanzlinie mit dem Vertikalkreise (horizontal),

sowie (Tafel 1b) Halbmesser (vertikal) und Verkleinerung des Halbmessers nach Tafel 1a (horizontal)



entnommen. Der aus Tafel 1a erhaltene Betrag ist stets mit negativem Vorzeichen an den Halbmesser anzubringen; das Vorzeichen der aus Tafel 1b zu entnehmenden Verbesserung ist in der Tafel angegeben.

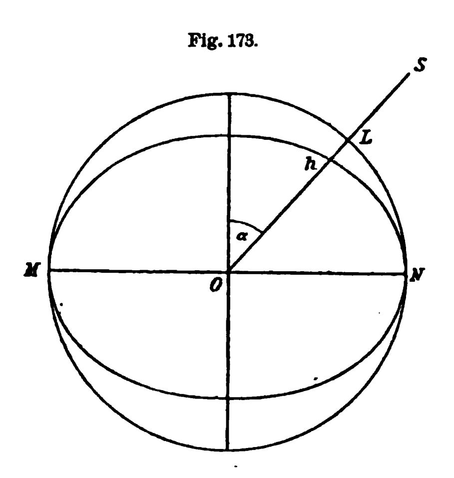
Bezeichnet man demnach den wegen Strahlenbrechung und Parallaxe verbesserten Wert des Halbmessers mit ϱ, so ist

$$9.\quad \varrho = r + (\text{N.J.Taf. } 4) + (\text{N.J.Taf.} 1\text{a}) + (\text{N.J.Taf.} 1\text{b})$$

$$[\text{bis } 1906\text{:}\quad \varrho = r + (\text{N.J.Taf.} 12) + (\text{N.J.Taf.} 9\text{a}) + (\text{N.J.Taf.} 9\text{b})].$$

Nach § 101 erscheinen Sonne und Mond infolge der Zunahme der Strahlenbrechung mit abnehmender Höhe nicht als kreisrunde, sondern als ovale Scheiben, und zwar wird die untere Hälfte der Scheibe noch mehr als die obere in senkrechter Richtung zusammengedrückt. — Ist O (Fig. 173) der Mittelpunkt des Gestirns, MN der horizontale Durchmesser und OS ein Stück desjenigen größten Kreises, der die Mittelpunkte beider Gestirne miteinander verbindet, so erkennt man, daß bei der Distanzmessung die Entfernung des Punktes h von dem entsprechenden Punkte des anderen Gestirns gemessen worden ist. Man hat demnach den aus den Ephemeriden des N. J. entnommenen Wert des Halbmessers, nachdem er wegen Parallaxe verbessert worden ist, noch um den Betrag hL zu verkleinern. Diese Größe ist abhängig von dem Werte der Strahlenbrechung, also von der scheinbaren Mittelpunktshöhe, sowie von dem Winkel (α) zwischen der Distanz und dem Vertikalkreise und wird aus Tafel 1a (9a bis 1906) des N J. entnommen. — Bei der Berechnung dieser Tafel ist ein mittlerer Wert des Halbmessers (15′ 40″) zugrunde gelegt worden. Tafel 1b (9b bis 1906) gibt die Verbesserung, die anzubringen ist, wenn der Halbmesser von diesem mittleren Werte abweicht.

Fig. 173.



Fortsetzung des Beispiels.

Sonne.	Mond.	
$\beta = 45°$; $s = 29°$	$a = 45°$; $m = 31°$	$\odot$☾ $D_a = 102° 11'\ 0''$
$\odot r = 15'\ 46''$	☾ $r = 15'\ 49''$	J. V. $= -0\ 40$
	N. J. Taf. 4 $= +8$	$D_g = 102\ 10\ 20$
N. J. Taf. 1a $= -1$	N. J. Taf. 1a $= -1$	
N. J. Taf. 1b $= 0$	N. J. Taf. 1b $= 0$	
$\odot \varrho = 15\ 45$	☾ $\varrho = 15\ 56$	$\odot \varrho$ + ☾ $\varrho = 31\ 41$
		$D = 102\ 42\ 1.$

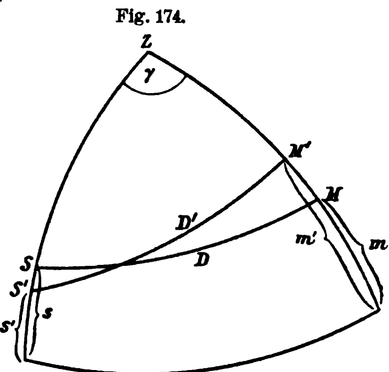
IV. Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz.

§ 275. Betrachtet man zunächst die Erde als eine Kugel, so findet beim Übergange vom Beobachtungsorte zum Erdmittelpunkt infolge der vereinten Wirkung der Parallaxe und der Strahlen-



brechung nur eine Verschiebung der beobachteten Gestirne in demselben Vertikalkreise, also in Höhe, statt; dagegen wird das Azimut beider Gestirne, also auch ihr Azimut-Unterschied γ (Fig. 174), nicht geändert. Da beim Monde wegen seiner verhältnismäßig geringen Entfernung von der Erde die Höhenparallaxe größer, bei der Sonne und den Planeten aber geringer ist als die Strahlenbrechung, so ist der wahre Ort des Mondes M' höher gelegen als der scheinbare Ort M; dagegen liegt der wahre Ort S' des Distanzgestirns stets unterhalb des scheinbaren Ortes S.

Fig. 174.



Zum Übergange von der scheinbaren zur wahren Mittelpunktsdistanz sind eine große Anzahl Methoden aufgestellt worden, die diese Aufgabe teils in strenger Form, teils in einem größeren oder geringeren Grade der Annäherung lösen.*) Es sollen hier einige der strengen Formeln entwickelt und dann das von Elford vorgeschlagene Näherungsverfahren abgeleitet werden.

Aus den Dreiecken ZSM und $ZS'M'$ (Fig. 174) ergibt sich

10. $\cos D = \sin m \cdot \sin s + \cos m \cdot \cos s \cdot \cos \gamma$

11. $\cos D' = \sin m' \cdot \sin s' + \cos m' \cdot \cos s' \cdot \cos \gamma$

12. $\cos \gamma = \dfrac{\cos D' - \sin m' \cdot \sin s'}{\cos m' \cdot \cos s'} = \dfrac{\cos D - \sin m \cdot \sin s}{\cos m \cdot \cos s}$.

Durch Addition bzw. Subtraktion der Einheit erhält man aus der letzteren Gleichung die beiden folgenden:

$$\frac{\cos D' + \cos (m' + s')}{\cos m' \cdot \cos s'} = \frac{\cos D + \cos (m + s)}{\cos m \cdot \cos s}$$

$$\frac{\cos D' - \cos (m' - s')}{\cos m' \cdot \cos s'} = \frac{\cos D - \cos (m - s)}{\cos m \cdot \cos s}.$$

Also wird, wenn man zur Abkürzung setzt:

13. $\Sigma = m + s$

14. $\Sigma' = m' + s'$

15. $\Delta = m - s$

16. $\Delta' = m' - s'$,

*) Eine ausführliche Zusammenstellung dieser Methoden befindet sich in der »Allgemeinen Encyklopädie der Physik«, herausgegeben von G. Karsten, Kapitel über Zeit- und Ortsbestimmungen, verfaßt von G. D. E. Weyer.

$$17.\quad \cos D' = -\cos\Sigma' + \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot (\cos D + \cos\Sigma)$$

(Formel von Lexell)

$$18.\quad \cos D' = \cos\Delta' + \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot (\cos D - \cos\Delta)$$

(Formel von Dunthorne).

Man kann den letzteren Formeln auch die folgende Form geben:

$$19.\quad \cos D' = -\cos\Sigma' + 2\frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \cos {}^1/_2(D+\Sigma) \cdot \cos {}^1/_2(D-\Sigma)$$

$$20.\quad \cos D' = \cos\Delta' - 2\frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \sin {}^1/_2(D+\Delta) \cdot \sin {}^1/_2(D-\Delta).$$

Außerdem soll hier die folgende Lösung der vorliegenden Aufgabe angegeben werden. Setzt man:

$$21.\quad tg\, x = 2 \cdot \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \frac{\cos {}^1/_2(D+\Sigma) \cdot \cos {}^1/_2(D-\Sigma)}{\sin\Sigma'},$$

so liefert die Gleichung 19:

$$22.\quad \cos D' = -\cos\Sigma' + tg\, x \cdot \sin\Sigma' = -\frac{\cos(x+\Sigma')}{\cos x}.$$

Daraus ergibt sich weiter

$$tg\frac{D'}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos D'}{1+\cos D'}} = \sqrt{\frac{\cos x + \cos(x+\Sigma')}{\cos x - \cos(x+\Sigma')}} = \sqrt{\frac{2\cdot\cos {}^1/_2\Sigma' \cdot \cos(x+{}^1/_2\Sigma')}{2\cdot\sin {}^1/_2\Sigma' \cdot \sin(x+{}^1/_2\Sigma')}}$$

$$23.\quad tg\frac{D'}{2} = \sqrt{cotg\, {}^1/_2\Sigma' \cdot cotg\,(x+{}^1/_2\Sigma')}.$$

Der Hilfswinkel x in der Formel 21 liegt im ersten oder im vierten Quadranten, je nachdem $tg\, x$ einen positiven oder einen negativen Wert besitzt.

Bezüglich der Anwendung dieser verschiedenen Formeln für den Übergang zur wahren Distanz gilt folgendes: Die Formel von Dunthorne (18) oder die aus ihr abgeleitete Formel 20 können nur angewendet werden, wenn die Distanz zwischen 70° und 110° liegt. Die Formeln 21 und 23 dagegen sind in allen Fällen zu empfehlen und kommen außerhalb jener Grenzen allein in Betracht.

Die Rechnung ist in jedem Falle mit äußerster Schärfe und strengem Einschalten für die Bruchteile der Minuten auszuführen.

Da es beim Übergang zur wahren Distanz angenehm ist, eine wenigstens genäherte Kontrolle in kürzester Form zur Hand zu haben, so ist im Anhange die Tabelle 4 gegeben, aus der man die Differenz zwischen der scheinbaren und der wahren Distanz unmittelbar entnehmen kann.

Fortsetzung des Beispiels.

Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz (ohne Berücksichtigung der Seitenparallaxe des Mondes).

1. Nach der Formel von Dunthorne (18).

$$\cos D' = \cos \Delta' + \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot (\cos D - \cos \Delta).$$

$m' = 31° 42{,}03'$	$\log\cos = 9{,}92\,983$	
$s' = 28\;\; 36{,}43$	$\log\cos = 9{,}94\,346$	
$m = 30\;\; 54$	$\log\sec = 0{,}06\,648$	
$s = 28\;\; 38$	$\log\sec = 0{,}05\,665$	
$D = 102\;\; 42{,}02$		$\log\cos = 9{,}34\,213\,n$
$\Delta = +2\;\; 16$		$\log\cos = 9{,}99\,966$
		$\cos D = -0{,}21\,985$
		$\cos\Delta = +0{,}99\,922$
	$\log(\cos D - \cos\Delta) = 0{,}08\,603\,n$	$\cos D - \cos\Delta = -1{,}21\,907$
	$\log$ (2. Glied) $= 0{,}08\,245\,n$	2. Glied $= -1{,}20\,906$
$\Delta' = +3\;\; 5{,}58$	$\log\cos\Delta' = 9{,}99\,936$	$\cos\Delta' = +0{,}99\,853$
	$\log\cos D' = 9{,}32\,331\,n$	$\cos D' = -0{,}21\,053$

$$D' = 102°\; 9{,}20' = 102°\; 9'\; 12''.$$

2. Nach der Formel 20.

$$\cos D' = \cos \Delta' - 2 \cdot \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \sin {}^1/_2 (D + \Delta) \cdot \sin {}^1/_2 (D - \Delta).$$

$m' = 31° 42{,}03'$	$\log\cos = 9{,}92\,983$	
$s' = 28\;\; 36{,}43$	$\log\cos = 9{,}94\,346$	
$m = 30\;\; 54$	$\log\sec = 0{,}06\,648$	
$s = 28\;\; 38$	$\log\sec = 0{,}05\,665$	
$D = 102\;\; 42{,}02$		
$\Delta = +2\;\; 16$		
$D + \Delta = 104\;\; 58{,}02$		
${}^1/_2 (D + \Delta) = 52\;\; 29{,}01$	$\log\sin = 9{,}89\,937$	
${}^1/_2 (D - \Delta) = 50\;\; 13{,}01$	$\log\sin = 9{,}88\,563$	
	$\log 2 = 0{,}30\,103$	
	$\log$ (2. Glied) $= 0{,}08\,245$	2. Glied $= +1{,}20\,906$
$\Delta' = +3\;\; 5{,}58$	$\log\cos\Delta' = 9{,}99\,936$	$\cos\Delta' = +0{,}99\,853$
	$\log\cos D' = 9{,}32\,313\,n$	$\cos D' = -0{,}21\,053$

$$D' = 102°\; 9{,}20' = 102°\; 9'\; 12''.$$

§ 276. Die soeben erhaltene wahre Distanz D' ist ferner wegen Seitenparallaxe des Mondes zu verbessern.

Man entnimmt den Betrag der Seitenparallaxe des Mondes aus Tafel 7 (15 bis 1906) des N. J. mit den Eingängen »Breite« (vertikal) und »Azimut des Mondes« (horizontal). Die Verbesserung der wahren Monddistanz erhält man dann aus Tafel 8 (16 bis 1906) des N. J. mit den Eingängen »Winkel der Distanzlinie mit dem Vertikalkreise« (vertikal) und »Seitenparallaxe des Mondes« (horizontal). Das Vorzeichen der Verbesserung ist nach der am Fuße der Tafel 8 (16 bis 1906) angegebenen Vorschrift zu bestimmen.

Es ist im Anfange des § 275 die Voraussetzung gemacht worden, daß die Erde eine Kugel sei. Diese Annahme ist nicht vollständig zutreffend. Die Erde

besitzt eine sphäroidische Gestalt, und die im Beobachtungsorte errichtete Lotlinie geht deshalb im allgemeinen nicht durch den Erdmittelpunkt. Deshalb fallen die Ebenen des scheinbaren und des wahren Vertikalkreises, die man durch ein Gestirn von endlicher Entfernung (Mond) legen kann, im allgemeinen nicht zusammen, d. h. das scheinbare und das wahre Azimut des Gestirns unterscheiden sich um einen kleinen Betrag, den man als die Seitenparallaxe bezeichnet. Sie ist, außer von der Entfernung des Gestirns, abhängig von der Breite des Beobachtungsortes, sowie vom Azimut des Gestirns. Da sie mit der Entfernung des Gestirns abnimmt, so kommt sie nur für den Mond in Betracht.

Daraus folgt, daß die Gleichung 11 nicht streng richtig ist: es hätte nach dem Übergange auf den Erdmittelpunkt an Stelle des scheinbaren Azimut-Unterschiedes des Mondes und des Distanzgestirns (γ) der wahre Azimut-Unterschied beider Himmelskörper (γ') gesetzt werden müssen; γ und γ' sind um den Betrag der Seitenparallaxe des Mondes voneinander verschieden. Deshalb ist an den nach Gleichung 11 erhaltenen Wert für die wahre Distanz die Verbesserung wegen Seitenparallaxe nach N. J. Taf. 8 (16 bis 1906) anzubringen. Die Einwirkung der letzteren ist um so größer, je mehr der Winkel zwischen der Distanz und dem Vertikalkreise sich dem Werte 90° nähert. Stehen die Gestirne in gleicher Höhe, so ist die Verbesserung der Distanz wegen Seitenparallaxe gleich dem vollen Betrage der letzteren; stehen sie dagegen in demselben Vertikalkreise, so verschwindet die Verbesserung.

Fortsetzung des Beispiels.

$\varphi =$ 40°		$D' =$	102° 9′ 12″
☾ $Az = N$ 145 O	N. J. Taf. 7 (15 bis 1906) =	7″	
$a =$ 45	N. J. Taf. 8 (16 bis 1906) =		— 5
		$D'_w =$	102 9 7.

V. Berechnung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge.

§ 277. Um die mittlere Greenwicher Zeit zu ermitteln, die der Distanz D'_w entspricht, hat man zunächst unter der Annahme, daß die Distanzen sich der Zeit proportional ändern, eine Einschaltung zwischen den im Nautischen Jahrbuch gegebenen Distanzwerten auszuführen. — Es sollen die folgenden Bezeichnungen eingeführt werden:

$$D_1 = \text{N. J. Distanz zur mittleren Greenwicher Zeit } T_1$$

$$D_2 = \text{N. J. Distanz zur mittleren Greenwicher Zeit } T_2,$$

$$\text{wo} \quad T_2 = T_1 + 3^h = T_1 + 10\,800^s$$

ist. T_1 und T_2 seien so gewählt, daß D'_w zwischen D_1 und D_2 liegt. Berechnet man also

$$24. \quad x = \frac{10\,800}{D_1 - D_2} \cdot (D_1 - D'_w),$$

so ist $T_1 + x$ diejenige mittlere Greenwicher Zeit, die bei Annahme einer gleichmäßigen Distanzänderung dem Werte D'_w entspricht. Zur Erleichterung der Rechnung sind zwischen den Distanzen überall die Beträge von $\log \frac{10\,800}{D_1 - D_2}$ ohne Kennziffer unter der Bezeichnung



»Proportional-Logarithmen« angegeben; die Kennziffer ist überall 0 und muß vom Rechner hinzugesetzt werden. Es ist nicht nötig, bei der Berechnung von x auf das Vorzeichen von $D_1 - D'_w$ Rücksicht zu nehmen.

Da sich die Distanzen nicht genau proportional der Zeit ändern, so ist an $T_1 + x$ noch eine kleine Verbesserung anzubringen, die aus der Tafel 9 (17 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs zu entnehmen ist. — Die Differenz zwischen der so erhaltenen mittleren Greenwicher Zeit und der mittleren Ortszeit stellt die Länge des Beobachtungsortes in Zeitmaß dar.

Fortsetzung des Beispiels.

$T_1 = 6^h$

$D_1 = 101°\ 12'\ 15''$
$D'_w = 102\ \ 9\ \ 7$
$D'_w - D_1 = 0\ \ 56\ \ 52 = 3412''$ $log = 3{,}5330$
Pr. Lg. $= 0{,}2819$
$log\ x = 3{,}8149$

Pr. Lg. $6^h = 2819$
$9 = 2831$
Untersch. $= 12$
zunehmend.

m. Gr. Zt. $= 7^h\ 48^m\ 46^s$
m. O. Zt. $= 4\ \ 44\ \ 4$
$\lambda = 3\ \ 4\ \ 42\ W$
$= 46°\ 10'\ W.$

$x = 6530^s = 1^h\ 48^m\ 50^s$
$T_1 + x = 7\ \ 48\ \ 50$
N. J. Taf. 9 (17 bis 1906) $= -\ \ 4$
m. Gr. Zt. $= 7\ \ 48\ \ 46$

VI. Das Rechenschema.

§ 278. Die Anordnung des Rechnungsschemas zeigt das folgende Beispiel.

Beispiel.

1904 Februar 25 (Donnerstag). Messungen der Distanz Mond—Regulus zur Längenbestimmung.

U $= 8^h\ 57^m\ 9^s$
$= 8\ \ 58\ \ 25$
$= 8\ \ 59\ \ 22$

★ ☾ $D = 65°\ 25'\ 50''$
$= 65\ \ 25\ \ 30$
$= 65\ \ 25\ \ 20.$

$\varphi = +49°\ 15{,}0'$
$\lambda = 20\ \ 48{,}0\ W$
Ah. $= 8$ m
J. V. $= -\ 0'\ 2''$

Therm. $= +20°$ Cels.
Bar. $= 762$ mm
☾ $Az = N\ 171°\ W$
★ $Az = N\ 113\ \ O.$

Winkel zwischen der Distanz und dem Vertikalkreise am Monde: $\alpha = 80°$.
Uhrstand gegen mittl. Ortszeit $= -1^h\ 21^m\ 34^s$.

Wegen Unklarheit der Kimm konnten die Höhen der Gestirne nicht beobachtet werden.

1. Berechnung des Mittelwertes der Distanzen usw.

$U_m = 8^h\ 58^m\ 19^s$
m. O. Zt. — U $= -1\ \ 21\ \ 34$
m. O. Zt. $= 7\ \ 36\ \ 45$

★ ☾ $D_a = 65°\ 25'\ 33''$.



2. Berechnung der Höhen.

Regulus.

★α 25. II. = 10h 3m 17s ★δ 25. II. = + 12° 26,0′

Mond.

☾α 25. II. 9h = 5h 33m 7s	m. O. Zt. = 7h 36m 45s
Änd. f. 1m = + 2,42s	λ (ung.) = 1 23 12 *W*
„ „ 0 = 0	m. Gr. Zt. = 8 59 57
☾α = 5 33 7	
☾δ 25. II. 9h = + 18° 3,1′	m. ⊙α 25. II. = 22h 15m 44s
Änd. f. 1m = + 0,024′	Änd. f. 9h 0m = + 1 29
„ „ 0 = 0,0	m. ⊙α = 22 17 13
☾δ = + 18 3,1	
☾r 25. II. 0h = 15′ 54″	☾P 25. II. 0h = 58′ 15″
Änd. f. 12h = + 7″	Änd. f. 12h = + 27″
„ „ 1 = + 0,6	„ „ 1 = + 2,25
„ „ 9,0 = + 5	„ „ 9,0 = + 20
☾r = 15 59	☾P = 58 35

Regulus.	Mond.
m. Gr. Zt. = 8h 59m 57s	
m. ⊙α = 22 17 13	
Fp. Gr. Zt. = 7 17 10	
λ = 1 23 12 *W*	
Fp. O. Zt. = 5 53 58	Fp. O. Zt. = 5h 53m 58s
★α = 10 3 17	☾α = 5 33 7
★t = 19 50 41	☾t = 0 20 51
= 297° 40,3′.	= 5° 12,8′.

t = 297° 40,3′	*log sin*^{2} $^1/_2 t$ = 9,42 781	
φ = + 49 15,0	*log cos* = 9,81 475	
δ = + 12 26,0	*log cos* = 9,98 969	
$\varphi - \delta$ = + 36 49,0	*log sec* = 0,09 661	*log cos* = 9,90 339
	log sin^2 $^1/_2 x$ = 9,32 886	*log cos* = 9,75 855
		log sin s′ = 9,66 194

N. J. Taf. 16a (7a bis 1906) *Refr.* = 1′ 52″ *s′* = 27° 20′

ung. *s* = 27° 22′

N. J. Taf. 16a (7a bis 1906) = 1′ 52″
N. J. Taf. 16b (7b bis 1906) = — 4 } = 1′ 48″
N. J. Taf. 16c (7c bis 1906) = 0

s = *s′* + *Refr.* = 27 21 48.

t = 5° 12,8′	*log sin*^{2} $^1/_2 t$ = 7,31 562	
φ = + 49 15,0	*log cos* = 9,81 475	
δ = + 18 3,1	*log cos* = 9,97 808	
$\varphi - \delta$ = + 31 11,9	*log sec* = 0,06 784	*log cos* = 9,93 216
	log sin^2 $^1/_2 x$ = 7,17 629	*log cos* = 9,99 870
		log sin m′ = 9,93 086
		m′ = 58° 31′.



☾ P =	58′ 35″
N. J. Taf. 5 (13 bis 1906) =	— 7
☾ P_2 =	58 28
=	3508″
log ☾ P_2 =	3,54 506
$log\ cos\ m'$ =	9,71 788
log ung. ☾ p =	3,26 294
ung. ☾ p =	1832″ = 31′
m' =	58° 31′
ung. $m_1 = m'$ — ung. ☾ p =	58 0
N. J. Taf. 6 (14 bis 1906) =	+ 11
m_2 =	58 11
$log\ cos\ m_2$ =	9,72 198
log ☾ P_2 =	3,54 506
log ☾ p =	3,26 704
☾ p =	1849″
=	30′ 49″.

ung. m_1 =	58°	0′
N. J. Taf. 16a (7a) =	0	36″
ung. $m = m_1 + Refr.$ =	58	1
N. J. Taf. 16a (7a) =	0′	36″
N. J. Taf. 16b (7b) =	—	1
N. J. Taf. 16c (7c) =		0
$Refr.$ =	0	35.
m' =	58°	31′
☾ p =	30′	49″
$m_1 = m'$ — ☾ p =	58 0	11
$Refr.$ =	0	35
$m = m_1 + Refr.$ =	58 0	46.

3. Berechnung der scheinbaren Mittelpunktsdistanz.

☾ r =	15′ 59″
N. J. Taf. 1a (9a bis 1906) =	0
N. J. Taf. 1b (9b bis 1906) =	0
N. J. Taf. 4 (12 bis 1906) =	+ 14
☾ ϱ =	16 13

★ ☾ D_a =	65° 25′ 33″
J. V. =	— 0 2
D_g =	65 25 31
☾ ϱ =	16 13
D =	65 9 18.

4. Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz (Formel 21 und 23).

$$tg\ x = 2 \cdot \frac{cos\ m' \cdot cos\ s'}{cos\ m \cdot cos\ s} \cdot \frac{cos\ ^1/_2\,(D+\Sigma) \cdot cos\ ^1/_2\,(D-\Sigma)}{sin\ \Sigma'},$$

$$tg\ ^1/_2\,D' = \sqrt{cotg\ ^1/_2\,\Sigma' \cdot cotg\,(x + ^1/_2\,\Sigma')}.$$

m =	58°	0,77′	$log\ sec$ =	0,27 594
s =	27	21,80	$log\ sec$ =	0,05 154
Σ =	85	22,57		
D =	65	9,30		
$D + \Sigma$ =	150	31,87		
$^1/_2\,(D+\Sigma)$ =	75	15,93	$log\ cos$ =	9,40 541
$^1/_2\,(D-\Sigma)$ =	— 10	6,63	$log\ cos$ =	9,99 320
m' =	58	31	$log\ cos$ =	9,71 788
s' =	27	20	$log\ cos$ =	9,94 858
Σ' =	85	51	$log\ cosec$ =	0,00 114
			$log\ 2$ =	0,30 103
x =	26°	20,49′	$log\ tg\ x$ =	9,69 472
$^1/_2\,\Sigma'$ =	42	55,50	$log\ cotg$ =	0,03 148
$x + ^1/_2\,\Sigma'$ =	69	15,99	$log\ cotg$ =	9,57 810
			$log\ tg^2\ ^1/_2 D'$ =	9,60 958
			$log\ tg\ ^1/_2 D'$ =	9,80 479

D' =	65°	4′ 22″
N. J. Taf. 7 (15 bis 1906) =	2″	
N. J. Taf. 8 (16 bis 1906) =		— 2
D'_w =	65	4 20.

$^1/_2 D'$ =	32° 32,18′
D' =	65 4,36.

5. Berechnung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge.

$T_1 = 9^h$	$D_1 = 65^\circ\ 4'\ 34''$		Pr. Lg. $9^h = 2394$
	$D'_w = 65\ \ 4\ \ 20$		„ „ $12 = 2377$
	$D_1 - D'_w = 0\ \ 0\ \ 14$	$log = 1{,}1461$	Untersch. = 17
		Pr. Lg. = 0,2394	(abnehmend).
		$log\ x = 1{,}3855$	

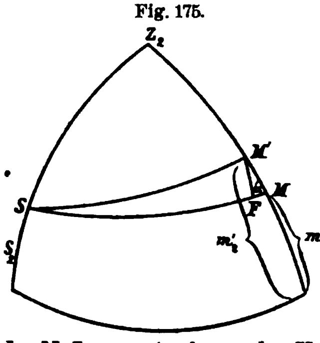
m. Gr. Zt. = $9^h\ 0^m\ 24^s$	$x = 0^h\ 0^m\ 24^s$
m. O. Zt. = 7 36 45	$T_1 + x = 9\ \ 0\ \ 24$
$\lambda = 1\ \ 23\ \ 39\ W$	N. J. Taf. 9 (17 bis 1906) = 0
$= 20^\circ\ 55'\ W.$	m. Gr. Zt. = 9 0 24.

D. Berechnung der Monddistanzen nach der Näherungsmethode von Elford.

§ 279. Das Bestreben, die Längenbestimmung aus Monddistanzen möglichst abzukürzen, hat zur Aufstellung verschiedener Näherungsmethoden geführt, von denen die von Elford für den Gebrauch auf See besonders zu empfehlen ist. Das Wesen dieser Methode besteht darin, daß man beim Übergange von der scheinbaren zur wahren Distanz nur die wesentlichste Verbesserung, nämlich das Hauptglied der Parallaxenwirkung des Mondes auf die Distanz, genau berechnet; alles Übrige, also die Summe der Refraktionswirkung und der höheren Glieder der Parallaxenwirkung, wird einer Hilfstafel entnommen. Diese Methode ist für die nautische Praxis im allgemeinen ausreichend, da sie in den meisten Fällen die wahre Distanz innerhalb 5″ genau gibt. Auch kann sie als leicht zu erhaltende näherungsweise Kontrolle für die Rechnung nach der strengen Methode dienen.

Sieht man einen Augenblick von der Strahlenbrechung und von der Parallaxe des Distanzgestirns ab, so kann man annehmen, daß beim Übergange zum Erdmittelpunkt die scheinbare Distanz nur wegen der Wirkung der Parallaxe des Mondes in Höhe zu verbessern sei. Dabei kann die Abplattung der Erde in folgender Weise berücksichtigt werden: es sei in Fig. 175 Z_2 das geozentrische Zenit und es seien m_2 und s_2 die scheinbaren Höhen der Gestirne, sowie m'_2 die wahre Höhe des Mondes; letztere Werte beziehen sich hier ebenfalls auf das geozentrische Zenit. Dann ist

Fig. 175.



$$25.\quad MM' = P_2 \cdot cos\ m_2.$$

Man erhält die Werte P_2, m_2 und s_2 dadurch, daß man an P, m und s die aus den Taf. 5 u. 6 (13 u. 14 bis 1906) des N. J. zu entnehmenden Verbesserungen anbringt. — Macht man ferner $SF = SM'$, so kann man näherungsweise das kleine Dreieck $MM'F$ als ein ebenes und bei F rechtwinkliges betrachten; demnach hat man

$$26.\quad D - D' = MF = MM' \cdot cos\ a = P_2 \cdot cos\ m_2 \cdot cos\ a.$$

Aus dem Dreieck $Z_2 S M$ folgt:

$$\cos (90° - s_2) = \cos D \cdot \cos (90° - m_2) + \sin D \cdot \sin (90° - m_2) \cdot \cos \alpha$$

oder 27. $\cos m_2 \cdot \cos \alpha = \frac{\sin s_2}{\sin D} - \frac{\sin m_2}{tg\, D}$.

Durch Verbindung der Gleichungen 26 und 27 erlangt man

$$28. \quad D' = D - \frac{P_2 \cdot \sin s_2}{\sin D} + \frac{P_2 \cdot \sin m_2}{tg\, D}$$

$$29. \quad = D + \quad I \quad + \quad II.$$

Um diese nur genähert richtige Gleichung zu einer nahezu strengen zu machen, hat man noch eine aus Tab. 2 des Anhangs zu entnehmende Verbesserung III hinzuzufügen, die im wesentlichen die Wirkung der Strahlenbrechung auf die Distanz enthält.

Diese Tabelle ist in der Weise entstanden, daß man für die als Argumente dienenden Größen (d. i. die scheinbare Distanz und die scheinbaren Höhen der beiden Gestirne) die wahren Distanzen berechnete und dann jedesmal die Verbesserungen I und II in Abzug brachte. Bei dieser Berechnung wurde die Erde als eine Kugel betrachtet, und es wurden mittlere Werte für die Mondparallaxe und für die Strahlenbrechung zugrunde gelegt.

Wünscht man den Einfluß der Temperatur und des Luftdrucks auf die Strahlenbrechung und mithin auch auf die Distanz zu berücksichtigen, so hat man, ähnlich wie bei der Berechnung von Höhenbeobachtungen, aus den Taf. 16b und 16c (7b und 7c bis 1906) des N. J. mit den Argumenten III (horizontal) und Thermometerstand bzw. Barometerstand (vertikal) die entsprechenden Verbesserungen zu entnehmen und an III anzubringen. Man erhält hierdurch einen wesentlich genaueren Wert der Distanz.

Demnach lautet die vollständige Formel für den Übergang zur wahren Distanz folgendermaßen:

$$30. \quad D' = D + \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + (\text{N. J. Taf. 16b}) + (\text{N. J. Taf. 16c}).$$

Hierin ist 31. $\mathrm{I} = -\frac{P_2 \cdot \sin s_2}{\sin D}$,

32. $\mathrm{II} = \frac{P_2 \cdot \sin m_2}{tg\, D}$,

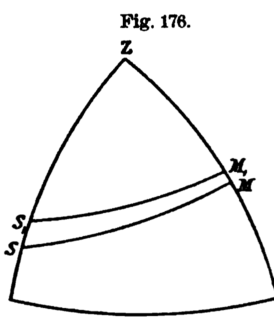
III aus Tab. 2 zu entnehmen.

Ist die Sonne als Distanzgestirn benutzt worden, so ist noch eine kleine Verbesserung an die Distanz anzubringen. Wenn man nämlich ähnliche Betrachtungen ausführt, wie diejenigen, die die Gleichung 26 geliefert haben, so erkennt man, daß die erwähnte Verbesserung den Wert $-\pi \cdot \cos s_2 \cdot \cos \beta$ hat, wo $\pi = 8{,}80''$ die Sonnenparallaxe und β den Winkel der Distanzlinie mit dem Vertikalkreise bedeuten. Der Betrag dieser Verbesserung ist aus der Tab. 3 des Anhangs zu entnehmen. — Bei Beobachtung eines Planeten hat man den aus der Tab. 3 entnommenen Wert mit $^1/_9\, \pi'$ zu multiplizieren, wo π' die Horizontal-Parallaxe des Planeten in Bogensekunden bezeichnet.

Bezüglich der Vorzeichen der drei oben genannten Verbesserungsglieder I, II und III ist folgendes zu bemerken: Die Verbesserung I ist, wie man aus der Gleichung 31 erkennt, stets mit negativem Vorzeichen an die Distanz anzubringen; dagegen erhält die Verbesserung II das positive oder das negative Vorzeichen, je nachdem

die scheinbare Distanz kleiner oder größer als 90° ist. — Die Verbesserung III ist stets positiv, weil sie im wesentlichen die Refraktionswirkung auf die Distanz darstellt.

Fig. 176.



Zur Begründung dieser Behauptung stelle man sich vor, daß die Distanz $S_1 M_1$ (Fig. 176) unter dem Einflusse der Refraktion am Erdmittelpunkt gemessen worden sei; die wahre, d. h. in diesem Falle die von dem Einflusse der Refraktion befreite Distanz SM wird also jedenfalls unterhalb $S_1 M_1$ liegen, also größer sein als $S_1 M_1$.

§ 280. Bei Anwendung der Elfordschen Methode kann ferner das ganze Rechnungsschema wesentlich gekürzt werden. Da man beim Übergange zum Erdmittelpunkt nur der scheinbaren Höhen bedarf, so ist, wenn sie beobachtet sind, die Ermittelung der wahren Höhen überhaupt nicht erforderlich. — Sind andrerseits die scheinbaren Höhen zu berechnen, so kann man die Differenz zwischen der scheinbaren und der wahren Mondhöhe unmittelbar aus der Tab. 1 des Anhangs, die mit mittleren Refraktionswerten und ohne Berücksichtigung der Abplattung der Erde berechnet worden ist, entnehmen. Ein Fehler von 2′ bis 3′ in den Höhen ist ohne wesentlichen Einfluß auf die Bestimmung der wahren Distanz. Aus diesem Grunde ist es bei der Berechnung der scheinbaren Höhe des Distanzgestirns weder erforderlich, zweimal in die Refraktionstafel einzugehen (S. 381), noch auf die Verbesserung der Höhe wegen der Temperatur und des Luftdrucks Rücksicht zu nehmen.

Endlich ist es bei dieser Näherungsmethode bisweilen erlaubt, von der Berücksichtigung der Verbesserungen kleineren Betrages überhaupt Abstand zu nehmen. Bei der bequemen Einrichtung der im N. J. und im Anhange dargebotenen Hilfstabellen ist die hierdurch erzielte Zeitersparnis allerdings nicht sehr bedeutend, zumal man sich in jedem einzelnen Falle durch eine kleine Überlegung oder durch einen Blick in jene Tabellen davon überzeugen muß, ob die Vernachlässigung zulässig ist oder nicht.

Eine genäherte Kontrolle in bequemster Form gibt Tab. 4 des Anhangs, die den Unterschied der scheinbaren und wahren Monddistanz enthält.

Beispiele.

1. Am 20. Juli 1904 (Mittwoch) wurden zur Längenbestimmung folgende Beobachtungen ausgeführt (§§ 271 u. f.):

U		☾	⊙☾
$U = 7^h\,43^m\,16^s$	$\odot h_a = 28°\,59'$		
$= 7\;\;43\;\;58$		$☾ h_a = 31°\;\;4'$	
$= 7\;\;45\;\;\;7$			$\odot☾ D_a = 102°\,10'\,50''$
$= 7\;\;46\;\;10$			$= 102\;\;11\;\;\;0$
$= 7\;\;46\;\;32$			$= 102\;\;11\;\;10$
$= 7\;\;46\;\;55$		$☾ h_a = 31\;\;22$	
$= 7\;\;47\;\;24$	$\odot h_a = 28\;\;11$		

$\varphi = +\,40°\,28{,}6'$ Therm. = 25° Cels. Winkel zwischen der Distanzlinie und dem Vertikalkreise:
$\lambda = \;\;46\;\;13$ *W* (gen.) Bar. = 766 mm am Monde $\alpha = 45°$
Ah. = 8,5 m $\odot Az = N\;86°\;W$ an der Sonne $\beta = 45.$
J. V. = — 0′ 40″ $☾ Az = N145\;\;O.$

m. O. Zt. — U = — $3^h\,1^m\,52^s$.

1. **Berechnung des Mittelwertes der Distanzen usw.**

$U_m = 7^h\,45^m\,56^s$
m. O. Zt. $- U = 3 \quad 1 \quad 52$
m. O. Zt. $= 4 \quad 44 \quad 4$ ☉☾ $D_a = 102°\,11'\,0''$.

Ung. m. O. Zt. $= 4^h\,44^m$
$\lambda = 3 \quad 5 \; W$
Ung. m. Gr. Zt. $= 7 \quad 49$.

2. **Berechnung der Höhen.**

☾P 20. VII. $0^h = 58'\;8''$
☾P 12 $= 57\;49$
Unt. f. $12^h = -19$
Unt. f. $7{,}8^h = \frac{-19''}{12} \times 7{,}8 = -12$
☾$P = 57\;56$.

☾r 20. VII. $0^h = 15'\;52''$
☾r 12 $= 15\;47$
Unt. f. $12^h = -5$
Unt. f. $7{,}8^h = \frac{-5''}{12} \times 7{,}8 = -3$
☾$r = 15\;49$.

☉$h_a = 28°\,28'$
J. V. $= -1$
☉$h_g = 28\;27$
Kt. $= 5$
☉$h_s = 28\;22$
☉$r = 16$
$s = 28\;38$
N. J. Taf. 6 (14 bis 1906) $= -1$
$s_2 = 28\;37$.

☾$h_a = 31°\,16'$
J. V. $= -1$
☾$h_g = 31\;15$
Kt. $= 5$
☾$h_s = 31\;10$
☾$r = 16$
$m = 30\;54$
N. J. Taf. 6 (14 bis 1906) $= +9$
$m_2 = 31\;3$.

Interpolation der ☉h_a.

Untersch. f. $4^m\,8^s = 48'$
$248^s = 48$
$U_m - U_1 = 2^m\,40^s = 160^s$
$x = \frac{48 \times 160}{248} = 31'$ abnehm.

Interpolation der ☾h_a.

Untersch. f. $2^m\,57^s = 18'$
$177^s = 18$
$U_m - U_1 = 1^m\,58^s = 118^s$
$x = \frac{18 \times 118}{177} = 12'$ zunehm.

3. **Berechnung der scheinbaren Mittelpunktsdistanz.**

☉$r = 15'\,46''$
N. J. Taf. 1a (9a bis 1906) $= -1$
N. J. Taf. 1b (9b bis 1906) $= 0$
☉$\varrho = 15\;45$

☾$r = 15'\,49''$
$= -1$
$= 0$
N. J. Taf. 4 (12 bis 1906) $= +8$
☾$\varrho = 15\;56$

☉☾ $D_a = 102°\,11'\,0''$
J. V. $= -0\;40$
$D_g = 102\;10\;20$
☉ϱ + ☾$\varrho = 31\;41$
$D = 102\;42\;1$.

☾$P = 57'\,56''$
N. J. Taf. 5 (13 bis 1906) $= -5$
☾$P_2 = 57\;51$
$= 3471''$.

4. Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz.

$$D' = D + \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + (\text{N. J. Taf. 16b}) + (\text{N. J. Taf. 16c}) + (\text{Anh. Tab. 3}),$$

$$\mathrm{I} = -\frac{P_2 \cdot \sin s_2}{\sin D}, \quad \mathrm{II} = \frac{P_2 \cdot \sin m_2}{tg\, D}, \quad \text{III siehe Anh. Tab. 2.}$$

$P_2 = 3471''$
$s_2 = 28° 37'$
$m_2 = 31\ 3$
$D = 102\ 42 \quad 1'' = 102° 42{,}02'$
$\mathrm{I} = -28\ 24$
$102\ 13\ 37$
$\mathrm{II} = -\ 6\ 43$
$102\ 6\ 54$
$\Sigma\mathrm{III} = +\ 2\ 16$
$102\ 9\ 10$
Anh. Tab. 3 $= -5$
$D' = 102\ 9\ 5.$

$log = 3{,}5404$
$log\ sin = 9{,}6803$
$log\ cosec = 0{,}0108$
$log\ \mathrm{I} = 3{,}2315\,n$
$\mathrm{I} = -1704''$

$log = 3{,}5404$
$log\ sin = 9{,}7125$
$log\ cotg = 9{,}3529\,n$
$log\ \mathrm{II} = 2{,}6058\,n$
$\mathrm{II} = -403''$

$m = 30°$, $s = 30°$, $D = 100°$ } Anh. Tab. 2 $\mathrm{III} = +2'\ 14''$
Änd. f. $-\ 1{,}4° = +1$
Änd. f. $+\ 1{,}0 = 0$
Änd. f. $+\ 2{,}7 = +7$
$+2\ 22$
N. J. Taf. 16b (7b) $= -7$
N. J. Taf. 16c (7c) $= +1$
$\Sigma\mathrm{III} = +2\ 16.$

5. Berechnung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge.

$T_1 = 6^h$
$D_1 = 101° 12' 15''$
$D' = 102\ 9\ 5$
$D' - D_1 = 0\ 56\ 50 = 3410''$

$log = 3{,}5327$
Pr. Lg. $= 0{,}2819$
$log\ x = 3{,}8146$

Pr. Lg. $6^h = 2819$
„ „ $9 = 2831$
Untersch. $= 12$
(zunehmend).

$x = 6525^s = 1^h 48^m 45^s$
$T_1 + x = 7\ 48\ 45$
N. J. Taf. 9 (17 bis 1906) $= -4$
m. Gr. Zt. $= 7\ 48\ 41.$

m. Gr. Zt. $= 7^h 48^m 41^s$
m. O. Zt. $= 4\ 44\ 4$
$\lambda = 3\ 4\ 37\ W$
$= 46° 9'\ W.$

2. 1904 Februar 25 (Donnerstag) Messungen der Distanz: Mond—Regulus zur Längenbestimmung (§ 278).

$U = 8^h\,57^m\;\;9^s$	★☾ $D = 65°\,25'\,50''$
$= 8\;\;58\;\;25$	$= 65\;\;25\;\;30$
$= 8\;\;59\;\;22$	$= 65\;\;25\;\;20.$
$\varphi = +49°\,15{,}0'$	Therm. $= +20°$ Cels.
$\lambda = \;20\;\;48{,}0\,W$	Bar. $= 762$ mm
Ah. $= 8$ m	☾ $Az = N\,171°\,W$
J. V. $= -\;0'\,2''$	★ $Az = N\,113\;\;O.$

Winkel zwischen der Distanz und dem Vertikalkreise am Monde: $\alpha = 80°$.

Uhrstand gegen mittlere Ortszeit $= -1^h\,21^m\,34^s$.

Wegen Unklarheit der Kimm konnten die Höhen der Gestirne nicht beobachtet werden.

1. Berechnung des Mittelwertes der Distanzen usw.

$U_m = 8^h\,58^m\,19^s$
m. O. Zt. $- U = -1\;\;21\;\;34$
m. O. Zt. $= 7\;\;36\;\;45$ ★☾ $D_a = 65°\,25'\,33''$.

2. Berechnung der Höhen.

Regulus.

★ α 25. II. $= 10^h\,3^m\,17^s$ ★ δ 25. II. $= +12°\,26{,}0'$

Mond.

☾ α 25. II. $9^h = 5^h\,33^m\,7^s$	m. O. Zt. $= 7^h\,36^m\,45^s$
Änd. f. $1^m = +2{,}42^s$	λ (ung.) $= 1\;\;23\;\;12\,W$
„ „ $0 = 0$	m. Gr. Zt. $= 8\;\;59\;\;57$
☾ $\alpha = 5\;\;34\;\;7$	m. ☉ α 25. II. $= 22^h\,15^m\,44^s$
	Änd. f. $9^h\,0^m = +\;1\;\;29$
	m. ☉ $\alpha = 22\;\;17\;\;13$
☾ δ 25. II. $9^h = +18°\;3{,}1'$	
Änd. f. $1^m = +0{,}024'$	
„ „ $0 = 0{,}0$	
☾ $\delta = +18\;\;3{,}1$	
☾ r 25. II. $0^h = 15'\,54''$	☾ P 25. II. $0^h = 58'\,15''$
Änd. f. $12^h = +7''$	Änd. f. $12^h = +27''$
„ „ $1 = +0{,}6$	„ „ $1 = +\;2{,}25$
„ „ $9{,}0 = +\;5$	„ „ $9{,}0 = +\;20$
☾ $r = 15\;\;59$	☾ $P = 58\;\;35$

Regulus.	Mond.
m. Gr. Zt. $= 8^h\,59^m\,57^s$	
m. ☉ $\alpha = 22\;\;17\;\;13$	
Fp. Gr. Zt. $= 7\;\;17\;\;10$	
$\lambda = 1\;\;23\;\;12\,W$	
Fp. O. Zt. $= 5\;\;53\;\;58$	Fp. O. Zt. $= 5^h\,53^m\,58^s$
★ $\alpha = 10\;\;3\;\;17$	☾ $\alpha = 5\;\;33\;\;7$
★ $t = 19\;\;50\;\;41$	☾ $t = 0\;\;20\;\;51$
$= 297°\,40{,}3'$.	$= 5°\,12{,}8'$.

$$\begin{aligned} t &= 297^\circ\ 40{,}3' \\ \varphi &= +49\ \ 15{,}0 \\ \delta &= +12\ \ 26{,}0 \\ \hline \varphi-\delta &= +36\ \ 49{,}0 \\ s' &= 27^\circ\ 20' \\ \textit{Refr.} &= \quad 2 \\ \text{N. J. Taf. 6 (14)} &= \ +5 \\ \hline s_2 &= 27\ \ 27. \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log\sin^2 {}^1/_2\, t &= 9{,}42\,781 \\ \log\cos &= 9{,}81\,475 \\ \log\cos &= 9{,}98\,969 \\ \log\sec &= 0{,}09\,661 \\ \hline \log\sin^2 {}^1/_2\, x &= 9{,}32\,886 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log\cos &= 9{,}90\,339 \\ \log\cos &= 9{,}75\,855 \\ \hline \log\sin s' &= 9{,}66\,194 \\ s' &= 27^\circ\ 20'. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t &= 5^\circ\ 12{,}8' \\ \varphi &= +49\ \ 15{,}0 \\ \delta &= +18\ \ 3{,}1 \\ \hline \varphi-\delta &= +31\ \ 11{,}9 \\ m' &= 58^\circ\ 31' \\ \text{Anh. Tab. 1} &= -\ \ 30 \\ \text{N. J. Taf. 6} &= +\ \ 11 \\ \hline m_2 &= 58\ \ 12. \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log\sin^2 {}^1/_2\, t &= 7{,}31\,562 \\ \log\cos &= 9{,}81\,475 \\ \log\cos &= 9{,}97\,808 \\ \log\sec &= 0{,}06\,784 \\ \hline \log\sin^2 {}^1/_2\, x &= 7{,}17\,629 \\ ☾ P &= 58'\,35'' \\ \text{N. J. Taf. 5 (13)} &= \ -7 \\ \hline ☾ P_2 &= 58\ \ 28 = 3508''. \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log\cos &= 9{,}93\,216 \\ \log\cos &= 9{,}99\,870 \\ \hline \log\sin m' &= 9{,}93\,086 \\ m' &= 58^\circ\ 31'. \end{aligned}$$

3. Berechnung der scheinbaren Mittelpunktsdistanz.

$$\begin{aligned} ☾ r &= 15'\,59'' \\ \text{N. J. Taf. 1a (9a)} &= \quad 0 \\ \text{N. J. Taf. 1b (9b)} &= \quad 0 \\ \text{N. J. Taf. 4 (12)} &= +14 \\ \hline ☾ \varrho &= 16\ \ 13 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \star ☾ D_a &= 65^\circ\ 25'\ 33'' \\ \text{J. V.} &= \ -0\ \ 2 \\ \hline D_g &= 65\ \ 25\ \ 31 \\ ☾ \varrho &= \quad 16\ \ 13 \\ \hline D &= 65\ \ \ 9\ \ 18 \end{aligned}$$

4. Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz.

$$D' = D + \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} + (\text{N. J. Taf. 16b}) + (\text{N. J. Taf. 16c}),$$

$$\mathrm{I} = -\frac{P_2\cdot\sin s_2}{\sin D},\qquad \mathrm{II} = \frac{P_2\cdot\sin m_2}{tg\, D},\qquad \text{III siehe Anh. Tab. 2.}$$

$$\begin{aligned} P_2 &= 3508'' \\ s_2 &= 27^\circ\ 27' \\ m_2 &= 58\ \ 12 \\ D &= 65\ \ \ 9{,}30 \\ &= 65^\circ\ \ 9'\ 18'' \\ \mathrm{I} &= -\ \ 29\ \ 42 \\ \hline & \ \ 64\ \ 39\ \ 36 \\ \mathrm{II} &= +\ \ 23\ \ \ 1 \\ \hline & \ \ 65\ \ \ 2\ \ 37 \\ \Sigma\mathrm{III} &= +\ \ \ 1\ \ 39 \\ \hline D' &= 65\ \ \ 4\ \ 16. \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log &= 3{,}5451 \\ \log\sin &= 9{,}6637 \\ \log cosec &= 0{,}0422 \\ \hline \log \mathrm{I} &= 3{,}2510n \\ \mathrm{I} &= 1782'' \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log &= 3{,}5451 \\ \log\sin &= 9{,}9294 \\ \log cotg &= 9{,}6656 \\ \hline \log \mathrm{II} &= 3{,}1401 \\ \mathrm{II} &= +1381'' \end{aligned} \qquad \begin{aligned} s &= 25^\circ \\ m &= 60 \\ D &= 65 \end{aligned}\Bigg\}\ \begin{aligned} &\text{Anh. Tab. 2.} \\ \mathrm{III} &= +\ 1'\ 51'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Änd. f.} +2{,}5^\circ &= \quad -\ \ 7 \\ \text{Änd. f.} -1{,}8 \ \ &= \quad -\ \ 2 \\ \text{Änd. f.} +0{,}2 \ \ &= \qquad 0 \\ \hline & \quad +1\ \ 42 \\ \text{N.J.Taf. 16b (7b)} &= \quad -\ \ 3 \\ \text{N.J.Taf. 16c (7c)} &= \qquad 0 \\ \hline \Sigma\mathrm{III} &= +1\ \ 39. \end{aligned}$$

5. Berechnung der mittleren Greenwicher Zeit und der Länge.

$$T_1 = 9^h \qquad \begin{aligned} D_1 &= 65^\circ\ \ 4'\ 34'' \\ D' &= 65\ \ \ 4\ \ 16 \\ \hline D_1 - D' &= \ 0\ \ \ 0\ \ 18 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log &= 1{,}2553 \\ \text{Pr. Lg.} &= 0{,}2394 \\ \hline \log x &= 1{,}4947 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \text{Pr. Lg. } 9^h &= 2394 \\ \text{,, \ ,, } 12 &= 2377 \\ \hline \text{Untersch.} &= \ \ 17 \\ &\text{(abnehmend).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m. Gr. Zt.} &= 9^h\ \ 0^m 31^s \\ \text{m. O. Zt.} &= 7\ \ 36\ \ 45 \\ \hline \lambda &= 1\ \ 23\ \ 46\ W \\ &= \underline{\underline{20^\circ\ 56'\ W.}} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x &= 0^h\ \ 0^m 31^s \\ T_1 + x &= 9\ \ \ 0\ \ 31 \\ \text{N. J. Taf. 9 (17)} &= \qquad 0 \\ \hline \text{m. Gr. Zt.} &= \underline{\underline{9\ \ \ 0\ \ 31.}} \end{aligned}$$

Teil VIII.

Die Gezeiten.

A. Die Erklärung der Gezeiten.

§ 281. Flut und Ebbe oder die Gezeiten (auch Tiden) nennt man die Erscheinung des regelmäßigen Hebens und Senkens des Wasserspiegels, die sich innerhalb eines Tages in der Regel zweimal vollzieht. Hochwasser heißt der höchste, Niedrigwasser der etwa $6^h\,12^m$ später eintretende niedrigste Wasserstand, dem wieder nach etwa $6^h\,12^m$ ein neues Hochwasser folgt. Verfolgt man die Erscheinung näher, so bemerkt man, daß eine Abhängigkeit des Eintritts von Hoch- und Niedrigwasser von der Stellung des Mondes stattfindet, derart, daß diese Phasen immer um eine gewisse, freilich innerhalb ziemlich weiter Grenzen wechselnde Zeit später eintreten als der Durchgang des Mondes durch den Meridian. Man hat daher auch für dieses Zeitintervall eine besondere Bezeichnung eingeführt, nämlich Mondflutintervall, wobei es besonderer Festsetzung vorbehalten bleibt, von welchem Meridiandurchgang des Mondes ab diese Zeitdifferenz gerechnet werden soll. Im besonderen nennt man das Mondflutintervall, das am Tage von Neu- oder Vollmond stattfindet, und zwar gerechnet von der gleichzeitigen Kulmination des Mondes und der Sonne bis zum darauffolgenden nächsten Hochwasser, die Hafenzeit (engl. establishment of the port). Ferner hat sich herausgestellt, daß die Hochwasser an verschiedenen Tagen verschieden hoch sind und ebenso, daß das Niedrigwasser in nahe demselben Maße, in dem das Hochwasser höher wird, tiefer sinkt, oder mit anderen Worten, daß die Amplitude des Wasserstandes, der Tidenhub,*) an verschiedenen Tagen verschieden ist und daß er gesetzmäßig zu- und abnimmt. Sucht man die Beziehung dieser Erscheinung zu der gegenseitigen Stellung von Mond und Sonne, so findet man, daß der Hub 1 bis $2^1/_2$ Tage nach Neumond am größten und 1 bis $2^1/_2$ Tage nach dem ersten Viertel am kleinsten ist, dann wieder wächst, um gleiche Zeit nach Vollmond wieder ein Maximum und nach dem letzten Viertel wieder ein Minimum zu erreichen. Man

*) Im Nautischen Jahrbuch ist hierfür der Ausdruck Fluthöhe gebraucht.

nennt dies Maximum des Tidenhubs, das also um eine gewisse, an verschiedenen Orten verschiedene Zeit später eintritt als Neu- und Vollmond, **Springtidenhub**, das Minimum des Tidenhubs, das um die gleiche Zeit später als erstes und letztes Viertel stattfindet, **Nipptidenhub** und die dazu gehörigen Tiden: **Springtide** und **Nipptide** (letztere auch **Taube Flut**). Das Zeitintervall, um das Spring- und Nipphochwasser später eintreten als Neu- und Vollmond und erstes und letztes Viertel, nennt man auch das **Alter der Gezeit**.

Bringt man in ähnlicher Weise auch die Mondflutintervalle an verschiedenen Tagen mit der gegenseitigen Stellung von Sonne und Mond, die durch die wahre Sonnenzeit der Mondkulmination gegeben ist, in Verbindung, so bemerkt man, daß das Zeitintervall zwischen dem Meridiandurchgang des Mondes und der Eintrittszeit von Hoch- und Niedrigwasser sich von einer Springflut zur anderen gesetzmäßig ändert und um einen mittleren Wert, den man auch wohl die **mittlere** oder **verbesserte Hafenzeit** (corrected establishment) nennt, schwankt. Die Ursache dieser und ebenso der gesetzmäßigen Änderung des Tidenhubs von einer Springflut zur anderen ist demnach in der gegenseitigen Stellung von Sonne und Mond zu suchen, und zwar kommt, wie später gezeigt wird, die Wirkung dadurch zustande, daß die Anziehungen, die diese Himmelskörper auf die Wasserbedeckung der Erde ausüben, sich bald unterstützen, bald einander entgegenwirken. Sie unterstützen sich bei Neu- und Vollmond und wirken einander entgegen bei erstem und letztem Viertel. Da diese je um einen halben Monat auseinander liegen, so tritt zweimal im Monat **Springtide** und zweimal **Nipptide** ein. Man nennt die Abweichung des Mondflutintervalls und der Höhe des Hoch- und Niedrigwassers von ihren mittleren Werten die **halbmonatliche Ungleichheit in Zeit und Höhe**. Bei größerer Aufmerksamkeit wird man bald entdecken, daß die halbmonatlichen Ungleichheiten nicht ganz gleichmäßig verlaufen, vielmehr ziemlich beträchtliche Schwankungen zeigen, die von der Entfernung der Himmelskörper von der Erde und von ihrer Abweichung abhängen.

§ 282. Betrachtet man die Aufeinanderfolge der Hoch- und Niedrigwasser nach Zeit und Höhe etwas näher, so wird man in den meisten Fällen finden, daß die an demselben Tage eintretenden aufeinanderfolgenden Hochwasser nicht zu der gleichen Höhe ansteigen, sondern daß im allgemeinen in der einen Hälfte des Jahres das Vormittags-Hochwasser höher ist als das nachmittags eintretende und in der zweiten Jahreshälfte das Umgekehrte der Fall ist. Ferner ist die Zwischenzeit zwischen dem Eintritt des Vor- und Nachmittags-Hochwassers in derselben Weise bald größer, bald kleiner als das Intervall zwischen dem Nachmittags- und dem folgenden

Vormittags-Hochwasser. Bei Niedrigwasser treten ganz ähnliche Erscheinungen auf. Die Differenzen der Vormittags-Hoch- oder Niedrigwasser und ebenso diejenigen der Nachmittags-Hoch- oder Niedrigwasser folgen dagegen mit großer Annäherung dem in § 281 geschilderten Verlaufe der Gezeiten. Da sich demnach diese Abweichung von dem regelmäßigen Verlaufe im Laufe eines Tages wieder ausgleicht, hat man sie die tägliche Ungleichheit in Zeit und Höhe genannt. Genauere Beobachtung zeigt, daß die tägliche Ungleichheit veränderlich ist und derart mit der Abweichung des Mondes zusammenhängt, daß sie einige Zeit nach dem Tage, an dem der Mond im Äquator steht, verschwindet, und einige Zeit, nachdem der Mond seine größte Abweichung gehabt hat, ein Maximum erreicht, und daß sie für nördliche und südliche Abweichung verschiedenes Vorzeichen hat. Der Unterschied der Zeit des Maximums der täglichen Ungleichheit gegenüber der des Maximums der Abweichung kann sehr beträchtlich sein und bis auf 6 bis 7 Tage steigen, ist aber nicht für alle Orte gleich. Auch die Sonne bewirkt eine tägliche Ungleichheit, die jedoch erheblich kleiner ist als diejenige, die dem Monde ihre Entstehung verdankt.

Die vorher geschilderten Verhältnisse geben den Verlauf der Gezeiten, wie er sich vollzieht an Orten, an denen nur die Kräfte kosmischen Ursprungs wirksam sind. Solche Orte sind kaum irgendwo auf der Erde vorhanden, überall wirken örtliche Verhältnisse dahin, den Verlauf der Gezeiten mehr oder weniger zu beeinflussen. Daher muß jetzt die Aufmerksamkeit auf die Veränderungen gelenkt werden, die mehr oder minder örtlichen Eigentümlichkeiten entspringen.

In erster Linie sind hier solche Erscheinungen zu nennen, die größeren Meeresabschnitten angehören. Hierzu gehört ganz besonders das in manchen Gegenden stattfindende Überwiegen der täglichen Tidenwelle, das sich in einigen Gegenden der Erde derart steigert, daß an den meisten Tagen nur ein Hoch- und ein Niedrigwasser stattfindet und nur an wenigen Tagen im Monat der gewöhnliche Verlauf der Gezeiten (zwei Hoch- und zwei Niedrigwasser im Tage) beobachtet wird, der auch dann nur schwach ausgeprägt ist. Dieses Überwiegen der täglichen Tide findet im ganzen Indischen Ozean, in den chinesischen Gewässern an vielen Orten, im Golf von Tongking und im Malaiischen Archipel durchweg statt. Starke tägliche Ungleichheit finden wir auch an der Küste der südlichen Vereinigten Staaten (Florida, Georgia), die im Golf von Mexiko zu reinen Eintagstiden führt. Während im Südatlantischen Ozean und im Stillen Ozean die tägliche Ungleichheit sehr merklich ist, fehlt sie fast ganz an der Küste Europas, wo sie nur durch genauere Beobachtung nachgewiesen werden kann. Aus diesem Verhältnis erklärt es sich, daß man lange Zeit hindurch in den Kreisen der Seefahrer die außerhalb Europas öfters beobachtete Verschiedenheit der beiden

Hochwasserhöhen des Tages als eine ausnahmsweise Erscheinung betrachtete, während sie tatsächlich, wie auch die Theorie nachweist, die normale und ihre Abwesenheit an den europäischen Küsten die Ausnahmeerscheinung ist.

§ **283.** Auch in der halbmonatlichen Ungleichheit haben sich an verschiedenen Orten zum Teil sehr erhebliche Abweichungen ergeben. Während sie an den europäischen Küsten (wenigstens in Zeit) ziemlich normal, d. h. dem Verhältnisse der die Gezeiten erzeugenden Kräfte entsprechend ist, findet man, daß sie an der atlantischen Küste der Vereinigten Staaten sowohl in Zeit wie in Höhe nur halb so groß ist, dagegen sowohl nördlich wie südlich von dieser Strecke sich wieder dem normalen Verlaufe nähert. Dies bedeutet, daß an der genannten Küstenstrecke der Einfluß des Mondes doppelt so groß ist wie an der europäischen Küste, und da an dieser das Verhältnis der vom Monde ausgeübten, Flut und Ebbe erzeugenden Kraft zu der der Sonne sich wie 2,5 : 1 verhält, so ist dieses Verhältnis an der amerikanischen Ostküste wie 5 bis 6 : 1. An anderen Orten finden wir umgekehrt, daß die durch die Anziehung der Sonne erzeugte Tide im Vergleich zu derjenigen des Mondes zu groß ausfällt; so ist nach Belchers und Rodgers Beobachtungen auf Tahiti das Verhältnis beider = 1 : 1, und in Courtown am Irischen Kanal ist nach Airy die Mondtide sogar kleiner als die Sonnentide, während auf Ceylon, Mauritius und anderen Orten im Indischen Ozean die Sonnentide etwa 0,7 der Mondtide ist (anstatt etwa 0,37 normal).

Eine Erscheinung, die innerhalb des deutschen Schutzgebietes von Neu-Guinea und dem Bismarck-Archipel auftritt, verdient noch Erwähnung. Dort sind nämlich die Gezeiten, in ähnlicher Weise wie im Malaiischen Archipel, fast reine Eintagstiden; während sie sich aber hier wesentlich nach dem Monde richten, folgen sie im Bismarck-Archipel und in Neu-Guinea dem Sonnenstande in der Weise, daß Hochwasser zur Zeit der Springfluten im Juni einige Stunden nach Mitternacht, im Dezember einige Stunden nach Mittag eintritt. Hier gibt es demnach im Laufe des Jahres nur zwei Springfluten (im Juni und Dezember), während in den anderen Monaten der Tidenhub geringer ist und im März und September fast ganz verschwindet. Kleine Unregelmäßigkeiten werden durch das Vorhandensein einer kleinen halbtägigen Mondtide bewirkt.

§ **284.** Unter den Erscheinungen, die rein örtlichen Verhältnissen ihre Entstehung verdanken, die daher nicht wie die in den vorhergehenden Paragraphen behandelten in nahezu gleicher Weise über ein größeres Gebiet sich erstrecken, sondern nur an einzelnen Orten wahrgenommen werden, fällt am meisten in die Augen der außerordentlich große Tidenhub, der an einigen Orten beobachtet wird. Diese Erscheinung ist in größerem oder geringerem Maße überall dort zu erwarten, wo die Flutwelle in einen längeren, breiten,



an seinem inneren Ende geschlossenen Meeresarm eintritt, dessen Ufer entweder nahezu parallel sind oder langsam konvergieren. Es wird dann stets die Amplitude der Gezeiten von dem Eingange der Bucht bis ins Innere wachsen, wo sie ihren größten Wert erreicht, falls die Bucht dort geschlossen ist. Mündet aber im Inneren ein Fluß, in den die Flutwelle hineindringt, so nimmt ihre Höhe rasch ab, es treten aber andere, gleich zu erwähnende Erscheinungen auf. Beispiele solcher Buchten, in denen sehr hohe Gezeiten vorkommen, sind: die Fundy-Bai zwischen Nova Scotia und New Brunswick, in der die höchsten Fluten der Erde (bis zu 15 m) verzeichnet werden, ferner der Bristol-Kanal (bei Chepstow bis 12 m), die Normannische Bucht (bei Granville bis 12 m, bei St. Malo bis 11 m) und die Hangtschau-Bai (bis 10 m). Gleichfalls sehr hohe Tidenhübe werden in der Sta. Cruz-Bai (Bahia Grande) an der patagonischen Küste beobachtet, wo in Puerto Gallegos bis 14 m vorkommen. Zu den im vorstehenden angeführten Zahlen ist noch zu bemerken, daß sie sich auf Springtide beziehen, bei Nipptide ist die Hubhöhe bei weitem geringer (etwa nur die Hälfte bis $^2/_3$). Bemerkenswert ist bei allen genannten Fällen, daß sich das Hochwasser sehr rasch die Buchten hinauf fortpflanzt; so ist z. B. in der Fundy-Bai der Zeitunterschied zwischen Hochwasser am Eingange und ganz im Innern dieser langen Bai nur wenig mehr als $1^1/_2$ Stunden und im Bristol-Kanal hat Chepstow nur $2^h\ 15^m$ später Hochwasser als Lundy Island.

Fernere Erscheinungen, die durch die Form der Küsten und durch das Eindringen der Flutwelle in die Flußmündungen hervorgebracht werden, sind folgende. Allgemein ist die Amplitude der Gezeiten an der Küste und in Flußmündungen erheblich größer als im freien Ozean; man wird daher in einem langen Stromschlauch, wie ihn z. B. das Mündungsgebiet eines Flusses darstellt, bis zu einer gewissen Entfernung flußaufwärts von der freien See aus ein Wachsen des Tidenhubs wahrnehmen, dann aber ein Abnehmen, bis in einer gewissen Entfernung von der Mündung die Einwirkung der Gezeiten ganz aufhört, als Folge der Reibung und des Gegenstaus des Flußwassers. Hiermit steht in Verbindung, daß, je weiter den Fluß hinauf, das Steigen des Wassers desto kürzere, das Fallen längere Zeit in Anspruch nimmt als auf See. Während an frei gelegenen Küstenpunkten und auf See das Steigen und Fallen des Wassers gleich lange Zeit ($6^h\ 12{,}5^m$) braucht, steigt das Wasser z. B. in Cuxhaven $5^h\ 34^m$ und fällt $6^h\ 51^m$, in Hamburg steigt es $4^h\ 39^m$ und fällt $7^h\ 46^m$. An manchen Orten tritt diese Erscheinung in noch viel höherem Maße auf, so braucht in Newnham am Severn das Wasser nur $1^h\ 30^m$ zum Steigen, dagegen $10^h\ 55^m$ zum Fallen. In Verbindung mit einer so stark durch die Bodenbeschaffenheit entstellten Welle tritt häufig eine Erscheinung auf, die mit dem Namen F l u t b r a n d u n g bezeichnet wird. Sie besteht darin, daß eine

hohe Tidenwelle, die sehr rasch bis zum Hochwasser anschwillt, beim Beginn des Steigens rasch mit einer sehr bemerklichen Verzerrung der bisher horizontalen Wasserfläche in den Fluß eindringt und sich stark brandend über die flacheren Stellen des Flußbettes ergießt, was sich mehrmals hintereinander wiederholen kann, bis das Wasser eine gewisse Tiefe erreicht hat, worauf das fernere Steigen sehr rasch, aber ohne weitere Störungen vor sich geht. Nach Airy ist zur Entstehung einer Flutbrandung außer einer rasch ansteigenden Tidenwelle das Vorhandensein ausgedehnter, bei Niedrigwasser ganz oder nahezu trocken fallender Bänke an den Seiten der Stromrinne erforderlich, wozu man noch, als die letztere Ursache zum Teil ersetzend, einen sehr starken Strom des Flusses hinzufügen kann, wie er bei dem Anschwellen der Flüsse in den tropischen Regenzeiten auftritt. Als Beispiele des Vorkommens der Flutbrandung seien angeführt der Severn und die Gironde (wo sie mascaret heißt), der Amazonenstrom (wo die Eingeborenen sie Pororoca nennen), die Chignecto-Bai (Fundy-Bai), der Hugli und der Tsien-tang-kiang (Hangtschau-Bai).

Andere Erscheinungen, die gleichfalls ihren Grund in der Gestaltung und der Länge des Flußbettes haben, sind die mehrfachen Hoch- und Niedrigwasser innerhalb derselben Tide. In der Regel ist ein Hochwasser das höchste und wird als das eigentliche Hochwasser betrachtet. Nachdem das Wasser eine Zeit lang gefallen ist, hört das Fallen auf, und es beginnt wieder zu steigen, erreicht jedoch in der Regel nicht wieder die vorige Höhe, dann fällt es wieder, steigt unter Umständen nochmals etwas, bis es endlich seinen niedrigsten Stand erreicht, von wo es dann in einem Zuge ohne Unterbrechung bis zum Haupthochwasser emporsteigt. Diese Erscheinung tritt auf in längeren engen Gewässern, wie im Firth of Forth (wo sie unter dem Namen »the leaky« bekannt ist), im Tay und vielleicht in der Themse. Ähnlicher Ursache ist das doppelte Hochwasser, das an der holländischen Küste, z. B. am Helder (wo das zweite Hochwasser »Agger« genannt wird), in Southampton und den Häfen am Solent (Poole, Christchurch usw.) vorkommt, während in Havre dieselbe Erscheinung sich in einer Verlängerung des Hochwassers bemerklich macht, die diesem Hafen den Vorteil eines über $1^1/_2$ Stunden dauernden, sehr nahe gleichbleibenden Hochwasserstandes gewährt (la tenue du plein).

§ 285. Zur allgemeinen Erklärung dieser Erscheinungen möge folgende Betrachtung dienen, der jedoch die Bemerkung vorausgeschickt werden möge, daß sie nur eine Vorstellung von den wirkenden Kräften zu geben vermag, nicht aber zu einer Erklärung der verwickelten einzelnen Erscheinungen tauglich ist, worüber später noch einiges Nähere gesagt werden wird (§ 288).

Nach dem Vorgange von Newton und seinen Nachfolgern muß man von dem Vorhandensein der Kontinentalmassen absehen und sich



die ganze Erde mit einer gleichmäßig tiefen Wasserschicht bedeckt denken. Diese Voraussetzung, die allerdings den wirklichen Verhältnissen der Erdoberfläche keineswegs entspricht, ist notwendig, um zu einer einfachen Vorstellung über die wirkenden Kräfte und zu mathematischen Ausdrücken für sie zu gelangen, die den beobachteten Tatsachen (soweit sie kosmischen Ursprungs sind) im allgemeinen Rechnung tragen, wie sehr sie auch örtlich modifiziert werden müssen. Eine weitere Voraussetzung, die man machen muß, und die gleichfalls auf Newton zurückgeht, ist die, daß die ozeanische Bedeckung der Erde sich in jedem Augenblicke im Zustande statischen Gleichgewichts befindet, d. h. daß sie in jedem Augenblicke diejenige Gestalt annimmt, die den auf sie wirkenden Kräften entspricht. Auch soll zunächst nur ein anziehendes Gestirn, der Mond, angenommen werden, da die Sonne genau dieselbe Wirkung, nur in geringerem Größenmaße, ausübt.

Nach dem Newtonschen Gravitationsgesetze wirkt die Anziehung des Mondes auf die Erde direkt proportional dem Produkte der Massen beider Körper, oder, da man die Masse der Erde = 1 zu setzen pflegt, proportional der Masse des Mondes (m), und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung (r) der Mittelpunkte beider Himmelskörper, oder proportional der Größe $\frac{m}{r^2}$.

Setzt man den Radius der Erde = ϱ, so ist die Entfernung eines Punktes der Erdoberfläche senkrecht unter dem Monde von dessen Mittelpunkt = $r \mp \varrho$, je nachdem er auf der dem Monde zugewendeten oder auf der abgewendeten Erdhälfte liegt. Ein solcher Punkt unterliegt daher einer Anziehung, die proportional ist dem Ausdruck

$$\frac{m}{(r \mp \varrho)^2} = \frac{m}{r^2} \pm \frac{2\, m\, \varrho}{r^3} + \dots\dots$$

Das erste Glied stellt die Anziehung des Mondes auf die in ihrem Mittelpunkt vereinigt gedachte Masse der Erde dar. Das zweite Glied, mit dem oberen Vorzeichen genommen, gibt an, um wieviel ein Punkt der Erdoberfläche, senkrecht unter dem Monde und diesem zugewendet, stärker angezogen wird als der Mittelpunkt. Mit dem unteren Vorzeichen genommen gibt es an, um wieviel ein senkrecht unter dem Monde, aber auf der abgewendeten Seite der Erde, belegener Punkt schwächer angezogen wird, als der Mittelpunkt. Dieser Unterschied der Anziehung zwischen dem Mittelpunkt und Punkten der Erdoberfläche in der Verbindungslinie zwischen Mond und Erde ist proportional der fluterzeugenden Kraft, die demnach proportional ist der Größe

$$\frac{2\, m\, \varrho}{r^3}.$$

Für die Anziehung der Sonne, deren Masse $= M$ (die der Erde $= 1$ gesetzt) und deren Entfernung vom Mittelpunkt der Erde $= R$ sei, ergibt sich ein ähnlicher Ausdruck für die fluterzeugende Kraft, nämlich $\frac{2 M \varrho}{R^3}$. Das Verhältnis beider ist daher

$$= \frac{M}{m} \cdot \frac{r^3}{R^3}.$$

In Zahlen ausgedrückt, erhält man, unter den Annahmen $M = 328129$, $m = \frac{1}{81}$ der Erdmasse, $R = 23310$, $r = 60{,}3$ Erdhalbmesser (entsprechend den Parallaxen $8{,}85''$ und $57'\ 0''$), das Verhältnis der fluterzeugenden Kraft der Sonne zu der des Mondes

$$= \frac{328129 \times 81 \times (60{,}3)^3}{(23310)^3} = 0{,}4601 = \frac{1}{2{,}17},$$

d. h. die vom Monde erzeugte Tide ist 2,17 mal so groß wie die von der Sonne herrührende.

Da die Himmelskörper, wie man leicht einsieht, diejenigen Punkte der Erdoberfläche, die senkrecht unter ihnen, d. h. in der Verbindungslinie der Erd- und Mond- (oder Sonnen-) Mittelpunkte liegen, stärker anziehen als irgendwelche anderen Punkte, die außerhalb dieser Linie liegen, so kann man leicht auf den Gedanken kommen, daß die Anschwellung des Meeres unterhalb der betreffenden Himmelskörper eine direkte Folge dieser stärkeren Anziehung sei, daß also eine tatsächliche Hebung der Wasserteilchen unterhalb des Mondes oder der Sonne zustande komme. Trotzdem ist diese Vorstellung nicht richtig, weil die Schwerkraft der Erde der Anziehung der Gestirne so mächtig entgegenwirkt, daß die Differenz der Anziehung von Mittelpunkt und Oberfläche der Erde, oder die Flut und Ebbe erzeugende Kraft dagegen nur eine äußerst geringe Rolle spielt. Diese Differenz der Anziehungskraft am Erdmittelpunkt und an der Erdoberfläche, die Flut und Ebbe erzeugende Kraft, wirkt auf alle Punkte der Erdoberfläche in einer Richtung, die der Verbindungslinie von Gestirnsmittelpunkt und Erdmittelpunkt parallel ist, und zwar auf der dem Gestirn zugewendeten Erdhälfte in der Richtung auf das Gestirn zu, auf der dem Gestirn abgewendeten Erdhälfte in der Richtung vom Gestirn weg. Sie bildet daher mit der Richtung, in der die Schwerkraft der Erde wirkt, alle Winkel von 180° (senkrecht unter dem Gestirn auf der zugewendeten und abgewendeten Seite) bis 90° (Fig. 177).

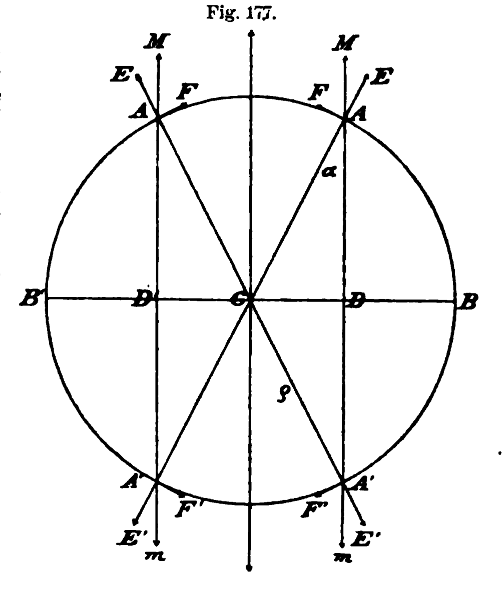
Die Flut und Ebbe erzeugende Kraft, die für einen Punkt in der Verbindungslinie von Erde und Himmelskörper dem Erdradius ϱ proportional ist, ist für irgend einen anderen Punkt der Erdoberfläche A proportional seiner Entfernung AD (Fig. 177) von der durch den Mittelpunkt der Erde senkrecht auf der Verbindungslinie

von Erde und Himmelskörper gelegten Ebene. Wird daher der Winkel zwischen der der Anziehung des Himmelskörpers entgegengesetzten Richtung und dem durch den Punkt A gezogenen Erdradius, oder der Richtung der Schwere, d. h. der Winkel DAC oder $mA'C$ mit α bezeichnet, so ist in A die Flut und Ebbe erzeugende Kraft proportional dem Ausdruck:

$$\frac{2\,m \cdot AD}{r^3} = \frac{2\,m \cdot \varrho \cdot \cos\alpha}{r^3} \text{ oder } \frac{2\,M \cdot AD}{R^3} = \frac{2\,M \cdot \varrho \cdot \cos\alpha}{R^3},$$

je nachdem das anziehende Gestirn der Mond oder die Sonne ist. Hieraus folgt, daß auf dem durch die Ebene senkrecht zur Anziehungsrichtung auf der Erdoberfläche abgeschnittenen größten Kreise die Flut und Ebbe erzeugende Kraft der Himmelskörper = 0 ist und senkrecht unter ihnen ihr Maximum hat, und zwar ein positives Maximum auf der zugewendeten, ein negatives auf der abgewendeten Seite. Auf der ersteren wirkt diese Kraft in der Richtung AM, auf der letzteren in der Richtung $A'm$. Diese Kräfte kann man in zwei Komponenten zerlegen, von denen die eine, AE und $A'E'$, in die der Schwerkraft entgegengesetzte Richtung fällt, während die andere, AF und $A'F'$ tangential zur Erdoberfläche wirkt.

Fig. 177.



Die erste Komponente hat die Wirkung, die Schwerkraft an dem betreffenden Orte um ein Geringes zu verkleinern; sie bildet aber einen so überaus kleinen Teil der Schwerkraft, daß sie völlig vernachlässigt werden kann. Anders verhält es sich mit der zweiten Komponente, die in der Tangente an die Erdoberfläche wirkt. Auf diese hat die Schwerkraft keinen Einfluß und die Wasserteilchen können ihr infolge ihrer Beweglichkeit folgen. Sie werden sich daher um ein (allerdings nur sehr kleines) Stück aus der Lage, die sie ohne Anziehung des Himmelskörpers einnehmen würden, verschieben, und zwar in den Richtungen AF und $A'F'$ auf beiden Seiten der Erde auf den Punkt zu, der in der Verbindungslinie von Erde und Mond (oder Sonne) liegt. Da alle Wasserteilchen, je nach dem Maße der auf sie wirkenden tangentialen Komponente der

Tide-erzeugenden Kraft sich mehr oder minder weit von derjenigen Lage entfernen, die sie einnehmen würden, wenn weder Sonne noch Mond vorhanden wären, so wird durch die Summierung aller dieser kleinen Verschiebungen auf beiden Seiten der Erde unterhalb des Mondes eine Anhäufung, Steigung des Wassers, eintreten. Da die Gesamtmasse des Wassers aber stets dieselbe ist, so muß 90° von dem senkrecht unter dem Mond befindlichen Punkt der Erdoberfläche entfernt, also in B und B', wo die Tide-erzeugende Kraft $= 0$ ist, eine Senkung des Wassers stattfinden. Da dieselbe Überlegung für alle durch C und den Gestirnsmittelpunkt gelegten Ebenen gilt, so nimmt die ganze Wassermasse die Gestalt eines eiförmigen Ellipsoids an, dessen große Achse nach dem anziehenden Himmelskörper gerichtet ist, während auf dem größten Kreise, dessen Pol der Punkt senkrecht unter dem Gestirn ist, rings um die Erde eine Senkung des Wasserspiegels vorhanden ist.*)

§ 286. Durch die Einwirkung der Himmelskörper entstehen demnach in dem die Erde gleichmäßig bedeckenden Ozean zwei Ellipsoide, das eine durch die Anziehung des Mondes, das andere durch diejenige der Sonne. Jedes wendet seine große Achse dem erzeugenden Gestirn zu, und der Winkel, den diese Achsen miteinander bilden, hängt daher von der gegenseitigen Stellung der beiden Gestirne ab. Denkt man sich im Ozean einen festen Punkt, etwa eine kleine Insel, so kann man sich leicht vergegenwärtigen, wie die Erscheinung der Gezeiten unter Berücksichtigung der beiden ozeanischen Ellipsoide verläuft. Infolge der Rotation der Erde wird der Beob-

*) Daß die vertikale (d. h. die der Schwerkraft der Erde entgegengesetzt wirkende) Komponente der Flut-erzeugenden Kraft keine Erhebung des Wassers bewirken kann, also hierbei nur die tangentiale Komponente wirksam ist, kann man in folgender Weise veranschaulichen. Man befestige an ein Gewichtsstück von z. B. 100 kg einen senkrecht nach oben gehenden Faden, der über eine Rolle geführt sei; dann drückt das Gewicht auf seine Unterlage mit einer Kraft von 100 kg. Hängt man an das freie Ende des Fadens ein Gewicht von z. B. 10 kg, so wird, wie ein jeder weiß, das große Gewichtsstück auch nicht um den kleinsten Bruchteil eines Millimeters von dem Boden abgehoben. Es drückt aber nicht mehr mit einer Kraft von 100 kg, sondern nur von 90 kg auf die Unterlage. Dies ist genau das, was in der Wasserbedeckung der Erde vor sich geht. Die Flut-erzeugende Kraft stellt das kleine Gewicht vor, und da sie für die Sonne nur etwa $\frac{1}{12\,000\,000}$, für den Mond $\frac{1}{5\,500\,000}$ der Schwerkraft der Erde ist, so ist sie nicht imstande, direkt eine Erhebung des Wassers zu bewirken, dagegen wird der Druck des Wassers auf die Erdrinde in maximo um den genannten Betrag verringert. Eine Erhebung des Wassers würde erst dann erfolgen können, wenn die Flut-erzeugende Kraft größer wäre als die Schwerkraft der Erde.

Wird dagegen das kleine Gewicht an das als Kugel oder Walze gedachte große Gewichtsstück so befestigt, daß die dadurch ausgeübte Kraft in horizontaler Richtung wirkt und die Kugel oder Walze sich um eine Achse drehen kann, so wird sie in horizontaler Richtung fortbewegt werden. Die Analogie mit der horizontalen Komponente der Flut-erzeugenden Kraft liegt auf der Hand.

achtungspunkt in 24 Stunden einmal herumgeführt*) und durchschneidet demnach das Ellipsoid der Sonne auf einem kleinen Kreise derart, daß beim Meridiandurchgang der Sonne oder im Mittag und in der Mitternacht Hochwasser, um 6^h abends und morgens, d. h. sechs Stunden nach dem Meridiandurchgang der Sonne, Niedrigwasser ist. Dies wiederholt sich Tag für Tag in derselben Weise; jedoch ist dabei zu beachten, daß nicht die mittlere, sondern die wahre Sonnenzeit zugrunde gelegt werden muß.

Bezüglich des Mondellipsoids wird zunächst angenommen, daß es am Tage des Neumonds mit dem der Sonne zusammenfalle, daß also Neumond um Mittag eintrete, und daß beide Gestirne gleiche Abweichung haben. Dann lagern sich beide Ellipsoide übereinander, und am Beobachtungsorte ist der Wasserstand um Mittag gleich der Summe der größten von beiden Gestirnen herrührenden Erhebungen des Wassers, es ist Springhochwasser. Nach 24 Stunden wahrer Sonnenzeit ist wieder die Sonne im Meridian, und die Sonnentide hat Hochwasser; mittlerweile hat sich aber der Mond um etwa 12° von der Sonne entfernt und geht erst 50 Minuten nach der Sonne durch den Meridian des Orts, das Mondhochwasser tritt daher um ebenso viel später ein als das Sonnenhochwasser. Da das erstere das größere ist (wie oben gefunden 2,2 mal so groß wie das Sonnenhochwasser), so wird am Beobachtungsorte erst nahezu 50 Minuten nach Mittag Hochwasser beobachtet werden, die Eintrittszeit trifft aber nicht mehr genau mit dem Meridiandurchgang des Mondes zusammen, sondern fällt etwas früher als dieser. Die Höhen der beiden Tiden addieren sich, da aber die Sonnentide schon etwas gefallen ist, so läuft das Hochwasser nicht ganz so hoch auf wie am Tage vorher, und umgekehrt fällt das Niedrigwasser nicht ganz so tief weg. An den folgenden Tagen findet der Meridiandurchgang des Mondes immer später statt (im Durchschnitt jeden Tag 50 Minuten später), und es treffen immer andere Phasen der beiden Gezeitenellipsoide miteinander zusammen, die Höhe des beobachteten Hochwassers wird immer niedriger, die des Niedrigwassers immer höher, der Tidenhub also immer kleiner, bis der Winkel zwischen den großen Achsen der Ellipsoide 90° erreicht hat (erstes Viertel). Nun fällt das Hochwasser des Ellipsoids der Mondtide mit dem Niedrigwasser des Ellipsoids der Sonnentide und das Niedrigwasser des ersteren mit dem Hochwasser des letzteren zusammen; die am Beobachtungsorte wahr-

*) Es ist dabei einerlei, ob man sich vorstellt, daß das ozeanische Ellipsoid seine Gestalt wie ein starrer Körper beibehält, und die Erde mit der gedachten Insel, also unterhalb des Ozeans, der an der Rotation nicht teilnimmt, ihre Drehung um ihre Achse vollführt, oder ob man den Ozean an der Rotation teilnehmen läßt und die unveränderte Richtung des Ellipsoids nach dem erzeugenden Gestirn sich dadurch hervorgebracht denkt, daß immer andere Wasserteilchen in die durch die Wirkung des Gestirns bedingte Stellung rücken. Die letztere Vorstellung ist die natürlichere.



genommene Gezeit ist die Differenz der Phasen der beiden Ellipsoide, es ist Nipptide, wobei das Minimum des Hubes erreicht wird. Die Verfrühung der Eintrittszeit des Hoch- oder Niedrigwassers gegen die Zeit der Mondkulmination ist wieder = 0, weil wiederum zwei Extremphasen der Ellipsoide gleichzeitig den Meridian des Orts passieren; sie hat ihr Maximum gehabt, als der Mond drei Stunden nach der Sonne durch den Meridian ging. Von nun an wächst der Tidenhub wieder und erreicht bei Vollmond wieder sein Maximum (Springtidenhub), und die Verfrühung der Eintrittszeit geht vom ersten Viertel an in eine Verspätung über bis Vollmond, wo beide Ellipsoide mit ihren Höhepunkten wieder gleichzeitig durch den Meridian gehen und die Verspätung der Eintrittszeit = 0 ist. Von Vollmond bis Neumond wiederholen sich die Erscheinungen in derselben Weise.

Hierdurch erklärt sich demnach ohne Schwierigkeit der Verlauf der Gezeiten im Laufe eines Monats und die halbmonatliche Ungleichheit in Zeit und Höhe, sowohl ihrer Größe wie ihrem Vorzeichen nach.

§ 287. Da die große Achse des Ellipsoids stets nach dem es erzeugenden Gestirn gerichtet ist, so muß sie sich, je nach dessen Abweichung auf der Erde, verschieben. Steht das Gestirn im Äquator, so liegt die große Achse ebenfalls auf dem Äquator und die kleine Achse fällt mit der Drehungsachse der Erde zusammen. Steht das Gestirn in der Abweichung δ, so hat die kleine Achse des Ellipsoids eine Neigung $= \delta$ gegen die Drehungsachse. Ferner hängt, wie aus dem vorhergehenden ersichtlich, die Größe der Flut- und Ebbe erzeugenden Kraft, also auch der Unterschied zwischen der großen Achse des Ellipsoids und dem Erdhalbmesser, von der Entfernung r oder R ab, die halbmonatliche Ungleichheit muß daher gewissen Schwankungen unterworfen sein, die von dem Abstande der Himmelskörper, also von ihrer Parallaxe abhängen. Es würde keine Schwierigkeit machen, diese von der Entfernung und der Abweichung der Himmelskörper abhängigen Änderungen der halbmonatlichen Ungleichheit in Zeit und Höhe durch ähnliche Betrachtungen zu erläutern, wie dies im vorigen Paragraphen bezüglich der halbmonatlichen Ungleichheit selbst geschehen ist. Da dies aber zu weit führen würde, so soll nur noch gezeigt werden, in welcher Weise die im vorhergehenden dargelegte Auffassung von Newton und seinen Nachfolgern eine Erklärung für die tägliche Ungleichheit bietet.

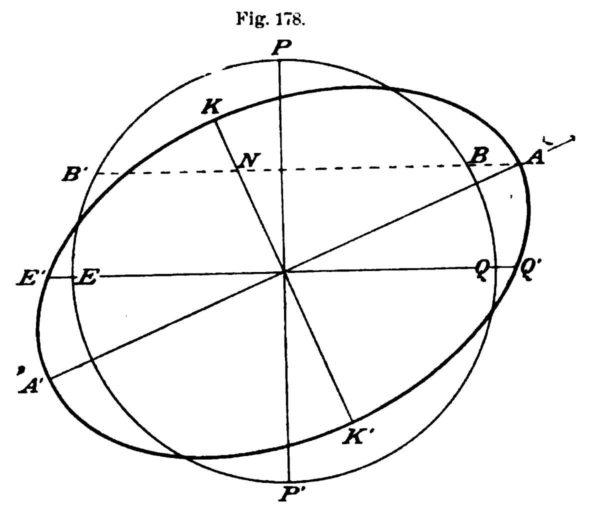
In Fig. 178, die sich auf den Fall bezieht, daß Mond und Sonne beide eine Abweichung von $23^1/_2°$ haben und Neumond oder Vollmond herrscht, sei EQ der Äquator und PP' die Drehungsachse der Erde. Unter dem Einfluß der Anziehung des Mondes (und der Sonne) formt sich der Ozean in ein Ellipsoid $AKA'K'$ um, dessen Durchschnitt in einer durch die Drehungsachse der Erde und den

Mond gelegten Ebene die Figur zeigt. Die große Achse AA' hat die Richtung nach dem Monde, während die kleine Achse KK' eine Neigung von $23^1/_2{}^\circ$ gegen die Drehungsachse PP' besitzt. Auf den Punkten A und A' des Meridians $EPQP'$ und den benachbarten Punkten ist Hochwasser, auf dem senkrecht zum Meridian durch die kleine Achse des Ellipsoids KK' gelegten größten Kreise, dessen Projektion eben KK' ist, findet überall Niedrigwasser statt. Denkt man sich diese Lage der Dinge während eines Tages unverändert und läßt man die Erde sich um die Achse PP' drehen, so ergibt sich für verschiedene Beobachtungspunkte folgendes:

Ein Punkt im Äquator, z. B. Q, hat während der Drehung eines Tages zweimal Hochwasser, einmal in Q und dann, wenn der Punkt infolge der Drehung nach E gelangt ist. Die Höhe des Hochwassers, die durch den Abstand der Punkte E und Q von dem Ellipsoid gemessen wird, ist beide Male dieselbe, denn es ist $QQ' = EE'$. Am Äquator findet demnach keine tägliche Ungleichheit statt. Dasselbe gilt für Niedrigwasser.

Ein Punkt zwischen Äquator und Pol, z. B. B, hat zwei verschieden hohe Hochwasser, denn wenn durch die Drehung der Erde der Punkt B nach B' geführt wird, so ist der Abstand dieser beiden Punkte von dem Ellipsoid ein sehr ungleicher, wir haben also im Beobachtungsorte B eine erhebliche tägliche Ungleichheit in Höhe für Hochwasser, dagegen keine für Niedrigwasser, weil die Depression des Wassers auf dem größten Kreise KK' rings um die Erde dieselbe ist.

Fig. 178.



Auf dem Pole selbst findet keine Wasserstandsveränderung statt, solange der Winkel zwischen KK' und PP' derselbe bleibt, weil der Abstand von P oder P' von dem Ellipsoid während der Drehung sich nicht ändert. Dagegen ändert sich der Wasserstand langsam, wenn dieser Winkel ein anderer wird, und da er gleich der Abweichung des das Ellipsoid erzeugenden Gestirns ist, so findet am Pol eine Gezeit statt, die eine Dauer von 14 Tagen oder einem halben Jahre hat, je nachdem es sich um den Mond oder die Sonne handelt.

Denkt man sich nun die Abweichung allmählich abnehmend, so nähert sich die Achse KK' des Ellipsoids allmählich der Drehungsachse PP' und fällt mit dieser zusammen, wenn die Abweichung der Gestirne gleich 0° geworden ist. Während dieser Änderung wird, wie man leicht an Fig. 178 feststellen kann, die tägliche Ungleichheit kleiner und kleiner und verschwindet, wenn die Gestirne im Äquator stehen. Geht das Gestirn auf südliche Abweichung über, so wechselt die tägliche Ungleichheit ihr Vorzeichen.

Bezüglich der täglichen Ungleichheit in Zeit kann man der Fig. 178 folgendes entnehmen. Der durch KK' senkrecht zur Ebene des Papiers gelegte Kreis, der alle Punkte verbindet, die Niedrigwasser haben, halbiert den Äquator EQ. Am Äquator ist daher die Dauer der Ebbe gleich derjenigen der Flut; es findet keine tägliche Ungleichheit in Zeit statt. Anders für einen Punkt B zwischen Pol und Äquator. Hier zeigt die Figur deutlich, daß der Bogen BN erheblich größer ist als der Bogen $B'N$, woraus folgt, daß die Zeit von dem der oberen Kulmination angehörigen Hochwasser bis zum folgenden Niedrigwasser länger ist als die Zeit von diesem Niedrigwasser bis zum zweiten, der unteren Kulmination angehörenden Hochwasser. Dies verursacht eine tägliche Ungleichheit in Zeit für Niedrigwasser.

§ 288. Die Betrachtungen der vorhergehenden Paragraphen können schon aus dem Grunde nicht zu einer Erklärung der wirklich auf der Erde vorkommenden Erscheinungen dienen, weil die ihnen zugrunde liegenden Voraussetzungen (gleichmäßige Wassertiefe über der ganzen Erde und deshalb Abwesenheit aller größeren Landmassen) den tatsächlichen Verhältnissen nicht entsprechen. Um nur einiges hervorzuheben, so ergibt die obige Betrachtung, daß auf dem Äquator eine tägliche Ungleichheit nicht existieren könne, während die Beobachtung ergeben hat, daß gerade in den äquatorialen Gegenden (Indien, Malaiischer Archipel usw.) die tägliche Ungleichheit eine so große Rolle spielt, daß sie in einigen Gegenden zu reinen Eintagstiden führt, in anderen wenigstens an einigen Tagen im Monat solche hervorbringt. Ebenso soll am Pol nur eine langsam (in etwa 14 Tagen und einem halben Jahr) sich vollziehende Wasserstandsänderung, aber keine eigentliche Ebbe und Flut vorhanden sein, während die Beobachtung auch in den den Polen naheliegenden Gegenden erhebliche Gezeiten, die sich in nichts von denen der mittleren und äquatorialen Breiten unterscheiden, nachgewiesen hat. Hieraus würde zu schließen sein, daß die Theorie unrichtig und unfähig sei, den tatsächlichen Verhältnissen zugrunde gelegt zu werden, und soweit es sich um eine physikalische Erklärung der Erscheinungen in den verschiedenen Gegenden der Erde handelt, ist dies auch ohne Zweifel richtig. Dagegen führt die obige Betrachtung auf eine richtige Vorstellung von den wirksamen Kräften und bei

mathematischer Durchführung auf Ausdrücke, die der Form nach im allgemeinen sich dem an einem bestimmten Orte beobachteten Verlaufe der Gezeit sehr wohl anschließen, die aber von Ort zu Ort, nicht in der Form, wohl aber in den in den Ausdrücken vorkommenden Konstanten sich ändern.

Zu einer richtigeren Auffassung der Gezeiten der ganzen Erde gelangt man, wenn man annimmt, daß die Anziehungskräfte von Mond und Sonne Anlaß geben zur Entstehung von Wellen im Ozean, deren Form und Fortpflanzung von der Wassertiefe und sonstigen Umständen der Ozeane sowohl wie der Wasserstraßen und Einbuchtungen der Kontinente abhängen, in denen sie sich fortbewegen. Diese Wellen stehen mit den sie hervorrufenden Kräften in Verbindung durch die Gleichheit ihrer Periode mit derjenigen der Kräfte. Sie hängen auch bezüglich ihrer Höhe oder, richtiger gesagt, bezüglich der Änderung ihrer Höhe von ihnen ab, indem eine Änderung der Kraft eine entsprechende Änderung der Höhe der Welle zur Folge hat. Sie sind aber in jeder anderen Beziehung der Einwirkung der äußeren terrestrischen Umstände, der Gestaltung des Bettes, Kanals usw., in dem sie sich fortpflanzen, unterworfen. Es würde zu weit führen und auch mathematisch zu schwierig sein, hier weiter auf diesen Gegenstand einzugehen; es möge genügen zu sagen, daß durch die Auffassung der Gezeiten als einer Wellenbildung es möglich ist, alle Erscheinungen, die auf der Erde beobachtet worden sind, einheitlich und befriedigend zu erklären.

B. Die Vorausberechnung der Gezeiten.

§ 289. Aus dem vorhergehenden folgt, daß es nicht möglich ist, auf rein theoretischer Grundlage die Gezeiten, die an einem bestimmten Ort oder in einer bestimmten Gegend vorkommen, vorherzusagen. Man muß vielmehr für jeden Ort die den Verlauf der Gezeiten beeinflussenden Größen aus gesammeltem Beobachtungsmaterial ableiten. Diese können dann dazu dienen, für irgend eine spätere Zeit die Zeit des Eintritts und die Höhe des Wasserstandes für die Extremphasen zu berechnen. Man hat verschiedene Gruppen solcher, die Vorausberechnung ermöglichender Größen aufgestellt, je nachdem es die Absicht war, Zeit und Höhe von Hoch- und Niedrigwasser, oder den Wasserstand zu irgend einer beliebigen Zeit vorauszuberechnen. Das in älterer Zeit vorliegende Beobachtungsmaterial erstreckte sich meist nur auf die Zeiten und Höhen der Extremphasen, und so waren zunächst die Bemühungen darauf gerichtet, aus diesen gewisse Tabellen und konstante Größen herzuleiten, die es ermöglichen, in Zukunft diese Phasen vorauszuberechnen. Neuerdings, wo zahlreiche selbstregistrierende Flutmesser die Wasserstände von Stunde zu Stunde, oder in beliebigen engeren



Zeitintervallen liefern, hat man angefangen, den Wasserstand mittels der harmonischen Analyse darzustellen. Diese Methode liefert eine Reihe von Gliedern, deren jedes aus einem konstanten Koeffizienten, multipliziert mit dem Kosinus eines proportional der Zeit wachsenden Winkels, besteht, und die zur Ableitung des Wasserstandes zu einer beliebigen Zeit und auch der Extremphasen dienen. Hier soll jedoch nur dargelegt werden, in welcher Weise man nach der älteren Methode die Berechnung der Zeit und Höhe eines Hochwassers vorzunehmen hat.

§ 290. Zu dem Ende muß zunächst erörtert werden, welche bestimmenden Größen man kennen muß, um diese Aufgabe lösen zu können. Es wurde schon in der Einleitung gesagt, daß sich zwischen der Eintrittszeit des Hoch- und Niedrigwassers und der Kulminationszeit des Mondes eine gewisse Beziehung feststellen läßt, daß nämlich die Differenz beider Zeiten, das Mondflutintervall, zwar gewissen Schwankungen unterliegt, aber doch von einem mittleren Werte sich nicht allzu weit entfernt. Ebenso ergab sich, daß die Höhe sowohl des Hoch- wie des Niedrigwassers um einen mittleren Wert schwankt, daß sich diese Schwankungen, sowohl in Zeit wie in Höhe, im Laufe eines halben Monats vollziehen und daß sie von der gegenseitigen Stellung von Sonne und Mond, die durch die wahre Sonnenzeit der Mondkulmination ausgedrückt werden kann, abhängen. Um eine Vorausberechnung der Zeit und Höhe von Hoch- und Niedrigwasser ausführen zu können, muß demnach bekannt sein: 1. die wahre Sonnenzeit der Kulmination des Mondes, 2. das mittlere Mondflutintervall (vorkommendenfalls die Hafenzeit), 3. die halbmonatliche Ungleichheit in Zeit und Höhe, die den Entfernungen des Mondes und der Sonne von der Erde und ihren Abweichungen entspricht. An Orten, wo die tägliche Ungleichheit sich bemerkbar macht, muß noch 4. die tägliche Ungleichheit in Zeit und Höhe in ihrer Abhängigkeit von der Abweichung des Mondes bekannt sein. Es mögen nun einige Bemerkungen über diese Größen und ihre Ableitung aus den Beobachtungen gemacht werden.

1. Die mittlere Sonnenzeit der Mondkulmination wird auf die in § 123 beschriebene Art und Weise gefunden.

2. Das mittlere Mondflutintervall findet sich als Mittel aller Mondflutintervalle, die sich über einen längeren Zeitraum erstrecken. Dieser Zeitraum muß so bemessen sein, daß er eine ganze Anzahl von halben Lunationen ($14^3/_4$ Tage, § 7), also mindestens 15, 29, 59 usw. bis 354 oder 369 Tage umfaßt. Um die etwa vorhandene tägliche Ungleichheit auszuschließen, müssen die Mondflutintervalle für beide Hoch- und Niedrigwasser eines Tages benutzt werden. Das Mondflutintervall ist = wahre Zeit des Hoch- (Niedrig-) Wassers — wahre Zeit der Mondkulmination. Es ist noch eine Festsetzung über die Wahl der Mondkulmination zu machen. Es



wurde schon in § 281 gesagt, daß das Springhochwasser nicht mit Neu- und Vollmond, also mit dem Maximum der Kraftwirkung, zusammenfällt, sondern um eine gewisse Zeit, das Alter der Gezeit, später eintritt. Um nun den allgemeinen Grundanschauungen entsprechend das Springhochwasser in Beziehung zum Meridiandurchgang des Voll- oder Neumondes zu bringen, pflegt man das mittlere Mondflutintervall und die halbmonatliche Ungleichheit auf eine bestimmte, dem Hochwasser vorhergehende Kulmination zu beziehen, die so gewählt wird, daß das mittlere Zeitintervall zwischen dieser und dem Hochwasser möglichst nahe dem Alter der Gezeit gleich ist. Bei der Vorausberechnung ist ebenso zu verfahren. Man erhält alsdann ein Resultat, das mit den Beobachtungen so gut übereinstimmt, wie die unvermeidlichen und nicht vorherzusehenden Einflüsse des Windes es zulassen. Die Abweichung und Parallaxe, deren man zur Verbesserung der halbmonatlichen Ungleichheit bedarf, sind für dieselbe Mondkulmination zu entnehmen. Für die deutsche Küste ist nach dem Vorgange von Lentz die fünfte vorhergehende Kulmination gewählt worden, obwohl nach dem Alter der Gezeit die sechste richtiger gewesen wäre; dieser kleine Unterschied ist indessen bedeutungslos.

Die mittlere Pegelhöhe von Hoch- und Niedrigwasser ergibt sich als das Mittel sämtlicher beobachteter Hoch- und Niedrigwasserhöhen innerhalb des zur Ableitung des mittleren Mondflutintervalls benutzten Zeitraums.

3. Die halbmonatliche Ungleichheit in Zeit und Höhe wird dadurch gefunden, daß man die Mondflutintervalle und die Höhen für Hoch- und Niedrigwasser einer Anzahl von halben Mondmonaten, wenn möglich eines ganzen Jahres, in 12 Gruppen teilt, die den Kulminationszeiten des Mondes $0^h\,0^m$ bis $0^h\,59^m$, $1^h\,0^m$ bis $1^h\,59^m$ usw. bis $11^h\,0^m$ bis $11^h\,59^m$ angehören und in jeder Gruppe das Mittel bildet. Dadurch erhält man die mittleren Mondflutintervalle und Höhen, die den Kulminationszeiten $0^h\,30^m$, $1^h\,30^m$ .... $11^h\,30^m$ angehören, und die Abweichung dieser Mittelwerte von dem allgemeinen Mittel der Mondflutintervalle und Höhen gibt die mittlere halbmonatliche Ungleichheit in Zeit und Höhe. Diese trägt man am besten in Gitter-Papier ein, indem man als Abszisse die Kulminationszeit und als Ordinate die halbmonatliche Ungleichheit abträgt. Dann legt man eine Kurve hindurch, aus der man für jede Kulminationszeit die halbmonatliche Ungleichheit entnehmen oder auch eine nach kurzen Intervallen (z. B. von 10 zu 10 Minuten) fortschreitende Tabelle entwerfen kann. Man könnte auch eine Tabelle anfertigen, aus der man direkt das Mondflutintervall und die Höhe entnehmen könnte. Da aber die für einen Ort abgeleitete halbmonatliche Ungleichheit ohne großen Fehler auch für benachbarte Orte benutzt werden kann, die ein anderes mittleres Mondflutintervall und eine andere mittlere Höhe haben, so ist es



zweckmäßiger, beide Größen getrennt zu halten. Die halbmonatliche Ungleichheit ist mit derselben Kulminationszeit zu entnehmen, auf die das mittlere Mondflutintervall sich bezieht.

Es kann hierzu noch die Bemerkung gemacht werden, daß es, wenn auch wünschenswert, doch nicht gerade notwendig ist, die beobachteten Hochwasserzeiten und -Höhen von vornherein mit der um das Alter der Gezeit vorhergehenden Kulmination des Mondes zu kombinieren. Man kann auch die unmittelbar vorhergehende Kulmination nehmen und nachher die Bezifferung der Abszissen um ein solches Vielfache von $12^h\,25{,}2^m$ ändern, daß die halbmonatliche Ungleichheit nahe $= 0$ ist für eine Kulminationszeit, die dem Alter der Gezeit entspricht. Dies kommt auf dasselbe heraus, wie wenn man die Kurve der halbmonatlichen Ungleichheit längs der Abszissenachse soweit verschoben hätte, daß die geforderte Übereinstimmung stattfindet.

4. Durch das vorstehend geschilderte Verfahren erhält man die mittlere halbmonatliche Ungleichheit, d. h. diejenige, die für eine mittlere Entfernung und Abweichung der Gestirne gilt; es müssen daher noch besondere Verbesserungen abgeleitet werden, durch die auf die wechselnde Entfernung und Abweichung Rücksicht genommen wird. Als Ausdruck für die Entfernung wird gewöhnlich die Parallaxe genommen, in manchen Schriften wird aber dafür der Halbmesser der Gestirne gesetzt. Man findet die Verbesserungen, indem man die vorhin nach der Kulminationszeit gebildeten Gruppen in Untergruppen teilt, die den einzelnen Minuten oder Sekunden der Parallaxe und den einzelnen Graden der Abweichung (letztere ohne Rücksicht auf das Vorzeichen) entsprechen. Um eine größere Anzahl von Werten zusammenfassen zu können, wodurch zufällige Fehler, die durch Wind oder flüchtige Beobachtung hervorgerufen sein können, besser ausgeschlossen werden, ist es zweckmäßig, mehrere Minuten der Parallaxe und mehrere Grade der Abweichung zusammenzufassen. Man verfährt etwas genauer, wenn man, ehe man die Untergruppen bildet, an die einzelnen Mondflutintervalle die ihnen nach der Mondkulminationszeit zugehörige mittlere halbmonatliche Ungleichheit mit umgekehrtem Vorzeichen anbringt.

Was die Wahl der Parallaxen und Abweichungen, mit denen die Mondflutintervalle und Höhen zu kombinieren sind, anbelangt, so sind diejenigen Parallaxen und Abweichungen zu nehmen, die um das Alter der Gezeit dem Hoch- oder Niedrigwasser vorhergehen. Dasselbe gilt auch für die Entnahme der Verbesserungen behufs Vorausberechnung der Gezeiten. Man kann sich daher nicht, wie bei dem mittleren Mondflutintervall und der mittleren halbmonatlichen Ungleichheit, die Erleichterung gestatten, den Ephemeriden die der vorhergehenden Kulminationszeit entsprechende Parallaxe und Abweichung zu entnehmen, sondern hat diejenigen zu entnehmen, die um das Alter der Gezeit (an den europäischen Küsten $2^1/_2$ Tage)

früher stattgefunden haben. Es sei noch bemerkt, daß man sich meistens auf die Parallaxen- und Abweichungsverbesserungen beschränken kann, die dem Monde zugehören, da die Sonnenverbesserungen sehr unbedeutend sind.

5. Was endlich die tägliche Ungleichheit anbelangt, so hat man zunächst die beobachteten Mondflutintervalle und Höhen durch Anbringen der halbmonatlichen Ungleichheit und der Verbesserungen für Parallaxe und Abweichung zu verbessern, sodaß die Zahlen nur noch das mittlere Mondflutintervall und die tägliche Ungleichheit enthalten. Sodann bildet man die Differenz zwischen dem der oberen und dem der unteren Mondkulmination angehörenden Mondflutintervall und den entsprechenden Höhen. Diese Differenz ist die doppelte tägliche Ungleichheit, weil das eine Mondflutintervall durch sie um annähernd ebensoviel vergrößert, wie das andere verkleinert wird. Zu welcher Abweichung die so gefundenen täglichen Ungleichheiten gehören, wird dadurch festgestellt, daß man das »Alter der täglichen Ungleichheit«, d. h. die Zeit ermittelt, die zwischen den Augenblicken, wo die Abweichung und wo die tägliche Ungleichheit = 0 ist, verfließt. Dies wird genügend genau und am bequemsten dadurch ausgedrückt, daß man sagt, die tägliche Ungleichheit gehört zu der Abweichung, die der x^{ten} vorhergehenden Kulmination des Mondes entspricht (an der deutschen Küste ist dies die 12te Kulmination). Man faßt am besten die tägliche Ungleichheit in Gruppen der Abweichung von 3° zu 3° zusammen um zufällige Fehler möglichst auszuschließen, wobei nördliche und südliche Abweichung getrennt zu halten sind, und entwirft nachher eine Tabelle, die von Grad zu Grad fortschreitet.

Die Niedrigwasserzeit findet man, falls genauere Angaben nicht vorhanden sind, durch Hinzufügen oder Abziehen von $^1/_4$ Mondstag zu oder von der berechneten Hochwasserzeit oder als das Mittel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Hochwasserzeiten.

I. Berechnung von Hoch- und Niedrigwasser aus Mondkulminationszeit, Mondflutintervall und Ungleichheiten.

§ 291. Die im vorhergehenden gezeigte Ableitung der der Berechnung von Hoch- und Niedrigwasser zugrunde liegenden Größen aus den Beobachtungen deutet schon den Gang des Verfahrens an, wenn es sich um eine genaue Bestimmung von Zeit und Höhe des Hoch- und Niedrigwassers handelt. Eine so ausführliche Berechnung ist jedoch nicht immer möglich, weil nicht für alle Häfen die erforderlichen Grundlagen vorhanden sind; sie ist auch tatsächlich für seemännische Zwecke überflüssig, da der Einfluß des Windes auf die Gezeitenbewegung eine genaue Vorausbestimmung von Hoch- und

Niedrigwasser doch hinfällig macht. Man begnügt sich daher damit, in den nautischen Hilfstafeln und den vom Reichs-Marine-Amt herausgegebenen Gezeitentafeln eine Tabelle der Hafenzeiten und eine Tabelle der halbmonatlichen Ungleichheit zu geben. Die letztere ist entsprechend dem Mondflutintervall so eingerichtet, daß die angegebene halbmonatliche Ungleichheit für die Mondkulminationszeiten $0^h\,0^m$ und $12^h\,0^m$ (Neu- und Vollmond) gleich 0 ist. Auf die Berechnung der Höhe wird in der Regel verzichtet; die Tabelle der halbmonatlichen Ungleichheit bezieht sich deshalb nur auf die Zeit und wird häufig in solcher Form gegeben, daß auch die Parallaxe des Mondes berücksichtigt werden kann, indem drei Werte — für den größten, mittleren und kleinsten Betrag der Parallaxe oder des scheinbaren Halbmessers — gegeben werden.

Der Gang der näherungsweisen Berechnung des Hochwassers gestaltet sich dementsprechend, wie folgt:

1. Berechnung der Mondkulminationszeit am Ort durch Berichtigung der im Nautischen Jahrbuch oder den Gezeitentafeln gegebenen Greenwicher Mondkulminationszeit für Länge (die Berichtigung beträgt ungefähr $0{,}14^m$ für 1° Länge) (§ 123).

2. Entnahme der Hafenzeit und der halbmonatlichen Ungleichheit aus den Gezeitentafeln und Addition dieser Größen zu der Mondkulminationszeit am Ort. Die halbmonatliche Ungleichheit ist für die wahre Ortszeit der Mondkulmination zu entnehmen.

Das Ergebnis ist die mittlere Ortszeit des Hochwassers.

Beispiel.

Gesucht die Zeit des Hochwassers in Cuxhaven am 17. Juli 1904 ($\lambda = 8° 42' O$).

Berechnung a.

	Untere Kulm.	Obere Kulm.
m. Zt. ☾ Kulm. in Gr. 17. VII.	= $3^h\,38^m$ V.M.	$4^h\,5^m$ N.M.
Änd. f. — 9°	= — 1	— 1
m. O. Zt. ☾ Kulm. a. O.	= 3 37 V.M.	4 4 N.M.
(Ztgl.)	= (+ 6)	(+ 6)*)
(w. O. Zt. ☾ Kulm. a. O.)	= (3 31)	(3 58)*)
Hafenzeit von Cuxhaven	= 0 49	0 49
halbmonatl. Ungleichheit	= — 49	— 55
m. O. Zt. d. Hochwassers 17. VII.	= 3 37 V.M.	3 58 N.M.

Eine Vereinfachung erfährt diese Rechnung durch Benutzung von Tafel 19 (18 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs, die den Meridiandurchgang des Mondes, korrigiert für halbmonatliche Ungleichheit, gibt, indem man die dieser Tafel entnommene Mond-

*) Die Zeitgleichung und die wahre Ortszeit sind angesetzt, da die halbmonatliche Ungleichheit mit der wahren Ortszeit zu entnehmen ist.



kulminationszeit nur für Länge zu berichtigen und zu der so gefundenen Mondkulminationszeit am Ort die Hafenzeit zu addieren hat. Diese Tabelle hat jedoch nur an der europäischen Küste Gültigkeit, weil anderswo die halbmonatliche Ungleichheit sowohl wie das Alter der Gezeit andere Werte haben.

Fortsetzung des Beispiels.

Berechnung b.

		Unt. Kulm.	Obere Kulm.
m. Zt. ☾Kulm. in Gr. verb. f. halbmon. Ungl.	17. VII.	= 2h 52m V.M.	3h 14m N.M.
Änd. f. — 9°		= — 1	— 1
m. O. Zt. ☾Kulm. a. O. verb. f. halbmon. Ungl.		= 2 51 V.M.	3 13 N.M.
Hafenzeit von Cuxhaven		= 0 49	0 49
m. O. Zt. d. Hochwassers in Cuxhaven	17. VII.	= 3 40 V.M.	4 2 N.M.

Die Abweichung des Ergebnisses von der Berechnung a beruht zum Teil darauf, daß durch das Einschalten Ungenauigkeiten entstehen, wenn die halbmonatliche Ungleichheit sich rasch ändert, zum Teil darauf, daß die im Nautischen Jahrbuch angewendete halbmonatliche Ungleichheit für den Einfluß der Mondparallaxe berichtigt ist und schließlich auf der Art, wie die halbmonatliche Ungleichheit ermittelt wurde.

Die genaue Berechnung erfordert die Zuhilfenahme einiger besonders aufgestellter Tabellen, die für das Beispiel im Auszug wiedergegeben sind.

Der Gang der genauen Berechnung von Zeit und Höhe des Hochwassers gestaltet sich, wie folgt:

α. Berechnung der Zeit des Hochwassers.

1. Berechnung der Mondkulmination am Ort nach § 123 unter Berücksichtigung der in § 290 unter 2 angeführten Regel.
2. Entnahme des mittleren Mondflutintervalls und der halbmonatlichen Ungleichheit aus den Tabellen.
3. Entnahme der Parallaxe und Abweichung des Mondes nach den in § 290 unter 3 und 4 angeführten Regeln.
4. Berichtigung des mittleren Mondflutintervalls und der halbmonatlichen Ungleichheit für diejenige Abweichung und Parallaxe, die dem dem Hochwasser um das Alter der Gezeit vorangehenden Zeitpunkt entsprechen (§ 290 unter 3).
5. Entnahme der täglichen Ungleichheit für die (nach § 290 unter 4) entsprechende Abweichung.
6. Addition des berichtigten Mondflutintervalls, der berichtigten halbmonatlichen und der täglichen Ungleichheit zur mittleren Ortszeit der Mondkulmination.

   Das Ergebnis ist die mittlere Ortszeit des Hochwassers.

β. Berechnung der Höhe des Hochwassers.

1. Entnahme der mittleren Höhe der Phase aus den Gezeitentafeln.
2. Addition der halbmonatlichen Ungleichheit und deren Verbesserung für Parallaxe und Abweichung.
3. Addition der täglichen Ungleichheit.

Halbmonatliche Ungleichheit.*)

Wahre Zeit der Mond-kulmination	in Zeit	in Höhe	Wahre Zeit der Mond-kulmination	in Zeit	in Höhe
0h 0m	+ 12m	+ 0,16 m	6h 0m	— 23m	— 0,23 m
30	+ 5	+ 0,16	30	— 7	— 0,21
1 0	— 4	+ 0,15	7 0	+ 10	— 0,17
30	— 12	+ 0,13	30	+ 26	— 0,12
2 0	— 19	+ 0,10	8 0	+ 36	— 0,07
30	— 27	+ 0,05	30	+ 41	— 0,02
3 0	— 33	+ 0,01	9 0	+ 42	+ 0,03
30	— 38	— 0,04	30	+ 42	+ 0,07
4 0	— 43	— 0,08	10 0	+ 39	+ 0,10
30	— 45	— 0,12	30	+ 33	+ 0,13
5 0	— 44	— 0,16	11 0	+ 27	+ 0,15
30	— 37	— 0,20	30	+ 20	+ 0,16
6 0	— 23	— 0,23	12 0	+ 12	+ 0,16

Die halbmon. Ungl. ist mit der Zeit der fünften dem Hochwasser vorhergehenden Mondkulmination zu entnehmen.

Verbesserung wegen Mondparallaxe.*)

Parallaxe	in Zeit				in Höhe
	w.Zt. = 0h	3h	6h	9h	
54′	0m	— 8m	— 2m	+ 4m	— 0,07 m
55	— 1	— 7	— 3	+ 2	— 0,05
56	0	2	— 4	+ 2	— 0,02
57	2	— 1	+ 2	— 2	0,00
58	+ 1	+ 3	+ 2	0	+ 0,02
59	+ 1	+ 5	+ 4	— 6	+ 0,05
60	0	+ 7	0	— 4	+ 0,07
61	0	+ 9	— 5	— 3	+ 0,09

Die Parallaxenverbesserung ist mit der der fünften dem Hochwasser vorhergehenden Mondkulmination entsprechenden Parallaxe zu entnehmen.

Verbesserung wegen Mondabweichung.*)

Mond-Abw.	in Zeit				in Höhe			
	w.Zt. = 0h	3h	6h	9h	0h	3h	6h	9h
0°	+ 3m	+ 5m	+ 5m	+ 2m	+ 0,04 m	0,00 m	+ 0,01 m	+ 0,01 m
± 6	+ 2	+ 4	+ 4	+ 1	+ 0,04	+ 0,01	+ 0,01	+ 0,01
12	+ 1	+ 2	0	0	+ 0,01	+ 0,01	+ 0,01	+ 0,01
18	0	— 2	— 2	0	— 0,01	0,00	0,00	0,00
24	— 2	— 7	— 7	— 2	— 0,02	— 0,01	— 0,01	0,00
± 30	— 4	— 8	— 8	— 4	— 0,02	— 0,01	— 0,01	— 0,01

Die Abweichungsverbesserung ist mit der der fünften dem Hochwasser vorhergehenden Mondkulmination zugehörigen Abweichung zu entnehmen.

Tägliche Ungleichheit für Hochwasser.*)

Mond-Abw.	in Zeit	in Höhe	Mond-Abw.	in Zeit	in Höhe
0°	0m	0,00 m	0°	0m	0,00 m
+ 6	∓ 2	± 0,05	— 6	± 1	∓ 0,05
12	5	0,09	12	2	0,09
18	7	0,14	18	4	0,14
24	9	0,15	24	5	0,15
+ 30	∓ 11	± 0,15	— 30	± 7	∓ 0,15

Die tägliche Ungleichheit ist mit der der zwölften dem Hochwasser vorhergehenden Kulmination zugehörigen Abweichung zu entnehmen; {oberes / unteres} Vorzeichen ist zu nehmen, wenn die erste vorhergehende Kulmination eine {obere / untere} ist.

*) Aus Lentz: Fluth und Ebbe und die Wirkungen des Windes auf den Meeresspiegel. Hamburg, 1879.

Fortsetzung des Beispiels.

Berechnung c.

Gesucht Zeit und Höhe des Hochwassers.

Das mittlere Mondflutintervall, bezogen auf die fünfte vorhergehende Kulmination, beträgt für Cuxhaven $2^d\ 1^h\ 55^m$, die mittlere Höhe von Hochwasser für Juli ist 3,17 m über dem Niveau des mittleren Springniedrigwassers.

Aus dem Kalender der Gezeitentafeln:

	Mittl. Zeit d. ☾ Kulm. i. Gr. 15. VII. =	$1^h\ 47^m$ V. M. und	$2^h\ 16^m$ N. M.
	☾ δ 15. VII. =	12,9° *N*	11,0° *N*
	☾ Parallaxe 15. VII. =	60,5′	60,5′
Ferner:	☾ δ 10. VII. $9^h\ 53^m$ N. M. =	17,6° *N*	
	☾ δ 11. VII. 10 21 V. M. =	18,2 *N*	

Änd. d. m. O. Zt. d. ☾ Kulm. f. — 9° Lg. = — 1^m, Zeitgleichung = + 6^m.

m. Zt. ☾ Kulm. i. Gr. 15. VII. =	$1^h\ 47^m$ V. M. unt. Kulm.		$2^h\ 16^m$ N. M. ob. Kulm.	
Änd. f. — 9° =	— 1		— 1	
m. O. Zt. ☾ Kulm. a. O. 15. VII. =	1 46 V. M.		2 15 N. M.	
Zeitgleichung =	+ 6		+ 6	
w. O. Zt. ☾ Kulm. a. O. 15. VII. =	1 40 V. M.		2 9 N. M.	
Mittl. Mondflutint. u. mittl. Höhe =	$2^d\ 1^h\ 55^m$	3,17 m	$2^d\ 1^h\ 55^m$	3,17 m
halbmonatl. Ungleichheit =	— 14	+ 0,12	— 22	+ 0,08
Verbesserung für Parallaxe =	+ 4	+ 0,08	+ 6	+ 0,08
„ „ Abweichung =	+ 1	+ 0,01	+ 2	+ 0,01
Tägliche Ungleichheit =	+ 7	— 0,14	— 7	+ 0,14
Zeitgleichung =	+ 6		+ 6	
Hochwasser: m. O. Zt. 17. VII. =	$3^h\ 39^m$	3,24 m	$3^h\ 48^m$	3,48 m.

(Die Werte der halbmonatl. Ungleichheit bis Täglichen Ungleichheit: Aus den Tabellen auf Seite 420.)

§ 292. Will man die durch vorstehende Berechnungen erhaltene mittlere Ortszeit des Hochwassers mit der in den Gezeitentafeln befindlichen Hochwassertabelle für Cuxhaven, deren Angaben in mitteleuropäischer Zeit gemacht sind, vergleichen, so hat man 25 Minuten hinzuzufügen und erhält:

angenähert (Berechnung a):	$4^h\ 2^m$ V. M.	$4^h\ 23^m$ N. M.,
genau (Berechnung c):	4 4 V. M. u. 3,24 m	4 13 N. M. u. 3,48 m
gegen Angabe der Gezeitentafeln (S. 36):		
	$4^h\ 2^m$ V. M. u. 3,25 m	$4^h\ 13^m$ N. M. u. 3,50 m.

Tafel 20a (19a bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs gibt die mittlere Ortszeit des Hochwassers zu Cuxhaven am 17. Juli 1904 zu

	$3^h\ 32^m$ V. M.	u. $3^h\ 55^m$ N. M.
gegenüber	3 40 V. M.	u. 4 2 N. M.

durch angenäherte Berechnung mit Tafel 19 (18 bis 1906) (Berechnung b).

Die Abweichung der Angaben des Nautischen Jahrbuchs von denjenigen der Gezeitentafeln beruht darauf, daß bei der Berechnung im Nautischen Jahrbuch die tägliche Ungleichheit nicht berücksichtigt ist. Der Unterschied ist aber so gering, daß er für die Zwecke der Schiffahrt keine Bedeutung hat.

Es muß darauf aufmerksam gemacht werden, daß die leidliche Übereinstimmung der durch näherungsweise Berechnung gefundenen Werte mit denjenigen der Tafeln hier lediglich Zufall ist. Die Tabelle der halbmonatlichen Ungleichheit in den Gezeitentafeln gilt nicht besonders für Cuxhaven, sondern ist das Mittel aus den für eine Anzahl englischer Hafenplätze gefundenen Zahlen, kann daher von der für einen anderen Ort geltenden erheblich abweichen. Außerdem muß besonders hervorgehoben werden, daß diese Tabelle lediglich für die Ostküste des Atlantischen Ozeans eine gewisse Bedeutung hat, daß sie aber schon für die Ostküste der Vereinigten Staaten sehr fehlerhafte Resultate ergeben würde. Hier ist nämlich die halbmonatliche Ungleichheit sowohl in Zeit wie in Höhe nur halb so groß wie an der europäischen Küste. Andere Abweichungen würden aus der Verschiedenheit des Alters der Gezeit entspringen, die in verschiedenen Gegenden verschieden ist. Aus diesen Gründen kann diese Tabelle nur als ein in wenigen Fällen brauchbares Hilfsmittel von zweifelhaftem Wert angesehen werden. In Gegenden wie der Indische Ozean (auch der Stille Ozean), wo die tägliche Ungleichheit eine so große Rolle spielt, daß sie zeitweilig oder ganz vorherrscht und den Charakter der Gezeiten bestimmt, ist es ganz nutzlos, zu versuchen, die Eintrittszeit des Hochwassers mittels der Tabelle der halbmonatlichen Ungleichheit zu berechnen, da das Resultat um mehrere Stunden falsch sein kann.

Die der Tabelle 19 (18 bis 1906) des Nautischen Jahrbuchs zugrunde liegenden Werte der halbmonatlichen Ungleichheit sind für Brest ermittelt und daher nur in diesem Ort benachbarten Gegenden zuverlässig. Ihre Gültigkeit beschränkt sich gleichfalls auf die Ostküste des Nordatlantischen Ozeans.

Aus dem vorhergehenden folgt, daß zuverlässige Grundlagen für die Berechnung von Hoch- und Niedrigwasser nur für beschränkte Küstengebiete gegeben werden können. Sie können daher nicht in allgemein gültigen Tabellen, sondern nur in besonderen, für diese Gegenden bestimmten Anweisungen (z. B. den Segel- und Küsten-Handbüchern) Aufnahme finden.

II. Bestimmung von Hoch- und Niedrigwasser nach den für bestimmte Küstenpunkte bekannten Eintrittszeiten und Höhen.

§ 293. Von den meisten Seestaaten werden jährlich Zusammenstellungen veröffentlicht, die für eine Anzahl von Häfen der eigenen und vielfach auch fremder Küsten die auf guten zweckmäßig bearbeiteten Grundlagen beruhenden Vorausberechnungen des Hoch- und oft auch des Niedrigwassers nach Zeit und Höhe von Tag zu Tag während des ganzen Jahres geben. Durch die Rücksicht auf den Umfang dieser Zusammenstellungen ist die Zahl der Orte, für die sie diese Vorausberechnungen enthalten, beschränkt.

Die amerikanischen Tide tables, die für 29 amerikanische und 41 außeramerikanische Häfen Vorausberechnungen bringen, sind am ausführlichsten.

Die vom Reichs-Marine-Amt herausgegebenen Gezeitentafeln bringen Vorausberechnungen der Zeit und Höhe des Hochwassers für folgende 20 Häfen: Tönning, Hamburg, Brunshausen, Cuxhaven, Bremerhaven, Wilhelmshaven, Emden, Ymuiden, Hoek van Holland, Dover, Portsmouth, Sunderland, Cherbourg, Liverpool, Plymouth, Brest, Kingstown, Sandy Hook, Tsingtau (von 1907 ab) und Wusung.

Im Nautischen Jahrbuch ist in Tafel 20a (19a bis 1906) die mittlere Ortszeit des Hoch- und Niedrigwassers für Cuxhaven für jeden Tag des Jahres, und in Tafel 21a (20a bis 1906) eine ähnliche Tabelle für die Hochwasserzeiten an der London-Brücke gegeben, die ebenso wie die Angaben der Gezeitentafeln benutzt werden können. Die Zahlen der erstgenannten Tabelle weichen von den Angaben der Gezeitentafeln etwas ab, da die tägliche Ungleichheit bei ihrer Berechnung nicht berücksichtigt wurde.

Um auch für andere als die in diesen Zusammenstellungen angeführten Küstenpunkte die Zeit des Hochwassers ableiten zu können, sind Listen beigegeben, die die Unterschiede der Hafenzeiten einer größeren Zahl von Hafenplätzen, die nicht allzuweit von einem der in den Zusammenstellungen enthaltenen Küstenorte entfernt sind, gegen die Hafenzeit dieses Ortes angeben. Dieser letztere Ort dient als Basisort für die anderen Plätze.

Die Angabe des Tidenhubs bei Springflut kann einen gewissen Anhalt für die Höhe des Hochwassers gewähren. In den Gezeitentafeln ist für die europäischen Küsten (vom Jahre 1901 an) Cuxhaven und für die amerikanischen Küsten Sandy Hook als Basisort gewählt.

Die Vorausberechnung von Hoch- und Niedrigwasser mit Hilfe dieser Zusammenstellungen liefert naturgemäß ein erheblich zuverlässigeres Ergebnis, als die unter I geschilderte, auf allgemeinen Grundlagen ruhende Berechnung aus der Mondkulminationszeit usw.; sie ist daher stets anzuwenden, wo solche Zusammenstellungen zur Verfügung stehen.

Beispiel 1.

Wann ist in Emden Hochwasser am 5. Mai 1904?

a) Nach den Gezeitentafeln:

Hochwasser in Cuxhaven 5. Mai 1904 =	$4^h\ 34^m$	V.M.	u.	$4^h\ 50^m$	N.M.	M.E.Z.
Differenz Emden—Cuxhaven =	$-0\ \ 26$			$-0\ \ 26$		
Hochwasser in Emden 5. Mai 1904 =	$4\ \ 8$	V.M.	u.	$4\ \ 24$	N.M.	M.E.Z.

b) Nach dem Nautischen Jahrbuch:

Hochwasser in Cuxhaven 5. Mai 1904 =	$4^h\ 6^m$	V.M.	u.	$4^h\ 25^m$	N.M.	m.O.Zt.
Unterschied Emden M.E.Z. gegen Cuxhaven Tafel 20b (19b bis 1906) =	$-0\ \ 1$			$-0\ \ 1$		
Hochwasser in Emden 5. Mai 1904 =	$4\ \ 5$	V.M.	u.	$4\ \ 24$	N.M.	M.E.Z.



Die direkte Vorausberechnung mit den Lokalkonstanten gibt für Emden (Gezeitentafeln S. 53) $4^h\,14^m$ V. M. und $4^h\,30^m$ N. M. Der Tidenhub beträgt in Cuxhaven 2,80 m, in Emden 2,76 m. Die Höhen sollten daher an beiden Orten einander sehr nahe gleich sein. Die Vorausberechnung (Gezeitentafeln S. 35 u. 53) gibt für Cuxhaven 2,99 m und 3,12 m, für Emden 2,79 m und 2,91 m.

Die Zeit des Niedrigwassers wird für die deutschen Häfen, für die die Gezeitentafeln die Dauer des Steigens und Fallens geben, durch Anbringen dieser Zahlen an die berechnete Zeit des Hochwassers gefunden. Wo solche Angaben fehlen, ist $^1/_4$ Mondstag von der berechneten Hochwasserzeit abzuziehen oder zu ihr zuzulegen; dieses Verfahren liefert jedoch häufig nur ein sehr wenig zuverlässiges Ergebnis, wie die nachstehende Rechnung unter c zeigt.

Für das vorstehende Beispiel wird das Niedrigwasser, wie folgt, gefunden:

a) Nach den Gezeitentafeln:

Hochwasser in Emden 5. Mai 1904 =	$4^h\ 8^m$ V.M.	u.	$4^h 24^m$ N. M.	M.E.Z.
Zeitdauer des Steigens =	— 5 24		— 5 24	
Niedrigwasser in Emden 4./5. Mai 1904 =	10 44 N.M.	u.	11 0 V. M.	M.E.Z.

Man kann auch die Dauer des Fallens und Steigens auf dieselbe Hochwasserzeit anwenden und findet dann:

Hochwasser in Emden 5. Mai 1904 =	$4^h\ 8^m$ V.M.	$4^h\ 8^m$ V. M.	M.E.Z.
Mittlere Dauer des Steigens =	— 5 24, Fallens	+ 7 1	
Niedrigwasser in Emden 4./5. Mai 1904 =	10 44 N.M.	11 9 V. M.	M.E.Z.

b) Nach dem Nautischen Jahrbuch:

Da dieses die Niedrigwasserzeiten für Cuxhaven gibt, so ist die Rechnung dieselbe wie für Hochwasser, also:

Niedrigw. in Cuxhaven 4./5. Mai 1904 =	$10^h 37^m$ N.M.	u.	$10^h 54^m$ V.M.	m.O.Zt.
Unterschied Emden M. E. Z. gegen Cuxhaven Tafel 20b (19b bis 1906) =	— 0 1		— 0 1	
Niedrigwasser in Emden 4./5. Mai 1904 =	10 36 N.M.	u.	10 53 V. M.	M.E.Z.

c) Mit Anwendung von $^1/_4$ Mondstag:

Hochwasser in Emden 5. Mai 1904 =	$4^h\ 8^m$ V.M.	u.	$4^h 24^m$ N. M.	M.E.Z.
$^1/_4$ Mondstag =	— 6 12		— 6 12	
Niedrigwasser in Emden 4./5. Mai 1904 =	9 56 N.M.		10 12 V. M.	M.E.Z.

Dieses Beispiel zeigt anschaulich, wie sehr das Ergebnis der Vorausberechnung beeinflußt werden kann, wenn an Stelle eines für den in Rede stehenden Ort besonders gültigen Wertes ein Durchschnittswert von allgemeiner Gültigkeit eingeführt wird. In der Berechnung des Niedrigwassers nach dem Nautischen Jahrbuch bewirkt die Einstellung von $^1/_4$ Mondstag an Stelle der Dauer des Steigens oder Fallens allein eine Abweichung von rund 48 Minuten von dem durch die Gezeitentafel erreichten Ergebnis. Wo Angaben über die Dauer des Steigens und Fallens zu erlangen sind, ist die Berechnung daher stets mit diesen auszuführen.

Beispiel 2.

Wann ist Hochwasser in Santander am 25. April 1904?

Hochwasser in Cuxhaven 25. April 1904 =	$8^h\,25^m$	V. M. u.	$8^h\,57^m$	N. M.	M. E. Z.
Untersch. Cuxhaven—Santander m. O. Zt. =	+ 2 11		+ 2 11		
Hochwasser in Santander 25. April 1904 =	10 36	V. M. u.	11 8	N. M.	m. O. Zt.

Um einen Anhalt für die Höhen zu erhalten, verfährt man, wie folgt:

Der mittlere Tidenhub in Cuxhaven beträgt 2,80 m, derjenige in Santander 3,25 m (Gezeitentafel S. 141); letzterer ist daher 1,16 Mal so groß wie der erstere. Unter der Annahme, daß die Höhen an dem betreffenden Tage in demselben Verhältnis stehen, hat man die Höhen für Cuxhaven, 2,74 und 3,07 m, mit 1,16 zu multiplizieren und erhält für Santander 3,18 und 3,56 m.

III. Berechnung von Hoch- und Niedrigwasser mit den Konstanten der harmonischen Analyse.

§ 294. Es ist im vorhergehenden wiederholt hervorgehoben worden, daß die beschriebenen Berechnungen von Zeit und Höhe des Hoch- oder Niedrigwassers nur dann ein genaues Ergebnis liefern, wenn man die für den Ort selbst gültigen Konstanten und Korrektionsgrößen benutzt. Dagegen sind alle Rechnungen, die man mit den in den Nautischen Jahrbüchern, Gezeitentafeln oder nautischen Hilfstafeln gegebenen allgemeinen Hilfsmitteln ausführt, nur von sehr bedingtem Werte und leiten oft ganz irre. Es gibt jedoch ein Verfahren, das in allen Fällen zuverlässige Ergebnisse liefert. Es besteht in der Benutzung der Konstanten der harmonischen Analyse bei denjenigen Plätzen, für die diese Konstanten bekannt sind. Die Methode ist zwar etwas umständlich, aber sie versagt niemals, und die Ergebnisse sind von erheblicher Genauigkeit. Es sei hier nicht näher auf das Verfahren eingegangen und auf den Anhang der Gezeitentafeln verwiesen, der eine ausführliche, durch Beispiele erläuterte Darstellung, sowie alljährlich für 26 über die ganze Erde verteilte Orte die nötigen Konstanten gibt.

C. Die Gezeitenströmungen.

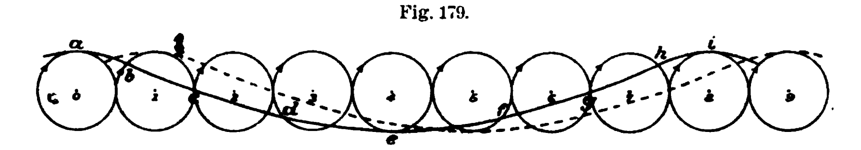
§ 295. Mit den Gezeiten ist außer der Hebung und Senkung des Wasserspiegels eine andere Erscheinung verbunden, die für die Navigation unter Umständen von größter Bedeutung sein kann, nämlich eine wechselnde Strömung, die im allgemeinen die halbe Tide hindurch oder etwa 6 Stunden lang in einer, die anderen 6 Stunden in entgegengesetzter Richtung läuft. Der Übergang von einer Richtung zur entgegengesetzten wird in der Regel durch eine kurze Zeit, in der keine Strömung stattfindet — das Stillwasser — gebildet. Die Geschwindigkeit der Strömung ist anfangs gering, sie



wächst aber bald an, bis sie in der Mitte zwischen den beiden Stillwassern, die dem Wechsel der Richtung vorangehen, ein Maximum erreicht, worauf sie wieder bis zum nächsten Stillwasser abnimmt. Man unterscheidet die beiden Richtungen der Strömung als Flutstrom und Ebbestrom und bezeichnet als Flutstrom diejenige Strömung, die Hochwasser, als Ebbestrom die, die Niedrigwasser bringt. Zwischen der Zeit des Stromwechsels (Stillwasser) und der Zeit von Hoch- und Niedrigwasser findet eine bestimmte Beziehung statt, die aber nicht für alle Orte dieselbe ist.

Gemäß der Auffassung der Gezeiten als einer Wellenbewegung würde die stärkste Strömung bei Hoch- und Niedrigwasser und Stillwasser halbwegs zwischen beiden stattfinden müssen. Um dies einzusehen, muß kurz an die Entstehungsweise einer Welle erinnert werden. Eine Welle ist eine bestimmte Gestaltung der Meeresoberfläche, die dadurch zu Stande kommt, daß die einzelnen Wasserteilchen um ihre Ruhelage Kreise, oder, im Falle der Gezeiten, sehr langgestreckte Ellipsen beschreiben, und daß aufeinander folgende Wasserteilchen sich zu derselben Zeit in verschiedenen Phasen dieser Kreisbewegung befinden. In Figur 179

Fig. 179.



ist diese Entstehungsart einer Welle für kreisförmige Bahnen der Wasserteilchen dargestellt. Ohne Wellenbewegung würden die einzelnen Wasserteilchen in den Punkten 0, 1, 2 . . . . . 9 sich in Ruhe befinden. Wird durch irgend eine Ursache die Wellenbewegung eingeleitet, so entfernt sich das Teilchen 0 aus seiner Ruhelage und beschreibt in der Richtung des Pfeils einen Kreis um diese Lage. Nach und nach werden die Teilchen 1, 2, 3 usw. die gleiche Bewegung beginnen, aber jedes um etwas später als das vorhergehende. Hat nun das Teilchen 0 die oberste Stellung, *a*, senkrecht über seiner Ruhelage erreicht, so möge das Teilchen 1 in demselben Augenblicke noch um $^1/_8$ Kreis zurück sein und sich in *b* befinden, 2 um $^2/_8$ in *c*, 3 um $^3/_8$ in *d*, und *e* befindet sich um einen halben Umlauf zurück in dem niedrigsten Punkte senkrecht unter der Ruhelage, usw. bis zum Teilchen 8, das sich wie 0 in der obersten Stellung seiner Bahn in *i* befindet. Die Gestalt, die der Wasserspiegel unter diesen Verhältnissen annimmt, und die durch die Kurve *abc* . . . *i* dargestellt wird, nennt man eine Welle. Die Zeit, die das Wasserteilchen gebraucht, um seine Kreisbahn zu durchlaufen, heißt die Periode der Welle, und endlich der Abstand *ai* von einem höchsten Punkte (dem Kamm der Welle) bis zum nächster

die Länge der Welle. Nach $^1/_8$ der Periode der Welle hat das Teilchen 1 die höchste Stelle seiner Bahn erreicht, während 0 schon etwas herabgesunken ist; die vorwärts liegenden Wasserteilchen haben sich alle um $^1/_8$ in ihrer Bahn weiter bewegt, und die Welle hat nunmehr die durch die gestrichelte Linie angedeutete Lage, ihr Kamm ist um $^1/_8$ des Abstandes $a\,i$ von a aus vorwärts geschritten und er erreicht den Punkt i, wenn das Wasserteilchen 8 seinen Kreislauf um seine Ruhelage vollendet hat. Daraus folgt, daß man die Periode der Welle auch definieren kann als die Zeit, in der die Welle um ihre Länge vorwärts schreitet. Es folgt ferner hieraus, daß man streng zu unterscheiden hat zwischen der Fortpflanzung der Welle (der Gestalt der Wasseroberfläche) und der Bewegung der Wasserteilchen in ihrer kreisförmigen oder elliptischen Bahn. Die Figur zeigt weiter, daß der Radius der Bahnen der Wasserteilchen $0a$, $1b$ usw. sehr viel kleiner ist als die Länge $a\,i$ der Welle, woraus folgt, daß auch bei sehr langen Wellen das einzelne Wasserteilchen sich niemals sehr weit von seiner Ruhelage entfernen kann, was auch durch die Beobachtung bestätigt wird.

Die Figur bezieht sich auf eine kreisförmige Bewegung der Wasserteilchen, wie sie bei den durch Wind hervorgerufenen Wellen auftritt; die aus ihr gezogenen Folgerungen können aber auch auf die Gezeitenwelle angewendet werden, bei der man nur die Kreise durch sehr langgestreckte Ellipsen zu ersetzen hat. So ist die Gezeitenströmung der Ausdruck für die kreisende Bewegung der Wasserteilchen, der Tidenhub ist die kleine, der Abstand der äußersten Punkte, bis wohin ein Wasserteilchen durch die Strömung nach der einen und der anderen Richtung geführt wird, ist die große Achse der elliptischen Bahn der Wasserteilchen. Nebenher sei erwähnt, daß die große Achse der Bahn eines Wasserteilchens das Vierfache der Maximal-Strömungsgeschwindigkeit in der Stunde ist, sodaß z. B. bei einer Maximalströmung von drei Knoten stündlich ein Wasserteilchen von einem Umkehrpunkte bis zum anderen einen Weg von 12 Sm zurücklegt.

§ 296. Wenn man die Kreisbewegung des Wasserteilchens in jedem Augenblicke in eine horizontale und eine vertikale Komponente zerlegt, so erkennt man aus der Figur, daß die erstere ein Maximum hat und die letztere $= 0$ ist, wenn das Wasserteilchen sich senkrecht über oder unter der Ruhelage, d. h. in der höchsten und in der niedrigsten Stellung befindet (in a, e und i). Andrerseits ist die horizontale Komponente $= 0$ und die vertikale im Maximum, wenn das Wasserteilchen das Niveau der Ruhelage passiert (in c und g). Auf die Gezeitenwelle angewendet, heißt dies, die stärkste Strömung in der einen oder anderen Richtung findet bei Hoch- und Niedrigwasser statt, und es ist keine Strömung oder Stillwasser vorhanden, wenn der Wasserstand das mittlere Niveau anzeigt, was eine viertel Periode vor und nach den Extremphasen stattfindet.

Dies ist scheinbar im Widerspruch mit der Beobachtung, die, wenigstens an der Küste, ergibt, daß der Stromwechsel mit den Extremphasen zusammenfällt. Sieht man aber genauer zu, so wird man fast überall größere oder geringere Unterschiede finden. So wechselt der Strom in der Elbe bei Cuxhaven $1^h\ 25^m$ später als Hochwasser und $1^h\ 30^m$ später als Niedrigwasser, und, soweit Beobachtungen vorliegen, läßt sich erkennen, daß tatsächlich im freien Meere fern von der Küste der Strom drei Stunden nach den Extremphasen wechselt. Daß dies in der Nähe der Küste und in Flußmündungen nicht mehr der Fall ist, hat seinen Grund in der Beeinflussung der Welle durch den ansteigenden Meeresboden und die Verengung des Mündungsgebietes der Flüsse. Die Theorie der Wellen zeigt, daß jedes Hindernis, das die Welle bei ihrem Fortschreiten findet, dahin wirkt, daß die Zeit des Stromwechsels der Zeit der vorhergehenden Extremphase genähert wird, bis sie mit ihr ganz zusammenfällt, wenn die Welle auf eine feste Schranke stößt, wie sie durch eine Küste dargestellt wird. Es muß daher dringend davor gewarnt werden, aus der Zeit des Stromwechsels einen Schluß auf die Zeit des Hoch- oder Niedrigwassers zu ziehen, wie das früher häufig geschah und auch wohl jetzt noch gelegentlich geschieht. Es muß für jeden Ort durch Beobachtung festgestellt werden, welche Beziehung zwischen der Zeit der Extremphasen und der Zeit des Stromwechsels stattfindet.

Aus der obigen Betrachtung geht hervor, daß der Strom eine halbe Periode hindurch aus der einen und die nächste halbe Periode aus der entgegengesetzten Richtung läuft. Dies ist auch meistens der Verlauf der Strömungserscheinungen; es gibt aber Gegenden der Erde, und sie sind nicht so gar selten, wo ein derartig regelmäßiger Wechsel der Stromrichtung nicht stattfindet, sondern ein allmählicher Übergang aus der einen in die andere Richtung beobachtet wird. Dabei bleibt die Stromgeschwindigkeit entweder stets dieselbe oder sie hat bei einer Richtung ein Maximum und bei der zu ihr senkrechten ein Minimum, hört aber nie ganz auf. Der Strom kommt in solchen Fällen nach und nach aus allen Richtungen der Windrose, und zwar ändert sich die Richtung in ganz bestimmtem Sinne. Die Regel, nach der diese Änderung vor sich geht, ist folgende: Denkt man sich, mit dem Flutstrom segelnd, d. h. mit demjenigen Strom, der den in der Fahrtrichtung liegenden Orten Hochwasser bringt, so dreht der Strom mit dem Uhrzeiger, wenn das Land auf der linken, und gegen den Uhrzeiger, wenn es auf der rechten Seite liegt. Demnach dreht im Englischen Kanal der Strom an der englischen Küste mit, an der französischen Küste gegen den Uhrzeiger. Ähnliche rotatorische (gegen den Uhrzeiger drehende) Strömungen findet man an der holländischen und deutschen Küste in einiger Entfernung von ihr und an vielen anderen Stellen der Erde. Die Ursache liegt nach der Wellentheorie in dem Umstande, daß fern von der Küste der



Stromwechsel eine viertel Periode nach den Extremphasen eintritt, an der Küste aber mit ihnen zusammenfällt, sodaß ein zwischen beiden Extremen liegender Punkt eine Zwischenstellung einnehmen muß.

§ 297. Als Beispiel, wie wichtig die Kenntnis der Gezeitenströmungen unter Umständen sein kann, möge eine kurze Darstellung der im Englischen Kanal und dem südlichen Teile der Nordsee, speziell in der Straße von Dover herrschenden Strömungen nach den Untersuchungen des Kapitäns Beechey gegeben werden.

Auf der Strecke von Start Point—Guernsey bis Cromer—Vlissingen richtet sich die Stromrichtung nach dem Wasserstande bei Dover. Bei Niedrigwasser zu Dover fließt der Flutstrom im Englischen Kanal nach Osten, in der südlichen Nordsee nach Südwesten; beide Strömungen treffen sich auf einer ziemlich scharf begrenzten Linie, die von Beachy Head nach Pointe d'Ailly führt. Dies bleibt so bis zur Zeit von Hochwasser bei Dover, nur verschiebt sich die Linie, auf der sich die Strömungen treffen, allmählich bis nach North Foreland—Dünkirchen. Bald nach Hochwasser bei Dover tritt im Kanal und dem in Rede stehenden Teile der Nordsee Stillwasser ein, mit Ausnahme des Teiles, der zwischen Beachy Head und North Foreland einerseits und Pointe d'Ailly und Dünkirchen andrerseits liegt, wo die Strömung aus Westen sich noch fortsetzt. Südlich von der Insel Wight (etwa von Start point bis nahe an Beachy Head) und in der südwestlichen Nordsee von Cromer bis zur Themse-Mündung bilden sich zwei große stromlose Gebiete, die durch die eben erwähnte Strömung in der Straße von Dover, von Kapitän Beechey »intermediate current« (Zwischenstrom) genannt, getrennt werden. Im Englischen Kanal beginnt dann der Ebbestrom mit rasch zunehmender Geschwindigkeit aus Osten, in der Nordsee aber aus Südwesten, zu laufen. Der letztere vereinigt sich mit dem noch aus Westen laufenden Zwischenstrom, und die Scheide beider Strömungen liegt wieder auf der Linie Beachy Head—Pointe d'Ailly. Die Stromscheide verschiebt sich nun wiederum nach Osten bis zu der oben genannten Grenze; es herrscht also jetzt in der Straße von Dover ein Zwischenstrom aus Osten, der auch noch fortdauert, nachdem bei Dover Niedrigwasser und im Kanal wie in der Nordsee Stillwasser eingetreten ist. Dabei bilden sich wieder die vorhin erwähnten großen stromlosen Gebiete bei der Insel Wight und nördlich von der Themse-Mündung. Im Kanal beginnt dann der Flutstrom wieder aus Westen, in der Nordsee aus Nordosten zu laufen. Letzterer vereinigt sich mit dem gleichgerichteten Zwischenstrom in der Straße von Dover, und die Stromscheide liegt wieder wie zu Anfang in der Linie Beachy Head—Pointe d'Ailly. Die Geschwindigkeit der Strömung ist eine sehr erhebliche (über 3 bis stellenweise 5 bis 6 Knoten), sodaß, wie man sieht, die Kenntnis dieser Verhältnisse für die Navigation von großer Wichtigkeit sein kann.

Diese Gezeitenströme sind kartographisch auf zwölf Blättern, die

jährlich den Gezeitentafeln beigegeben werden, dargestellt. Auch sei auf einen Atlas von zwölf Karten aufmerksam gemacht, der diese Erscheinungen in ausführlicherer und klarer Weise zur Anschauung bringt. Er ist von der Deutschen Seewarte bearbeitet und unter dem Titel: »Atlas der Gezeiten und Gezeitenströme für das Gebiet der Nordsee und der Britischen Gewässer. Hamburg 1905« erschienen.*) Neuerdings hat auch das englische Hydrographische Amt für dasselbe, jedoch weiter gefaßte Gebiet zwei Kartenwerke herausgegeben unter den Titeln: »Tidal streams in the British Channel« und »Tidal streams in the Northsea«. Die deutschen und englischen Gezeitentafeln enthalten außerdem in Form von Tabellen nebst zugehörigen Erläuterungen viele Angaben über die Strömungen in diesen Gebieten. Eine Erklärung der Erscheinungen auf Grund der Wellentheorie der Gezeiten ist in den »Annalen der Hydrographie« 1898 für den Englischen Kanal und die südliche Nordsee und im Jahrgang 1894 für den Irischen Kanal veröffentlicht worden.

Bezüglich der Strömungen in anderen Gegenden der Erde muß auf die speziellen Segelanweisungen verwiesen werden.

§ 298. Um die für die Vorausberechnung der Eintrittszeit und Höhe von Hoch- und Niedrigwasser wichtigen Größen: Hafenzeit, mittlerer Tidenhub, halbmonatliche Ungleichheit in Zeit und Höhe, sowie die für genauere Rechnungen notwendigen kleinen Korrektionen, die von der Abweichung und Parallaxe der Gestirne abhängen, für einen bestimmten Hafen zu erhalten, ist es notwendig, daselbst den Verlauf der Gezeiten durch längere Zeit zu beobachten.

Es ist bisher meistens als genügend angesehen worden, nur die Eintrittszeit und Höhe des Hoch- und Niedrigwassers zu beobachten. Dies pflegt in der Weise zu geschehen, daß von 5 zu 5 oder von 10 zu 10 Minuten während der Zeit von einer halben Stunde vor bis eine halbe Stunde nach der betreffenden Phase der Wasserstand an einem Pegel abgelesen und ins Beobachtungsbuch eingetragen wird. Dies Verfahren gibt die Zeit und Höhe dieser Phasen mit recht großer Schärfe, und solche Beobachtungen, über eine längere Zeit fortgesetzt, genügen zur Ermittlung der gewünschten Größen. Der Wert dieser Beobachtungen wird aber sehr vermehrt, wenn man zu beliebigen, aber genau angemerkten Zeiten zwischen der Maximal- und Minimalphase den Wasserstand aufschreibt, weil man dann imstande ist, die ganze Wasserstandskurve nachträglich aufzuzeichnen und diese nach der Methode der harmonischen Analyse (§ 294) zu bearbeiten.

Sehr viel wertvollere Resultate erhält man, wenn man jede Stunde (Tag und Nacht hindurch) den Wasserstand ablesen läßt,

*) Auch auf einzelnen der von der Deutschen Seewarte herausgegebenen Vierteljahrskarten für die Nordsee und Ostsee sowie den Monatskarten für den Nordatlantischen Ozean sind auf der Rückseite Stromkarten für die Nordsee, den Englischen, Bristol- und Irischen Kanal gegeben; ebenso in den vom Reichs-Marine-Amt herausgegebenen betreffenden Segelhandbüchern.



auch wenn dies nur über einen kurzen Zeitraum, z. B. 14 Tage, fortgesetzt werden kann. Das wertvollste, weil vollständigste Material wird aber durch selbstschreibende Flutmesser geliefert, die bereits an vielen Küstenpunkten in Tätigkeit sind.

Sind Besonderheiten in dem Verlauf der Gezeiten vorhanden, wie sie eingangs angedeutet worden sind, so werden diese durch den selbstschreibenden Flutmesser unmittelbar zur Anschauung gebracht, während man bei Beobachtung an einem Pegel sehr viel häufigere Ablesungen machen muß, als sonst nötig sein würde, um sie zu ermitteln.

Wie man aber auch immer die Gezeitenbeobachtungen anstellen mag, so darf niemals versäumt werden, den zur Ablesung oder zur Kontrolle des Registrierapparates benutzten Pegel an eine feste Höhenmarke, die man z. B. an einem Hause oder einem Felsen einmeißeln kann, anzuschließen, weil solche Marken zur Entscheidung der Frage nach der Hebung und Senkung der Landmassen von großer Wichtigkeit sind.

Zum Schluß sei noch auf die Werke von Hugo Lentz: Von der Fluth und Ebbe des Meeres. Hamburg 1873 und Fluth und Ebbe und die Wirkungen des Windes auf den Meeresspiegel. Hamburg 1879 hingewiesen, die die Gezeitenerscheinungen klar und ausführlich behandeln, sowie auf die Aufsätze von Prof. Dr. Börgen: Über die Gezeiten, Verhandlungen des elften Geographentages. Berlin 1895 und Die Harmonische Analyse der Gezeitenbeobachtungen, Annalen der Hydrographie usw. 1884 und 1889.

D. Die Bedeutung der Gezeiten für die Schiffsführung.

§ 299. Den Gezeiten ist bei der Schiffsführung aus verschiedenen Gründen Beachtung zu schenken.

Auf See macht sich die Gezeitenbewegung einerseits durch die von dem Heben und Senken des Wasserspiegels bedingte Veränderlichkeit der Wassertiefe, die bei der Beurteilung von Lotungen zu berücksichtigen ist (Bd. I § 141), andrerseits durch eine von den Gezeitenströmungen herrührende Stromversetzung bemerkbar. Die Verschiedenheit, die die Gezeitenbewegung schon an nicht besonders weit auseinander liegenden Orten zeigt (z. B. § 297), beweist, daß die Annahme, daß die von den Gezeitenströmungen abhängigen Stromversetzungen sich während eines Etmals ungefähr aufheben, nicht immer zutreffend ist. Die auf diese Strömungen bezüglichen Angaben in den Karten, Segelhandbüchern und Gezeitentafeln beanspruchen vielmehr volle Aufmerksamkeit, wenn folgenschwere Irrtümer ausgeschlossen sein sollen.

Beim Einsteuern in Häfen oder Fahrwasser ist als Regel anzusehen, daß man in schwierige oder ungenügend bekannte Fahrwasser mit steigendem Wasser einläuft. Der geringe Wasserstand kurz nach Niedrigwasser läßt die Schwierigkeiten des Fahrwassers



besser erkennen und oft Hindernisse, die später von Wasser bedeckt sind, noch deutlich hervortreten. Ein Schiff, das bei steigendem Wasser festgekommen ist, hat Aussicht, durch die Zunahme des Wasserstandes wieder flott zu werden, während ein bei fallendem Wasser festgekommenes Schiff durch die Abnahme des stützenden Wassers ernstlich gefährdet werden kann. Der Tiefgang des Schiffes nötigt manchmal dazu, für das Passieren von Barren oder seichten Stellen den Eintritt des Hochwassers abzuwarten. Man folge auch dann der vorstehenden Regel und nähere sich der zu passierenden Untiefe bei steigendem Wasser.

Die Strömungen, die von den Gezeiten herrühren, sind in schmalen Fahrwassern meist beträchtlich stärker als die Gezeitenströmungen in offener See. Die Kenntnis ihrer Richtung und Stärke ist für das Manövrieren des Schiffes besonders beim Ankern, Einlaufen in Einfahrten und Festmachen an Bollwerken von Wichtigkeit.

Grobe Irrtümer in betreff der Eintrittszeit und Höhe der Gezeiten, sowie der Richtung und Stärke der Gezeitenströmungen können verhängnisvolle Folgen nach sich ziehen. Man darf sich daher nicht auf Berechnungen verlassen, die auf fragwürdigen Grundlagen beruhen, sondern hat sich vielmehr aller an Ort und Stelle erhältlichen Aufschlüsse über die örtlichen Verhältnisse der Gezeitenbewegung zu bedienen. Man muß sich gegenwärtig halten, daß selbst die sorgfältigste Berechnung die oft sehr beträchtliche Einwirkung des Windes auf die Gezeiten nicht berücksichtigen kann, sodaß für die Zwecke der Schiffahrt eine unter allen Umständen genaue und zuverlässige Vorausberechnung der Gezeiten überhaupt ausgeschlossen ist.

Der Zweck der Vorausberechnung von Hoch- und Niedrigwasser ist nach vorstehendem, sich Klarheit über folgende Punkte zu verschaffen:

1. Welchen Stromversetzungen ist das Schiff auf einem während einer bestimmten Zeit zurückgelegten Wege ausgesetzt gewesen bzw. welche Stromversetzungen sind auf einem während einer bestimmten Zeit noch zurückzulegenden Wege zu erwarten?
2. Welche Berichtigungen sind auf die an einem gegebenen Ort zu gegebener Zeit gemachten Lotungen anzuwenden, um diese mit den auf einen bestimmten Wasserstand bezogenen Kartenangaben in Einklang zu bringen? (Bd. I § 141 u. Anh. Tab. V.)
3. Während welcher Zeit hat man, z. B. beim Einlaufen in einen Hafen oder dem Passieren einer Barre, einen um ein gewisses Maß höheren Wasserstand zu gewärtigen, als die Karten angeben? (Bd. I § 141.)



Anhang.

Tabelle 1.*)

Tabelle der Differenz „Scheinbare Höhe minus wahre Höhe des Mondes“.

(Zur Berechnung der Monddistanzen nach der Methode von Elford).

(Zu Seite 394.)

Wahre Mondhöhe	Horizontalparallaxe							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
5°	42,7′	43,6′	44,6′	45,6′	46,5′	47,5′	48,5′	49,5′
6	44,3	45,3	46,3	47,3	48,2	49,2	50,1	51,1
7	45,5	46,5	47,5	48,5	49,4	50,4	51,4	52.3
8	46,4	47,4	48,4	49,4	50,3	51.3	52,3	53,3
9	47,1	48,0	49,0	50,0	51,0	52,0	52,9	53,9
10	47,6	48,6	49,6	50,6	51,6	52,5	53,5	54,5
11	48,0	49,0	50,0	50,9	51,9	52,9	53,8	54,8
12	48,3	49,3	50,2	51,2	52,1	53,1	54,1	55,1
13	48,5	49,5	50.4	51,4	52,4	53,3	54,3	55,3
14	48,6	49,6	50,5	51.5	52,5	53,4	54,4	55,4
15	48,6	49,6	50.5	51,5	52,5	53,4	54,4	55,4
16	48,6	49,6	50,5	51,5	52,4	53,4	54,4	55,4
17	48,6	49,6	50,5	51,5	52.4	53,4	54,3	55,3
18	48,5	49,5	50.4	51,4	52,3	53,3	54,2	55,2
19	48,4	49,4	50,3	51,3	52,2	53,2	54,1	55,1
20	48,3	49,3	50,2	51,1	52.1	53,0	54,0	54.9
21	48,1	49,1	50.0	51,0	51,9	52,8	53,7	54,7
22	47,9	48,8	49,8	50,7	51,7	52,6	53,5	54,5
23	47,7	48.6	49,6	50,5	51,5	52,4	53,3	54,2
24	47,4	48,3	49,3	50,2	51,2	52,1	53,0	53,9
25	47,1	48,1	49,0	49,9	50,9	51,8	52,7	53,6
26	46,8	47,8	48,7	49,6	50,5	51,4	52,3	53,2
27	46,5	47,4	48,3	49,2	50,1	51,0	51,9	52,8
28	46,2	47,1	48,0	48,9	49,8	50,7	51,6	52,4
29	45,8	46,7	47,6	48,5	49,4	50,3	51,2	52,0
30	45,4	46,3	47,2	48,1	49,0	49,8	50,7	51,6
31	45,0	45,9	46,8	47,6	48.5	49,4	50.3	51,1
32	44,6	45,5	46,4	47,2	48,1	48 9	49,8	50,6
33	44,2	45,1	45,9	46,7	47,5	48,4	49,2	50,1
34	43,7	44,6	45,4	46,3	47,1	47,9	48,7	49,6
35	43,2	44,0	44,8	45.7	46,5	47,4	48,2	49,1
36	42,7	43,5	44,3	45,2	46,0	46,8	47,6	48,5
37	42,2	43,0	43,8	44,7	45,5	46,3	47,1	47,9
38	41,7	42,5	43,3	44,1	44,9	45,7	46,5	47,3
39	41,2	42,0	42,8	43,5	44,3	45,1	45,9	46,7
40	40,6	41,4	42,2	43,0	43,8	44,6	45,4	46,1
41	40,1	40,9	41,7	42,4	43.2	43,9	44,7	45,4
42	39,5	40,2	41,0	41,7	42,5	43,3	44,0	44,8
43	38,9	39,6	40,4	41,1	41,8	42,6	43,3	44,1
44	38,2	38,9	39,6	40,4	41,1	41,9	42,6	43,4
45	37,6	38,3	39,0	39,7	40,5	41,2	42,0	42,7

Wahre Mondhöhe	Horizontalparallaxe							
	54′	55′	56′	57′	58′	59′	60′	61′
45°	37,6′	38,3′	39,0′	39,7′	40,5′	41,2′	42,0′	42,7′
46	37,0	37,7	38,4	39,1	39,8	40,5	41,2	42,0
47	36,3	37,0	37,7	38,4	39,1	39,8	40,5	41,2
48	35,6	36,3	37,0	37,7	38,4	39,1	39.8	40,5
49	35,0	35,6	36,3	36,9	37,6	38,3	39,0	39,7
50	34,3	34,9	35,5	36,2	36,8	37,5	38,2	38,9
51	33,6	34,2	34,9	35,5	36,1	36,8	37,4	38,1
52	32,9	33,5	34,1	34,7	35,4	36,0	36,6	37,3
53	32,2	32,8	33,4	34,0	34,6	35,2	35,8	36,5
54	31,5	32,1	32,7	33,3	33,9	34.5	35,1	35,7
55	30,7	31,2	31,8	32,4	33,0	33,6	34,2	34,8
56	29,9	30,4	31,0	31,6	32,2	32,8	33,4	34,0
57	29,2	29,7	30,3	30,8	31,4	31,9	32,5	33,1
58	28,4	28,9	29,4	30,0	30,5	31,1	31,6	32,2
59	27,6	28,1	28,6	29,1	29,7	30,2	30,7	31,3
60	26,8	27,3	27,8	28,3	28,8	29,3	29,8	30,4
61	26,0	26,5	27,0	27,5	28,0	28,5	29,0	29,5
62	25,2	25,6	26,1	26,6	27,1	27,6	28,1	28,6
63	24,4	24,8	25,3	25,8	26,2	26,7	27,2	27,7
64	23,5	23,9	24,4	24.9	25,3	25,8	26,2	26,7
65	22,7	23,1	23,5	23,9	24,4	24,8	25.2	25,7
66	21,9	22,3	22,7	23,1	23,5	23,9	24,3	24,8
67	21,0	21,4	21,8	22,2	22.6	23,0	23,4	23,8
68	20.1	20,4	20,8	21,2	21,6	22,0	22.4	22,8
69	19,3	19,6	20,0	20,3	20,7	21,1	21.4	21,8
70	18,4	18,7	19.1	19,4	19,8	20,1	20,5	20,9
71	17,5	17,8	18,2	18,5	18,9	19,2	19,5	19,9
72	16,6	16,9	17,2	17,5	17,8	18,1	18,4	18,8
73	15.7	16,0	16,3	16,6	16,9	17,2	17,5	17,8
74	14,9	15,1	15,4	15,7	15,9	16,2	16,5	16,8
75	14,0	14,2	14,5	14,7	15,0	15,2	15,5	15,8
76	13,0	13,2	13,5	13,7	14,0	14,2	14,5	14,8
77	12,1	12,3	12,6	12,8	13,1	13,3	13,6	13,8
78	11,2	11,4	11,6	11,9	12,1	12,3	12,5	12,7
79	10,3	10,4	10,6	10,8	11,0	11,2	11,4	11,6
80	9,4	9,5	9,7	9,9	10,0	10,2	10,4	10,6
81	8,4	8,5	8,7	8,9	9,0	9,2	9,4	9,6
82	7,5	7,6	7,8	7,9	8,1	8,2	8,3	8,5
83	6,5	6,6	6,8	6,9	7,0	7,1	7,2	7,4
84	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0	6,1	6,2	6,4
85	4,7	4,8	4,9	5,0	5,1	5,2	5,2	5,3
86	3,7	3,8	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2	4,3
87	2,8	2,8	2,9	2.9	3,0	3,1	3,1	3,2
88	1,9	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0	2,1	2,1
89	0,9	0,9	0.9	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1
90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Der Tafelwert ist stets von der wahren Höhe des Mondes abzuziehen.

*) Diese Tabelle ist teilweise aus der »Nautischen Tafelsammlung« von Dr. F. Bolte entnommen worden.

Tabelle 2.

Tabelle der Verbesserung III.

(Zur Berechnung der Monddistanzen nach der Methode von Elford).

(Zu Seite 393.)

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	Scheinbare Distanz 30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
6°	6°	1' 19''	1' 17''	1' 16''	1' 16''	1' 17''	1' 19''	1' 22''	1' 26''	1' 31''	1' 34''	1' 38''	1' 47''	1' 56''	2' 4''	2' 13''	2' 24''	2' 35''	2' 47''	3' 1''
	7	1 23	1 20	1 18	1 18	1 19	1 21	1 24	1 28	1 32	1 37	1 42	1 49	1 58	2 6	2 15	2 25	2 37	2 50	3 4
	8	1 29	1 25	1 23	1 22	1 22	1 24	1 27	1 31	1 35	1 40	1 46	1 53	2 1	2 9	2 18	2 29	2 41	2 53	3 7
	9	1 36	1 31	1 28	1 27	1 27	1 28	1 31	1 35	1 39	1 44	1 50	1 57	2 4	2 13	2 22	2 33	2 45	2 57	3 11
	10	1 44	1 38	1 35	1 34	1 33	1 34	1 36	1 40	1 45	1 50	1 55	2 1	2 8	2 16	2 26	2 37	2 50	3 3	3 17
	12	2 10	1 58	1 52	1 51	1 50	1 50	1 51	1 54	1 58	2 3	2 8	2 14	2 21	2 29	2 39	2 51	3 4	3 18	3 33
	14	2 35	2 19	2 11	2 9	2 7	2 6	2 6	2 8	2 12	2 17	2 22	2 28	2 35	2 43	2 52	3 4	3 18	3 33	3 50
	16	3 1	2 39	2 31	2 28	2 25	2 23	2 22	2 23	2 26	2 30	2 36	2 42	2 49	2 57	3 6	3 18	3 32	3 48	4 6
	18	3 26	3 5	2 53	2 47	2 43	2 40	2 38	2 39	2 41	2 45	2 50	2 56	3 3	3 11	3 20	3 32	3 47	4 4	4 23
	20	3 52	3 31	3 17	3 8	3 1	2 57	2 54	2 54	2 56	3 0	3 5	3 11	3 17	3 25	3 35	3 48	4 3	4 20	4 40
	25	4 56	4 31	4 12	3 58	3 47	3 41	3 37	3 35	3 35	3 38	3 42	3 47	3 54	4 2	4 13	4 27	4 43	5 1	5 23
	30	6 1	5 31	5 6	4 47	4 33	4 24	4 19	4 16	4 14	4 16	4 19	4 24	4 31	4 40	4 51	5 5	5 23	5 43	6 7
	35	.	.	5 56	5 34	5 17	5 5	4 59	4 55	4 52	4 52	4 54	4 59	5 7	5 16	5 28	5 43	6 1	6 23	6 50
	40	.	.	6 40	6 18	6 0	5 46	5 36	5 30	5 28	5 26	5 28	5 33	5 41	5 51	6 3	6 19	6 38	7 2	7 31
	45	.	.	.	.	6 39	6 24	6 12	6 4	6 0	5 58	5 59	6 4	6 12	6 22	6 35	6 52	7 12	7 37	8 9
	50	.	.	.	.	7 13	6 57	6 45	6 36	6 30	6 28	6 29	6 33	6 41	6 51	7 4	7 21	7 44	8 11	8 44
	55	.	.	.	.	.	.	7 14	7 3	6-56	6 53	6 55	7 0	7 7	7 17	7 31	7 49	8 13	.	.
	60	.	.	.	.	.	.	7 38	7 27	7 20	7 17	7 18	7 23	7 30	7 40	7 55	8 14	8 38	.	.
	65	.	.	.	.	.	.	.	.	7 40	7 37	7 38	7 43	7 51	8 2	8 16	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	.	.	7 58	7 55	7 55	8 0	8 8	8 19	8 34	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	8 7	8 13	8 20	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	8 16	8 22	8 29	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	8 28	.	.	.	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	Scheinbare Distanz 30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
7°	7°	1′ 19″	1′ 17″	1′ 16″	1′ 16″	1′ 17″	1′ 19″	1′ 22″	1′ 26″	1′ 31″	1′ 36″	1′ 41″	1′ 48″	1′ 56″	2′ 4″	2′ 13″	2′ 23″	2′ 35″	2′ 48″	3′ 2″
	8	1 22	1 20	1 18	1 17	1 18	1 20	1 23	1 27	1 32	1 37	1 43	1 50	1 57	2 5	2 15	2 25	2 37	2 50	3 5
	9	1 26	1 24	1 22	1 21	1 21	1 23	1 26	1 30	1 35	1 40	1 46	1 53	2 0	2 9	2 18	2 28	2 40	2 53	3 8
	10	1 30	1 28	1 26	1 25	1 25	1 27	1 30	1 34	1 38	1 43	1 49	1 55	2 3	2 11	2 21	2 32	2 44	2 56	3 11
	12	1 49	1 44	1 41	1 39	1 38	1 39	1 41	1 44	1 48	1 53	1 59	2 6	2 13	2 21	2 31	2 42	2 54	3 7	3 23
	14	2 9	2 1	1 56	1 53	1 51	1 51	1 52	1 55	1 59	2 4	2 9	2 16	2 23	2 31	2 41	2 52	3 5	3 19	3 35
	16	2 29	2 19	2 12	2 7	2 5	2 4	2 4	2 7	2 11	2 15	2 20	2 26	2 33	2 42	2 52	3 4	3 17	3 31	3 48
	18	2 49	2 36	2 28	2 23	2 19	2 18	2 17	2 19	2 23	2 27	2 32	2 37	2 44	2 53	3 3	3 15	3 29	3 44	4 2
	20	3 10	2 55	2 45	2 38	2 34	2 31	2 30	2 32	2 35	2 39	2 44	2 50	2 56	3 4	3 15	3 27	3 41	3 57	4 16
	25	4 4	3 44	3 30	3 20	3 12	3 7	3 4	3 5	3 7	3 10	3 15	3 20	3 27	3 36	3 46	3 59	4 14	4 32	4 53
	30	5 0	4 34	4 15	4 1	3 51	3 44	3 40	3 39	3 40	3 42	3 46	3 51	3 58	4 7	4 18	4 32	4 48	5 7	5 30
	35	.	.	4 57	4 40	4 28	4 20	4 15	4 13	4 12	4 13	4 16	4 21	4 29	4 38	4 49	5 4	5 22	5 43	6 8
	40	.	.	5 36	5 18	5 4	4 54	4 48	4 44	4 42	4 42	4 44	4 49	4 58	5 8	5 19	5 34	5 54	6 17	6 43
	45	.	.	.	.	5 37	5 25	5 18	5 13	5 10	5 9	5 11	5 16	5 25	5 35	5 47	6 3	6 24	6 48	7 15
	50	.	.	.	.	6 6	5 54	5 46	5 40	5 35	5 33	5 36	5 42	5 50	6 0	6 13	6 30	6 51	7 16	7 45
	55	.	.	.	.	.	.	6 10	6 2	5 58	5 57	5 59	6 4	6 13	6 24	6 37	6 54	7 16	.	.
	60	.	.	.	.	.	.	6 31	6 23	6 18	6 17	6 20	6 25	6 33	6 44	6 58	7 16	7 38	.	.
	65	.	.	.	.	.	.	.	.	6 35	6 34	6 37	6 43	6 51	7 2	7 16	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	.	.	6 50	6 47	6 50	6 56	7 5	7 16	7 30	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	7 1	7 8	7 16	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	7 9	7 16	7 23	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	7 21	.	.	.	.	.	.	.
8°	8	1 19	1 17	1 15	1 15	1 17	1 19	1 22	1 26	1 31	1 36	1 41	1 48	1 56	2 4	2 13	2 24	2 36	2 49	3 4
	9	1 20	1 19	1 18	1 18	1 18	1 20	1 23	1 27	1 32	1 37	1 43	1 50	1 57	2 5	2 15	2 26	2 37	2 50	3 6
	10	1 22	1 21	1 20	1 20	1 20	1 22	1 26	1 30	1 34	1 39	1 45	1 52	2 0	2 8	2 17	2 28	2 40	2 53	3 7
	12	1 34	1 31	1 29	1 29	1 30	1 32	1 34	1 37	1 41	1 47	1 53	2 0	2 7	2 15	2 24	2 35	2 48	3 2	3 16
	14	1 49	1 44	1 41	1 40	1 40	1 41	1 43	1 46	1 49	1 54	2 1	2 7	2 14	2 22	2 32	2 43	2 56	3 10	3 26
	16	2 5	1 58	1 53	1 51	1 50	1 51	1 52	1 54	1 57	2 2	2 9	2 15	2 22	2 31	2 41	2 52	3 5	3 20	3 36
	18	2 21	2 12	2 6	2 2	2 1	2 1	2 2	2 4	2 7	2 12	2 18	2 24	2 31	2 40	2 50	3 2	3 14	3 29	3 47
	20	2 38	2 28	2 20	2 15	2 13	2 12	2 12	2 14	2 18	2 22	2 27	2 33	2 40	2 49	2 59	3 10	3 24	3 40	3 58

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
		Scheinbare Distanz																		
(8°)	20°	2′ 38″	2′ 28″	2′ 20″	2′ 15″	2′ 13″	2′ 12″	2′ 12″	2′ 14″	2′ 18″	2′ 22″	2′ 27″	2′ 33″	2′ 40″	2′ 49″	2′ 59″	3′ 10″	3′ 24″	3′ 40″	3′ 58″
	25	3 24	3 9	2 57	2 49	2 45	2 42	2 40	2 42	2 45	2 49	2 53	2 59	3 5	3 14	3 25	3 37	3 52	4 9	4 29
	30	4 11	3 51	3 35	3 24	3 18	3 13	3 10	3 11	3 18	3 16	3 20	3 25	3 32	3 41	3 52	4 5	4 21	4 39	5 1
	35	.	.	4 11	3 59	3 50	3 44	3 41	3 40	3 40	3 42	3 45	3 50	3 58	4 7	4 19	4 33	4 50	5 10	5 34
	40	.	.	4 45	4 31	4 20	4 14	4 10	4 7	4 6	4 7	4 10	4 16	4 24	4 33	4 45	5 0	5 19	5 41	6 6
	45	.	.	.	.	4 48	4 41	4 36	4 32	4 30	4 30	4 33	4 39	4 48	4 58	5 10	5 26	5 45	6 7	6 34
	50	.	.	.	.	5 13	5 5	4 59	4 54	4 52	4 52	4 55	5 1	5 10	5 20	5 33	5 49	6 9	6 32	6 59
	55	.	.	.	.	.	.	5 20	5 14	5 12	5 13	5 16	5 22	5 30	5 41	5 54	6 11	6 31	.	.
	60	.	.	.	.	.	.	5 38	5 32	5 29	5 30	5 34	5 40	5 48	5 58	6 12	6 29	6 50	.	.
	65	.	.	.	.	.	.	.	.	5 44	5 44	5 48	5 54	6 8	6 14	6 27	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	.	.	5 57	5 56	5 59	6 5	6 15	6 27	6 40	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	6 8	6 15	6 24	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	6 16	6 23	6 31	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
9°	9	1 19	1 16	1 15	1 16	1 18	1 20	1 23	1 27	1 32	1 37	1 42	1 49	1 56	2 4	2 13	2 24	2 37	2 51	3 5
	10	1 20	1 17	1 16	1 17	1 18	1 21	1 24	1 28	1 32	1 37	1 43	1 50	1 58	2 6	2 14	2 25	2 38	2 51	3 5
	12	1 27	1 24	1 23	1 24	1 25	1 27	1 30	1 33	1 37	1 42	1 48	1 55	2 2	2 10	2 20	2 31	2 44	2 58	3 12
	14	1 36	1 33	1 31	1 31	1 32	1 34	1 36	1 39	1 43	1 48	1 54	2 1	2 8	2 16	2 26	2 37	2 50	3 5	3 20
	16	1 48	1 43	1 40	1 39	1 40	1 41	1 43	1 46	1 49	1 54	2 0	2 7	2 15	2 23	2 32	2 43	2 57	3 12	3 28
	18	2 2	1 54	1 50	1 49	1 49	1 50	1 51	1 53	1 56	2 1	2 7	2 14	2 22	2 30	2 40	2 51	3 4	3 19	3 37
	20	2 16	2 8	2 2	1 59	1 58	1 58	1 59	2 2	2 5	2 9	2 15	2 22	2 29	2 38	2 48	2 59	3 12	3 28	3 46
	25	2 55	2 43	2 33	2 27	2 25	2 24	2 23	2 25	2 28	2 32	2 37	2 43	2 51	3 0	3 10	3 22	3 36	3 53	4 12
	30	3 34	3 18	3 6	2 58	2 53	2 50	2 49	2 50	2 53	2 57	3 1	3 7	3 14	3 23	3 34	3 47	4 2	4 20	4 41
	35	.	.	3 36	3 27	3 21	3 17	3 15	3 15	3 17	3 20	3 24	3 30	3 37	3 46	3 58	4 12	4 28	4 47	5 10
	40	.	.	4 7	3 56	3 48	3 43	3 41	3 40	3 40	3 42	3 46	3 52	4 0	4 9	4 21	4 36	4 54	5 15	5 39
	45	.	.	.	.	4 12	4 7	4 4	4 2	4 1	4 3	4 7	4 13	4 21	4 31	4 43	4 58	5 17	5 39	6 4
	50	.	.	.	.	4 34	4 28	4 24	4 22	4 21	4 23	4 26	4 32	4 40	4 50	5 3	5 19	5 38	6 1	6 27
	55	.	.	.	.	.	.	4 48	4 39	4 38	4 40	4 44	4 50	4 58	5 8	5 21	5 37	5 58	.	.
	60	.	.	.	.	.	.	4 59	4 55	4 53	4 55	5 0	5 6	5 14	5 25	5 38	5 55	6 15	.	.
	65	.	.	.	.	.	.	.	.	5 7	5 8	5 12	5 18	5 27	5 38	5 52	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	.	.	5 20	5 19	5 22	5 28	5 38	5 50	6 4	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	5 31	5 37	5 47	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	5 38	5 44	5 53	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare kleinere Höhe	Scheinbare größere Höhe	Scheinbare Distanz 30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
10°	10°	1' 19"	1' 15"	1' 14"	1' 16"	1' 18"	1' 20"	1' 23"	1' 27"	1' 32"	1' 37"	1' 43"	1' 49"	1' 56"	2' 4"	2' 13"	2' 24"	2' 38"	2' 52"	3' 6"
	12	1 23	1 20	1 18	1 19	1 21	1 23	1 25	1 29	1 34	1 40	1 46	1 52	1 59	2 7	2 16	2 27	2 41	2 55	3 9
	14	1 30	1 25	1 23	1 24	1 26	1 28	1 30	1 34	1 39	1 44	1 50	1 56	2 3	2 12	2 21	2 32	2 45	2 59	3 15
	16	1 39	1 34	1 31	1 31	1 32	1 34	1 36	1 40	1 44	1 49	1 54	2 0	2 8	2 17	2 27	2 38	2 51	3 6	3 23
	18	1 52	1 45	1 41	1 41	1 41	1 42	1 43	1 46	1 51	1 56	2 1	2 7	2 15	2 24	2 33	2 44	2 58	3 14	3 31
	20	2 5	1 57	1 52	1 51	1 50	1 51	1 51	1 53	1 57	2 2	2 8	2 15	2 22	2 31	2 41	2 53	3 6	3 21	3 40
	25	2 36	2 26	2 19	2 16	2 14	2 13	2 13	2 15	2 19	2 24	2 29	2 35	2 42	2 51	3 1	3 13	3 29	3 46	4 5
	30	3 9	2 57	2 48	2 41	2 38	2 36	2 36	2 37	2 40	2 45	2 50	2 56	3 3	3 12	3 23	3 37	3 52	4 10	4 30
	35	3 40	3 27	3 17	3 8	3 3	3 0	2 59	3 0	3 2	3 6	3 11	3 17	3 24	3 33	3 45	3 59	4 16	4 35	4 56
	40	4 10	3 55	3 43	3 33	3 27	3 23	3 21	3 21	3 23	3 26	3 31	3 38	3 46	3 55	4 6	4 20	4 38	4 58	5 22
	45	.	.	4 6	3 56	3 49	3 44	3 41	3 41	3 43	3 46	3 50	3 56	4 4	4 14	4 25	4 40	4 59	5 21	5 46
	50	.	.	4 29	4 18	4 10	4 4	4 1	4 0	4 1	4 4	4 9	4 14	4 21	4 31	4 43	4 58	5 18	5 41	6 8
	55	.	.	.	.	4 28	4 21	4 18	4 16	4 16	4 19	4 24	4 30	4 37	4 47	5 0	5 16	5 36	.	.
	60	.	.	.	.	4 45	4 38	4 34	4 32	4 31	4 33	4 37	4 43	4 51	5 2	5 15	5 32	5 53	.	.
	65	.	.	.	.	.	.	4 46	4 43	4 42	4 45	4 50	4 56	5 4	5 14	5 27	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	4 58	4 54	4 53	4 55	5 0	5 6	5 14	5 25	5 41	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	.	.	5 3	5 5	5 8	5 13	5 21	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	5 9	5 10	5 14	5 20	5 29	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	5 17	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	5 19	.	.	.	.	.	.	.	.
12°	12	1 18	1 16	1 15	1 16	1 18	1 20	1 23	1 27	1 32	1 37	1 42	1 49	1 56	2 4	2 13	2 24	2 38	2 53	3 8
	14	1 20	1 18	1 17	1 18	1 20	1 22	1 25	1 29	1 34	1 39	1 44	1 50	1 58	2 7	2 16	2 27	2 40	2 54	3 10
	16	1 26	1 22	1 21	1 22	1 24	1 26	1 28	1 33	1 38	1 42	1 47	1 54	2 1	2 9	2 19	2 30	2 43	2 58	3 14
	18	1 33	1 29	1 27	1 27	1 28	1 30	1 33	1 37	1 41	1 46	1 51	1 58	2 5	2 14	2 24	2 35	2 48	3 3	3 20
	20	1 41	1 36	1 34	1 34	1 35	1 36	1 38	1 41	1 45	1 50	1 56	2 3	2 10	2 19	2 29	2 40	2 54	3 9	3 27
	25	2 5	1 59	1 55	1 53	1 53	1 53	1 54	1 57	2 1	2 6	2 11	2 18	2 25	2 34	2 44	2 56	3 11	3 27	3 46
	30	2 29	2 21	2 15	2 12	2 11	2 11	2 12	2 15	2 18	2 22	2 27	2 34	2 41	2 50	3 1	3 14	3 30	3 47	4 7
	35	2 52	2 43	2 37	2 33	2 30	2 29	2 30	2 32	2 34	2 38	2 43	2 50	2 59	3 8	3 18	3 32	3 49	4 8	4 29
	40	3 13	3 5	2 58	2 52	2 48	2 47	2 48	2 50	2 52	2 55	3 0	3 7	3 15	3 24	3 35	3 49	4 6	4 26	4 49
	45	.	.	3 17	3 10	3 6	3 4	3 4	3 6	3 8	3 11	3 16	3 23	3 31	3 40	3 51	4 6	4 25	4 46	5 8
	50	.	.	3 35	3 26	3 22	3 20	3 19	3 20	3 22	3 26	3 31	3 38	3 47	3 55	4 6	4 22	4 41	.	.
	55	.	.	.	.	3 38	3 35	3 33	3 33	3 35	3 38	3 43	3 50	3 59	4 9	4 21	4 36	4 56	.	.
	60	.	.	.	.	3 52	3 47	3 45	3 45	3 46	3 50	3 55	4 2	4 11	4 22	4 35	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare kleinere Höhe	Scheinbare größere Höhe	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
(12°)	60°	.	.	.	.	3′ 52″	3′ 47″	3′ 45″	3′ 45″	3′ 46″	3′ 50″	3′ 55″	4′ 2″	4′ 11″	4′ 22″	4′ 35″	.	.	.	.
	65	.	.	.	.	.	.	3 56	3 55	3 56	4 0	4 5	4 12	4 22	4 33	4 46	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	4 4	4 3	4 5	4 8	4 13	4 20	4 29	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	.	.	4 12	4 15	4 19	4 26	4 35	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	4 17	4 20	4 24	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	4 27	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
14°	14	1′ 17″	1′ 15″	1′ 15″	1′ 16″	1 17	1 20	1 23	1 27	1 32	1 37	1 42	1 48	1 56	2 4	2 14	2′ 26″	2′ 39″	2′ 53″	3′ 9″
	16	1 20	1 18	1 17	1 17	1 18	1 20	1 24	1 29	1 34	1 39	1 44	1 51	1 58	2 6	2 16	2 28	2 41	2 55	3 11
	18	1 23	1 21	1 20	1 20	1 21	1 23	1 26	1 31	1 36	1 41	1 47	1 53	2 0	2 9	2 19	2 31	2 44	2 59	3 15
	20	1 28	1 25	1 23	1 24	1 26	1 28	1 31	1 35	1 39	1 44	1 50	1 57	2 4	2 12	2 22	2 34	2 47	3 2	3 20
	25	1 43	1 40	1 38	1 38	1 39	1 40	1 42	1 46	1 51	1 56	2 1	2 7	2 14	2 23	2 33	2 45	3 0	3 16	3 34
	30	2 3	1 58	1 55	1 54	1 53	1 53	1 55	1 58	2 3	2 8	2 13	2 19	2 27	2 36	2 46	2 58	3 14	3 32	3 51
	35	2 20	2 14	2 11	2 9	2 7	2 8	2 10	2 12	2 16	2 21	2 26	2 32	2 40	2 49	2 59	3 12	3 29	3 47	4 8
	40	2 36	2 31	2 27	2 24	2 22	2 22	2 23	2 25	2 28	2 32	2 38	2 45	2 54	3 3	3 13	3 27	3 44	4 3	4 25
	45	.	2 46	2 42	2 38	2 36	2 35	2 36	2 38	2 41	2 45	2 51	2 59	3 8	3 17	3 27	3 41	3 59	4 19	4 42
	50	.	.	2 56	2 52	2 50	2 48	2 49	2 51	2 54	2 58	3 3	3 11	3 21	3 30	3 40	3 54	4 13	4 36	.
	55	.	.	.	3 5	3 2	3 0	3 0	3 1	3 4	3 8	3 13	3 21	3 31	3 41	3 52	4 6	4 26	.	.
	60	.	.	.	.	3 14	3 12	3 11	3 12	3 15	3 19	3 24	3 31	3 41	3 51	4 2	4 15	.	.	.
	65	.	.	.	.	.	3 22	3 20	3 21	3 23	3 27	3 33	3 40	3 50	4 1	4 13	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	3 27	3 27	3 29	3 33	3 40	3 48	3 58	4 9	.	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	.	3 33	3 35	3 40	3 46	3 54	4 3	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	3 40	3 44	3 50	3 58	4 8	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	3 48	3 53	4 0	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	3 56	.	.	.	.	.	.	.	.
16°	16	1 17	1 16	1 15	1 15	1 16	1 18	1 21	1 26	1 32	1 37	1 42	1 49	1 56	2 4	2 13	2 25	2 39	2 54	3 10
	18	1 18	1 16	1 15	1 16	1 18	1 20	1 23	1 28	1 34	1 39	1 44	1 50	1 57	2 6	2 16	2 28	2 41	2 56	3 12
	20	1 20	1 18	1 17	1 18	1 20	1 22	1 25	1 30	1 35	1 41	1 47	1 53	1 59	2 7	2 18	2 30	2 44	2 59	3 16
	25	1 31	1 28	1 26	1 27	1 29	1 30	1 33	1 37	1 42	1 47	1 53	1 59	2 7	2 16	2 26	2 38	2 52	3 8	3 27

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
		Scheinbare Distanz																		
(16°)	25°	1′ 31″	1′ 28″	1′ 26″	1′ 27″	1′ 29″	1′ 30″	1′ 33″	1′ 37″	1′ 42″	1′ 47″	1′ 53″	1′ 59″	2′ 7″	2′ 16″	2′ 26″	2′ 38″	2′ 52″	3′ 8″	3′ 27″
	30	1 44	1 40	1 38	1 38	1 39	1 41	1 43	1 47	1 52	1 57	2 3	2 9	2 17	2 26	2 36	2 48	3 3	3 20	3 40
	35	1 59	1 54	1 51	1 50	1 50	1 51	1 53	1 57	2 3	2 7	2 13	2 20	2 28	2 37	2 47	3 0	3 16	3 34	3 54
	40	2 10	2 6	2 4	2 3	2 3	2 3	2 5	2 9	2 14	2 19	2 24	2 31	2 40	2 49	2 58	3 12	3 29	3 47	4 9
	45	2 21	2 19	2 17	2 16	2 15	2 16	2 17	2 20	2 25	2 29	2 34	2 41	2 51	3 0	3 10	3 24	3 42	.	.
	50	.	.	2 29	2 27	2 26	2 26	2 27	2 30	2 34	2 38	2 43	2 50	3 0	3 10	3 21	3 36	3 54	.	.
	55	.	.	2 38	2 37	2 36	2 36	2 36	2 39	2 43	2 48	2 53	3 0	3 10	3 20	3 31	.	.	.	.
	60	.	.	.	.	2 46	2 44	2 44	2 47	2 52	2 57	3 2	3 9	3 18	3 29	3 41	.	.	.	.
	65	.	.	.	.	2 53	2 52	2 52	2 54	2 58	3 3	3 9	3 16	3 25	.	.	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	2 58	3 0	3 3	3 8	3 15	3 23	3 32	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	3 4	3 5	3 8	3 13	3 20	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	3 12	3 17	3 24	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	3 15	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
18	18	1 16	1 14	1 13	1 14	1 16	1 18	1 21	1 25	1 30	1 36	1 42	1 48	1 55	2 3	2 13	2 25	2 40	2 55	3 11
	20	1 17	1 16	1 15	1 16	1 17	1 20	1 23	1 27	1 32	1 37	1 43	1 50	1 57	2 5	2 15	2 27	2 41	2 57	3 14
	25	1 23	1 21	1 20	1 21	1 22	1 24	1 27	1 31	1 36	1 42	1 48	1 55	2 3	2 12	2 21	2 33	2 47	3 4	3 22
	30	1 33	1 29	1 27	1 28	1 30	1 32	1 35	1 39	1 44	1 49	1 55	2 2	2 10	2 19	2 29	2 41	2 56	3 13	3 32
	35	1 43	1 39	1 37	1 38	1 39	1 41	1 43	1 47	1 52	1 57	2 3	2 11	2 19	2 27	2 37	2 50	3 7	3 25	3 44
	40	1 52	1 49	1 48	1 48	1 49	1 50	1 52	1 56	2 2	2 7	2 12	2 19	2 28	2 37	2 47	3 0	3 17	3 36	3 57
	45	2 0	1 59	1 58	1 58	1 59	2 0	2 1	2 5	2 10	2 15	2 20	2 28	2 37	2 47	2 57	3 10	3 28	.	.
	50	.	.	2 8	2 7	2 7	2 8	2 11	2 14	2 18	2 23	2 29	2 37	2 46	2 56	3 7	3 21	3 39	.	.
	55	.	.	2 16	2 15	2 15	2 17	2 19	2 22	2 26	2 32	2 38	2 46	2 55	3 5	3 16	.	.	.	.
	60	.	.	.	.	2 23	2 24	2 26	2 29	2 34	2 40	2 46	2 53	3 2	3 12	3 24	.	.	.	.
	65	.	.	.	.	2 30	2 30	2 32	2 35	2 39	2 45	2 52	3 0	3 9	.	.	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	.	.	2 37	2 40	2 44	2 49	2 56	3 4	3 14	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	.	2 41	2 44	2 48	2 53	3 0	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	2 51	2 57	3 4	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	2 54	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	Scheinbare Distanz 30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
20°	20°	1' 16"	1' 13"	1' 12"	1' 13"	1' 16"	1' 18"	1' 21"	1' 25"	1' 30"	1' 36"	1' 42"	1' 49"	1' 56"	2' 4"	2' 14"	2' 26"	2' 40"	2' 56"	3' 13"
	25	1 17	1 16	1 15	1 17	1 19	1 21	1 23	1 27	1 33	1 39	1 45	1 51	1 58	2 7	2 17	2 29	2 44	3 1	3 19
	30	1 23	1 20	1 19	1 21	1 22	1 25	1 29	1 33	1 38	1 44	1 50	1 57	2 4	2 12	2 22	2 35	2 50	3 7	3 26
	35	1 30	1 27	1 26	1 28	1 30	1 32	1 35	1 40	1 45	1 50	1 56	2 3	2 11	2 20	2 30	2 43	2 59	3 16	3 36
	40	1 37	1 36	1 36	1 37	1 38	1 40	1 43	1 47	1 51	1 57	2 3	2 10	2 18	2 28	2 39	2 52	3 8	3 26	3 48
	45	1 43	1 43	1 44	1 45	1 46	1 48	1 50	1 54	1 59	2 5	2 11	2 18	2 27	2 37	2 47	3 1	3 18	3 36	.
	50	1 49	1 50	1 51	1 52	1 53	1 55	1 58	2 2	2 6	2 11	2 18	2 25	2 34	2 44	2 55	3 9	3 28	.	.
	55	.	1 56	1 58	1 59	2 1	2 3	2 5	2 8	2 13	2 19	2 26	2 33	2 42	2 52	3 4	3 16	.	.	.
	60	.	.	2 5	2 6	2 7	2 9	2 12	2 15	2 19	2 25	2 33	2 40	2 48	2 58	3 13	.	.	.	.
	65	.	.	.	2 13	2 14	2 14	2 16	2 19	2 24	2 31	2 38	2 46	2 54	3 2	.	.	.	.	.
	70	.	.	.	.	2 18	2 19	2 21	2 24	2 28	2 34	2 42	2 50	2 59	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	.	2 23	2 25	2 28	2 32	2 38	2 45	2 53	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	2 29	2 31	2 35	2 41	2 49	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	2 34	2 37	2 43	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	2 39	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
25	25	1 11	1 9	1 9	1 11	1 14	1 16	1 19	1 24	1 30	1 35	1 40	1 47	1 55	2 4	2 14	2 26	2 41	2 57	3 14
	30	1 12	1 10	1 10	1 12	1 14	1 17	1 20	1 25	1 31	1 37	1 43	1 50	1 57	2 6	2 16	2 28	2 44	3 2	3 21
	35	1 14	1 12	1 12	1 14	1 17	1 20	1 23	1 28	1 33	1 39	1 46	1 53	2 0	2 9	2 21	2 35	2 51	3 8	3 27
	40	1 16	1 16	1 16	1 19	1 22	1 25	1 28	1 32	1 37	1 43	1 50	1 57	2 5	2 15	2 26	2 40	2 56	3 13	.
	45	1 19	1 20	1 22	1 24	1 26	1 29	1 32	1 37	1 42	1 48	1 55	2 3	2 11	2 21	2 32	2 45	3 2	.	.
	50	1 21	1 24	1 27	1 29	1 31	1 34	1 37	1 42	1 47	1 53	2 0	2 8	2 16	2 26	2 38	2 51	.	.	.
	55	1 24	1 28	1 32	1 34	1 35	1 38	1 42	1 46	1 51	1 57	2 4	2 12	2 21	2 32	2 45	.	.	.	.
	60	.	1 32	1 35	1 37	1 40	1 43	1 46	1 51	1 56	2 2	2 9	2 18	2 27	2 37	.	.	.	.	.
	65	.	.	1 37	1 41	1 44	1 46	1 49	1 54	1 59	2 6	2 13	2 22	2 31	.	.	.	.	.	.
	70	.	.	.	1 43	1 46	1 49	1 52	1 57	2 2	2 9	2 17	2 25	.	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	.	.	1 48	1 51	1 54	1 59	2 4	2 11	2 20	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	1 54	1 57	2 2	2 7	2 13	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	1 58	2 3	2 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	2 5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	Scheinbare Distanz 30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
30°	30°	1′ 8″	1′ 6″	1′ 6″	1′ 8″	1′ 11″	1′ 14″	1′ 18″	1′ 23″	1′ 29″	1′ 35″	1′ 41″	1′ 48″	1′ 56″	2′ 4″	2′ 14″	2′ 27″	2′ 48″	3′ 1″	3′ 22″
	35	1 7	1 6	1 6	1 8	1 11	1 14	1 18	1 23	1 29	1 35	1 41	1 48	1 56	2 5	2 16	2 30	2 47	3 5	.
	40	1 6	1 7	1 8	1 10	1 12	1 16	1 20	1 25	1 30	1 36	1 43	1 51	1 59	2 9	2 20	2 33	2 50	.	.
	45	1 7	1 8	1 9	1 12	1 15	1 18	1 22	1 27	1 33	1 39	1 46	1 54	2 2	2 12	2 25	2 39	.	.	.
	50	1 7	1 8	1 11	1 14	1 18	1 22	1 26	1 30	1 35	1 41	1 49	1 57	2 6	2 17	2 30	.	.	.	.
	55	1 7	1 10	1 14	1 18	1 22	1 25	1 29	1 33	1 38	1 45	1 53	2 1	2 9	2 20	.	.	.	.	.
	60	1 7	1 11	1 16	1 20	1 24	1 27	1 31	1 36	1 42	1 48	1 55	2 4	2 15	.	.	.	.	.	.
	65	.	1 13	1 18	1 22	1 26	1 30	1 34	1 39	1 44	1 51	1 59	2 7	.	.	.	.	.	.	.
	70	.	.	1 20	1 24	1 28	1 32	1 36	1 41	1 47	1 54	2 2	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	.	1 26	1 30	1 33	1 37	1 42	1 49	1 56	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	1 31	1 34	1 38	1 44	1 51	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	1 36	1 40	1 45	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	1 41	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
35	35	1 4	1 4	1 4	1 6	1 8	1 12	1 16	1 21	1 27	1 33	1 39	1 47	1 56	2 5	2 14	2 27	2 45	.	.
	40	1 2	1 2	1 3	1 6	1 9	1 12	1 16	1 22	1 28	1 34	1 41	1 48	1 56	2 6	2 18	2 32	.	.	.
	45	1 1	1 2	1 3	1 6	1 9	1 13	1 17	1 23	1 29	1 35	1 42	1 50	1 58	2 8	2 20	.	.	.	.
	50	1 0	1 2	1 4	1 7	1 10	1 14	1 18	1 24	1 30	1 36	1 43	1 51	2 0	2 10	.	.	.	.	.
	55	0 58	1 1	1 5	1 8	1 12	1 16	1 20	1 26	1 32	1 39	1 46	1 54	2 3	.	.	.	.	.	.
	60	0 57	1 2	1 6	1 10	1 13	1 17	1 21	1 27	1 33	1 40	1 48	1 57	.	.	.	.	.	.	.
	65	0 56	1 1	1 6	1 10	1 15	1 19	1 23	1 29	1 35	1 42	1 50	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	.	1 1	1 7	1 12	1 16	1 20	1 24	1 30	1 37	1 44	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	1 7	1 12	1 17	1 21	1 25	1 31	1 39	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	1 13	1 18	1 22	1 27	1 33	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	1 19	1 23	1 28	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	1 24	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
40	40	0 59	0 59	1 0	1 2	1 5	1 9	1 14	1 20	1 26	1 32	1 39	1 47	1 55	2 5	2 18	.	.	.	.
	45	0 57	0 58	0 59	1 2	1 5	1 9	1 13	1 19	1 26	1 32	1 39	1 47	1 56	2 8	.	.	.	.	.
	50	0 55	0 57	0 59	1 1	1 4	1 9	1 14	1 20	1 26	1 33	1 40	1 48	1 58	.	.	.	.	.	.
	55	0 54	0 56	0 59	1 2	1 5	1 10	1 15	1 21	1 27	1 34	1 41	1 49	.	.	.	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
(40°)	55°	0′ 54″	0′ 56″	0′ 59″	1′ 2″	1′ 5″	1′ 10″	1′ 15″	1′ 21″	1′ 27″	1′ 34″	1′ 41″	1′ 49″	.	.	.	.	.	.	.
	60	0 51	0 55	0 59	1 8	1 7	1 11	1 16	1 22	1 28	1 35	1 43	.	.	.	.	.	.	.	.
	65	0 50	0 54	0 59	1 8	1 7	1 12	1 17	1 23	1 29	1 37	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	0 48	0 54	0 59	1 4	1 8	1 13	1 18	1 24	1 30	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	.	.	0 58	1 3	1 8	1 13	1 19	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	0 58	1 3	1 9	1 14	1 19	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	1 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	1 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
45	45	0 54	0 55	0 57	1 0	1 4	1 8	1 12	1 18	1 25	1 31	1 38	1 46	1′ 56″	.	.	.	.	.	.
	50	0 52	0 53	0 55	0 59	1 3	1 7	1 12	1 18	1 24	1 31	1 38	1 46	.	.	.	.	.	.	.
	55	0 50	0 52	0 55	0 59	1 3	1 7	1 12	1 18	1 25	1 31	1 38	.	.	.	.	.	.	.	.
	60	0 48	0 51	0 54	0 58	1 3	1 7	1 12	1 18	1 25	1 32	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	65	0 46	0 50	0 54	0 58	1 3	1 8	1 13	1 19	1 26	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	0 44	0 49	0 54	0 58	1 3	1 8	1 13	1 20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	0 42	0 47	0 53	0 58	1 3	1 8	1 14	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	0 46	0 53	0 58	1 3	1 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	0 53	0 58	1 3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	0 58	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
50	50	0 50	0 51	0 53	0 57	1 2	1 6	1 11	1 17	1 23	1 30	1 38	.	.	.	.	.	.	.	.
	55	0 48	0 50	0 52	0 56	1 1	1 6	1 11	1 17	1 23	1 30	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	60	0 45	0 47	0 50	0 55	1 0	1 5	1 10	1 16	1 22	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	65	0 44	0 47	0 50	0 55	1 0	1 5	1 10	1 16	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	0 42	0 45	0 49	0 54	0 59	1 4	1 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	0 41	0 45	0 49	0 54	0 59	1 4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	0 39	0 44	0 49	0 54	0 59	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	0 44	0 49	0 54	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	0 49	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Scheinbare Höhe kleinere	Scheinbare Höhe größere	Scheinbare Distanz 30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°	105°	110°	115°	120°
55°	55°	0′ 45″	0′ 48″	0′ 49″	0′ 54″	1′ 0″	1′ 5″	1′ 10″	1′ 15″	1′ 21″	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	60	0 43	0 46	0 49	0 53	0 58	1 3	1 9	1 15	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	65	0 41	0 44	0 48	0 53	0 58	1 3	1 8	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	0 39	0 43	0 47	0 52	0 58	1 4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	0 38	0 42	0 47	0 52	0 57	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	0 37	0 41	0 46	0 52	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	0 36	0 40	0 45	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	0 40	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
60	60	0 41	0 44	0 47	0 52	0 57	1 2	1 8	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	65	0 39	0 42	0 46	0 51	0 56	1 2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	0 38	0 41	0 44	0 49	0 55	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	0 37	0 40	0 44	0 48	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	0 36	0 40	0 44	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	0 34	0 40	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	0 34	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
65	65	0 37	0 39	0 43	0 48	0 54	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	0 36	0 39	0 43	0 48	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	0 35	0 39	0 43	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	0 34	0 39	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	0 32	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
70	70	0 35	0 39	0 43	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	75	0 33	0 38	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	0 31	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	85	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
75	75	0 32	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Die Verbesserung ist stets positiv.

Tabelle 3.

Verbesserung der scheinbaren Distanz wegen der Sonnenparallaxe.

(Zur Berechnung der Monddistanzen nach der Methode von Elford.)

(Zu Seite 393.)

Höhe der Sonne (s_2)	Winkel der Distanzlinie mit dem Vertikalkreise der Sonne (β)									
	0° 180	10° 170	20° 160	30° 150	40° 140	50° 130	60° 120	70° 110	80° 100	90° 90
0°	9″	9″	8″	8″	7″	6″	4″	3″	2″	0″
10	9	9	8	8	7	6	4	3	2	0
20	8	8	8	7	6	5	4	3	1	0
30	8	8	7	7	6	5	4	3	1	0
40	7	7	6	6	5	4	3	2	1	0
50	6	6	5	5	4	4	3	2	1	0
60	4	4	4	4	3	3	2	2	1	0
70	3	3	3	3	2	2	2	1	1	0
80	2	-2	1	1	1	1	1	1	0	0
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Wenn β kleiner ist als 90°, ist die Verbesserung negativ.
Wenn β größer ist als 90°, ist die Verbesserung positiv.

Tabelle 4.

Übersichtstabelle des Unterschiedes zwischen der scheinbaren und wahren Monddistanz für die Horizontalparallaxe des Mondes = 53′ 0″ und für die mittlere Strahlenbrechung.

(Zu Seite 386 u. 394.)

Scheinbare Höhen		Scheinbare Distanzen											
Stern s	Mond m	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
5°	5°	+ 1′	0′	— 1′	— 1′	— 1′	— 2′	— 2′	— 3′	— 3′	— 4′	— 5′	— 6′
	10	+ 15	+ 9	+ 6	+ 3	+ 2	0	0	— 2	— 4	— 5	— 7	— 9
	20	+ 43	+ 27	+ 19	+ 13	+ 9	+ 5	+ 2	— 1	— 4	— 7	— 11	— 15
	30	.	+ 44	+ 31	+ 22	+ 15	+ 10	+ 5	+ 1	— 4	— 9	— 14	— 20
	40	.	.	+ 42	+ 30	+ 21	+ 14	+ 8	+ 2	— 4	— 10	— 17	— 25
	50	.	.	.	+ 37	+ 26	+ 17	+ 10	+ 3	— 4	— 11	— 19	.
	60	.	.	.	.	+ 30	+ 20	+ 12	+ 4	— 4	— 12	.	.
	70	.	.	.	.	.	+ 22	+ 13	+ 5	— 4	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	+ 14	+ 5	— 4	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
10	5	— 12	— 9	— 7	— 6	— 6	— 6	— 6	— 7	— 8	— 9	— 10	— 12
	10	+ 1	0	— 2	— 3	— 4	— 5	— 6	— 7	— 9	— 11	— 13	— 16
	20	+ 25	+ 15	+ 9	+ 5	+ 2	— 2	— 4	— 7	— 10	— 13	— 18	— 23
	30	+ 50	+ 30	+ 20	+ 13	+ 7	+ 3	— 2	— 6	— 11	— 16	— 23	— 29
	40	.	+ 45	+ 30	+ 20	+ 12	+ 6	0	— 6	— 11	— 18	— 25	— 34
	50	.	.	+ 37	+ 26	+ 17	+ 9	+ 2	— 5	— 12	— 19	— 28	.
	60	.	.	.	+ 31	+ 20	+ 11	+ 3	— 4	— 12	— 21	.	.
	70	.	.	.	.	+ 23	+ 13	+ 4	— 4	— 13	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	+ 14	+ 5	— 4	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	+ 5	.	.	.	.	.
20	5	— 34	— 24	— 19	— 16	— 15	— 14	— 14	— 15	— 15	— 17	— 19	— 21
	10	— 26	— 19	— 16	— 14	— 14	— 14	— 15	— 16	— 17	— 20	— 23	— 27
	20	— 2	— 4	— 6	— 7	— 9	— 11	— 13	— 16	— 19	— 23	— 28	— 35
	30	+ 21	+ 11	+ 5	0	— 4	— 8	— 12	— 16	— 21	— 26	— 33	— 42
	40	+ 42	+ 24	+ 14	+ 6	0	— 5	— 10	— 16	— 22	— 29	— 37	.
	50	.	+ 36	+ 22	+ 12	+ 4	— 2	— 9	— 16	— 23	— 30	.	.
	60	.	.	+ 28	+ 17	+ 8	0	— 8	— 15	— 23	.	.	.
	70	.	.	.	+ 20	+ 10	+ 1	— 7	— 15	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	+ 12	+ 2	— 6	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	+ 3	.	.	.	.	.	.
30	5	.	— 38	— 30	— 25	— 23	— 22	— 21	— 21	— 22	— 24	— 26	— 30
	10	— 49	— 34	— 28	— 24	— 23	— 22	— 22	— 23	— 25	— 28	— 31	— 37
	20	— 26	— 20	— 18	— 18	— 19	— 20	— 22	— 24	— 28	— 32	— 38	— 46
	30	— 4	— 6	— 9	— 11	— 14	— 17	— 20	— 24	— 29	— 35	— 43	.
	40	+ 17	+ 7	0	— 5	— 10	— 14	— 19	— 24	— 31	— 38	.	.
	50	+ 35	+ 18	+ 8	+ 1	— 6	— 12	— 18	— 24	— 32	.	.	.
	60	.	+ 27	+ 15	+ 5	— 3	— 10	— 17	— 24	.	.	.	.
	70	.	.	+ 20	+ 9	0	— 8	— 16	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	+ 11	+ 1	— 7	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	+ 2	.	.	.	.	.	.	.

Scheinbare Höhen		Scheinbare Distanzen											
Stern s	Mond m	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
40°	5°	.	.	— 39′	— 34′	— 30′	— 28′	— 27′	— 28′	— 29′	— 30′	— 33′	— 38′
	10	.	— 48′	— 38	— 33	— 31	— 30	— 30	— 30	— 32	— 35	— 39	— 46
	20	— 48′	— 35	— 30	— 28	— 27	— 28	— 29	— 32	— 35	— 40	— 46	.
	30	— 25	— 21	— 20	— 21	— 23	— 25	— 28	— 32	— 37	— 43	.	.
	40	— 5	— 8	— 12	— 15	— 19	— 22	— 27	— 32	— 38	.	.	.
	50	+ 13	+ 3	— 4	— 9	— 15	— 20	— 26	— 32	.	.	.	.
	60	+ 27	+ 12	+ 2	— 5	— 12	— 18	— 25	.	.	.	.	.
	70	.	+ 19	+ 7	— 2	— 9	— 17	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	+ 10	0	— 8	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	+ 1	.	.	.	.	.	.	.	.
50	5	.	.	.	— 41	— 36	— 34	— 33	— 33	— 34	— 36	— 40	.
	10	.	.	— 48	— 41	— 38	— 36	— 36	— 36	— 38	— 41	— 46	.
	20	.	— 48	— 40	— 36	— 35	— 35	— 36	— 38	— 42	— 46	.	.
	30	— 45	— 34	— 30	— 29	— 30	— 32	— 35	— 39	— 43	.	.	.
	40	— 24	— 21	— 22	— 23	— 26	— 29	— 33	— 39	.	.	.	.
	50	— 6	— 10	— 14	— 18	— 22	— 27	— 33	.	.	.	.	.
	60	+ 8	— 1	— 8	— 13	— 19	— 25	.	.	.	.	.	.
	70	+ 20	+ 6	— 3	— 10	— 17	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	+ 10	0	— 8	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	+ 1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
60	5	.	.	.	.	— 41	— 39	— 37	— 37	— 38	— 41	.	.
	10	.	.	.	— 47	— 43	— 41	— 40	— 41	— 43	— 46	.	.
	20	.	.	— 48	— 43	— 40	— 40	— 41	— 43	— 47	.	.	.
	30	.	— 45	— 39	— 36	— 36	— 37	— 40	— 44	.	.	.	.
	40	— 40	— 32	— 30	— 30	— 32	— 35	— 39	.	.	.	.	.
	50	— 22	— 21	— 22	— 25	— 28	— 33	.	.	.	.	.	.
	60	— 8	— 12	— 16	— 21	— 25	.	.	.	.	.	.	.
	70	+ 3	— 5	— 11	— 17	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	+ 9	— 1	— 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	+ 1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
70	5	.	.	.	.	.	— 42	— 41	— 40	— 42	.	.	.
	10	.	.	.	.	— 47	— 45	— 44	— 45	— 47	.	.	.
	20	.	.	.	— 47	— 45	— 44	— 45	— 47	.	.	.	.
	30	.	.	— 45	— 41	— 41	— 42	— 44	.	.	.	.	.
	40	.	— 40	— 36	— 35	— 36	— 39	.	.	.	.	.	.
	50	— 33	— 29	— 28	— 30	— 33	.	.	.	.	.	.	.
	60	— 19	— 19	— 22	— 26	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	— 8	— 13	— 18	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	— 2	— 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	0	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
80	5	.	.	.	.	.	.	— 43	— 42	.	.	.	.
	10	.	.	.	.	.	— 47	— 46	— 47	.	.	.	.
	20	.	.	.	.	— 47	— 46	— 47	.	.	.	.	.
	30	.	.	.	— 45	— 43	— 44	.	.	.	.	.	.
	40	.	.	— 40	— 38	— 39	.	.	.	.	.	.	.
	50	.	— 33	— 32	— 33	.	.	.	.	.	.	.	.
	60	— 26	— 24	— 26	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	— 16	— 18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	— 9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Scheinbare Höhen		Scheinbare Distanzen											
Stern s	Mond m	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
90°	5°	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	10	.	.	.	.	.	.	— 47′	.	.	.	.	.
	20	.	.	.	.	.	— 47′	.	.	.	.	.	.
	30	.	.	.	.	— 44′	.	.	.	.	.	.	.
	40	.	.	.	— 39′	.	.	.	.	.	.	.	.
	50	.	.	— 33′	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	60	.	— 26′	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	70	— 18′	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	80	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	90	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

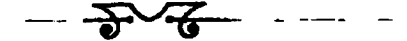
Bei einer beliebigen anderen Horizontalparallaxe $= P$ ist das Ergebnis der Tafel mit $\frac{P}{53}$ zu multiplizieren, um die genäherte Korrektion der scheinbaren Distanz zu erhalten.

Beispiel.

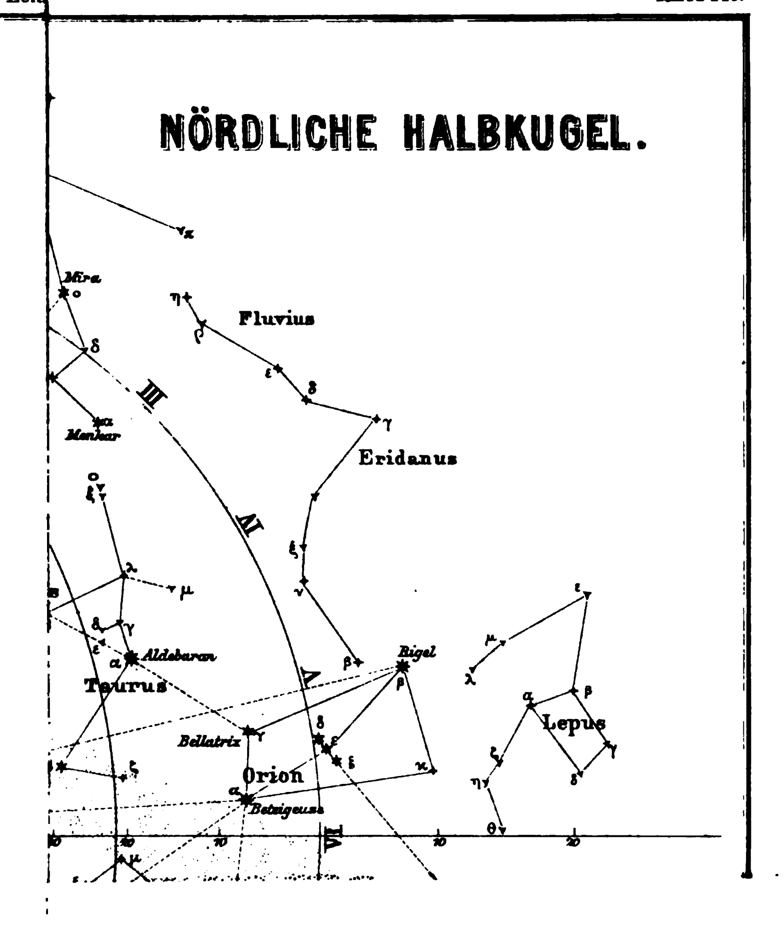
$h = 50°$, $H = 40°$, $D = 70°$, $P = 60' 30''$.

Die Tafel gibt — 29′. Die Korrektion ist daher $= -29' \cdot \frac{60\frac{1}{2}}{53} = -29' \cdot 1\frac{1}{7} = -33'$.

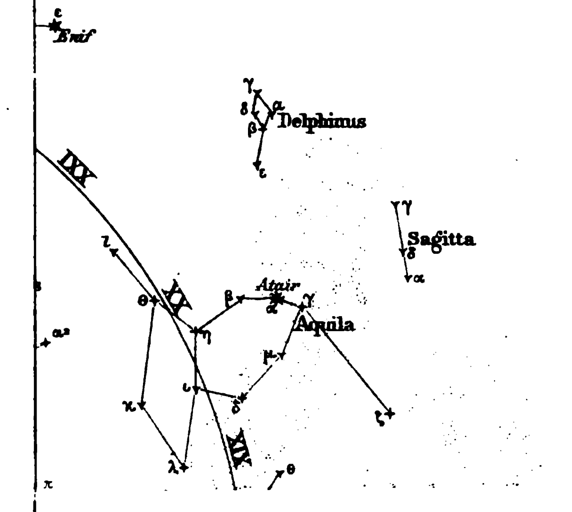
Die wahre Distanz wird somit $D' = D - 33' = 69° 27'$ (genähert).



Gedruckt in der Königlichen Hofbuchdruckerei von E. S. Mittler & Sohn.
Berlin SW 68, Kochstraße 68—71.


NÖRDLICHE HALBKUGEL.
Mira
Fluvius
Menkar
Eridanus
Aldebaran
Taurus
Rigel
Bellatrix
Orion
Betzigeuse
Lepus

SÜDLICHE HALBKUGEL.



SÜDLICHE HALBKUGEL.

